SEIZMIČKA ANALIZA KONSTRUKCIJA

Univerzitet u Novom Sadu
Fakultet tehničkih nauka
Departman za građevinarstvo i geodeziju
Katedra za konstrukcije
Prof dr. Andrija Rašeta
Kabinet: LG209
Email: araseta@uns.ac.rs, araseta@gmail.com

Sadržaj

- **TEŽIŠTE KURSA – seizmička analiza armiranobetonskih zgrada**
- **Sadržaj kursa**
  - Opšte o predmetu
  - Literatura
  - Efekti dejstva zemljotresa
  - Seizmički hazard – osnovni pojmovi
  - Dinamika konstrukcija – Rekapitulacija osnovnih jednačina za linearnu seizmičku analizu konstrukcija
  - Principi projektovanja seizmički otpornih konstrukcija
  - Metode linearne seizmičke analize konstrukcija
  - Modeliranje za linearnu seizmičku analizu - Napomene
  - Ponašanje betona i armature. Duktilnost
  - AB ramovske konstrukcije zgrada
  - Zidovi
  - Međuspratne tavanice
  - Fundiranje
  - Nelinearna seizmička analiza

Opšte o predmetu

- **Ocena**
  - **Predispitne obaveze**
    - Predmetni projekat: 30 poena (min. 16) – **obavezan deo**
  - **Završni ispit**
    - Pismeni deo ispita: 40 poena (min. 21) – **obavezan deo**
    - Usmeni deo ispita: 30 poena (min. 16) – **obavezan deo**
  - **Napomene**
    - Minimalan broj poena da bi se ispit položio iznosi 51
    - Na svakom obaveznom delu mora se ostvariti minimalan broj poena da bi se ispit položio
    - Uslov za izlazak na pismeni deo ispita je ostvaren minimalan broj poena iz predmetnog projekta
    - Uslov za izlazak na usmeni deo ispita je ostvaren minimalan broj poena iz pismenog dela ispita
- **MASTER RAD**

Literatura

- **Dinamika konstrukcija**
  - Dinamika konstrukcija, M. Čaušević, 2010.
  - Dinamika diskretnih sistema, Odabrana poglavlja, Stanko Brčić, 1998.
  - Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering, A. Chopra, 2012.
- **Seizmička analiza ab konstrukcija zgrada**
  - Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buldings, T. Paulay, M. J. N. Priestley, 1992.
  - Seismic Design of Concrete Buildings to Eurocode 8, Michael N. Fardis, Eduardo C. Carvalho, Peter Fajfar, and Alain Pecker, 2015.
  - Concrete Buildings in Seismic Regions, George G. Penelis and Gregory G. Penelis, 2014.
  - Seismic Design of Reinforced Concrete Buildings, J. Moehle, 2015.
  - Eurocode-Compliant Seismic Analysis and Design of R/C Buildings, Avramidis i drugi, 2016.

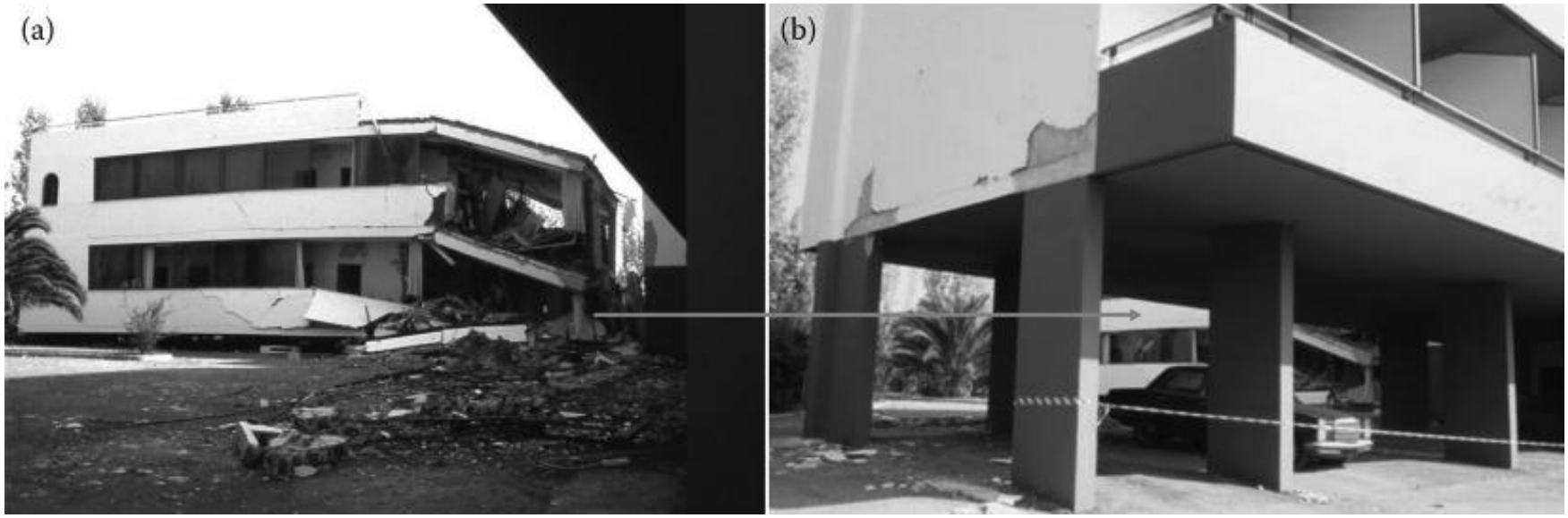
Literatura

- **Seizmička analiza ab konstrukcija zgrada**
  - Displacement-Based Seismic Design of Structures, M. J. N. Priestley, G. M. Calvi, M. J. Kowalsky, 2007.
  - Evrokodovi... (EN 1998...)
  - Eurocode 8: Seismic Design of Buildings Worked examples, P. Bisch, E. Carvalho, H. Degee, P. Fajfar, M. Fardis, P. Franchin, M. Kreslin, A. Pecker, P. Pinto, A. Plumier, H. Somja, G. Tsionis, 2012.
- **Web sajtovi**
  - Departman za građevinarstvo i geodeziju: **www.gradjevinans.net**
  - Link ka predmetu: **www.tk.gradjevinans.net**
  - Institut za standardizaciju Srbije: **http://www.iss.rs/**
  - Republički seizmološki zavod: **http://www.seismo.gov.rs/**

Efekti dejstva zemljotresa

Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Rušenje
  - Collapses of ‘open ground storey’ buildings
    - (a) Collapse of open ground storey building
    - (b) Collapsed building shown at the background; similar building at the foreground is still standing with large ground storey drift



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Rušenje
  - Typical collapses of frame buildings with open ground storey



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Rušenje
  - 'Pancake' type of collapse
    - So-called 'pancake' collapse, with the floors falling on top of each other



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Rušenje
  - The walls in the middle of the lateral sides and at the corners with the back side (shown inside dark-coloured frames) have failed at the ground storey (one is shown inside a light-coloured frame), but have prevented the collapse of columns all along the front side from triggering ‘pancake’ collapse



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Rušenje
  - Perimeter walls (shown inside darkcoloured frames) may have failed terminally, but have prevented collapse of the building



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Rušenje
  - Typical concentration of failures or damage in ground storey



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Rušenje
  - Typical concentration of failures or damage in ground storey



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Rušenje
  - Ground storey was critical
    - The typical case of a concrete frame building with masonry infills, which have suffered heavy damage at the ground storey but may have saved the building from collapse



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Rušenje
  - The top floors (1985. Mexico City) or an intermediate one (1995. Kobe) have collapsed, but the underlying ones withstood both the earthquake and the collapse of the floors above
    - Such exceptions to the rule are most often due to an abrupt reduction in the lateral resistance of a floor, because that floor and those above were thought to be non-critical
    - Higher modes of vibration, which are more significant effect on certain intermediate floors than on the ground storey, may have played a role as well





Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Rušenje
  - Collapse of flexible sides in torsionally imbalanced building with stiffness concentrated near one corner
    - Twisting of the building about a vertical axis is more often due to the horizontal eccentricity of the inertia forces with respect to the 'centre of stiffness' of the floor(s) than to the rotational component of the motion itself about the vertical
    - Twisting takes place about a vertical axis passing through the 'centre of stiffness' which is closer to the 'stiff side' in plan and produces the maximum displacements and the most severe damage to the perimeter elements on the opposite, 'flexible side'





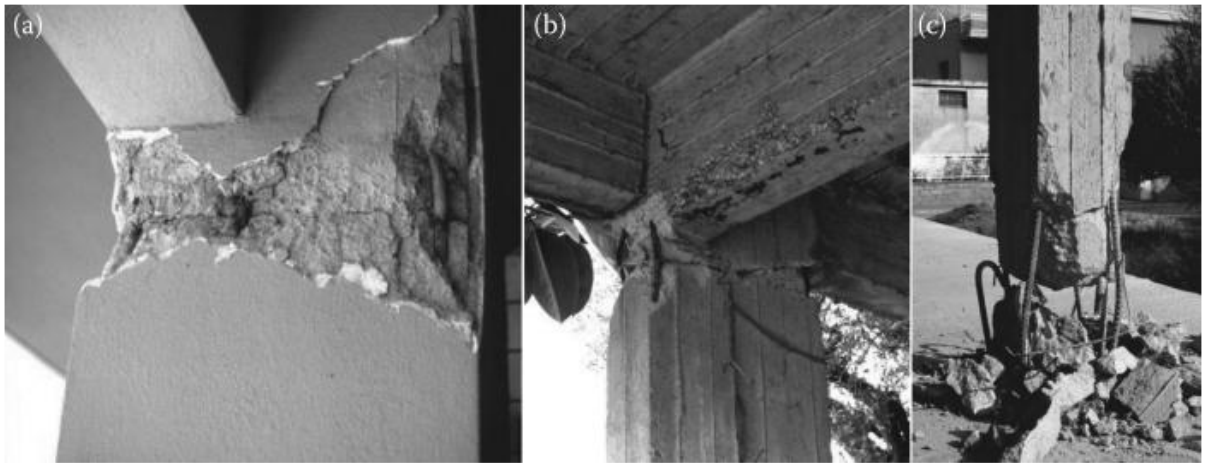
Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Rušenje
  - Shear failure of short columns on stiff side (inside rectangle) causes collapse of flexible side as well
    - 'Short columns', developing higher shear forces than the columns on the front, owing to their much larger stiffness and short length. However, they did not have sufficient shear strength to resist these forces



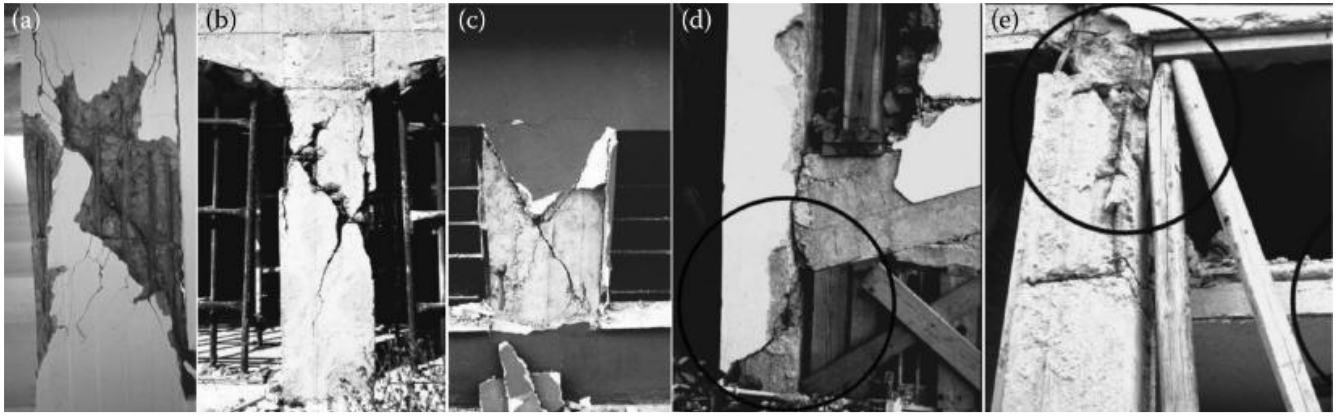
Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Stubovi
  - Flexural damage (a) or failure (b, c) at column ends
    - Flexural damage or failure phenomena are concentrated in horizontal bands at the very top or bottom of a column in a storey (where the bending moments are at maximum)
    - It is clear that 'plastic hinging', although essential for the seismic design of the building for ductility and energy dissipation
    - Flexural damage always includes a visible horizontal crack and loss of concrete cover, often accompanied by bar buckling, opening of stirrups or partial disintegration of the concrete core inside the cage of reinforcement; sometimes one or more vertical bars rupture, or the concrete core completely disintegrates



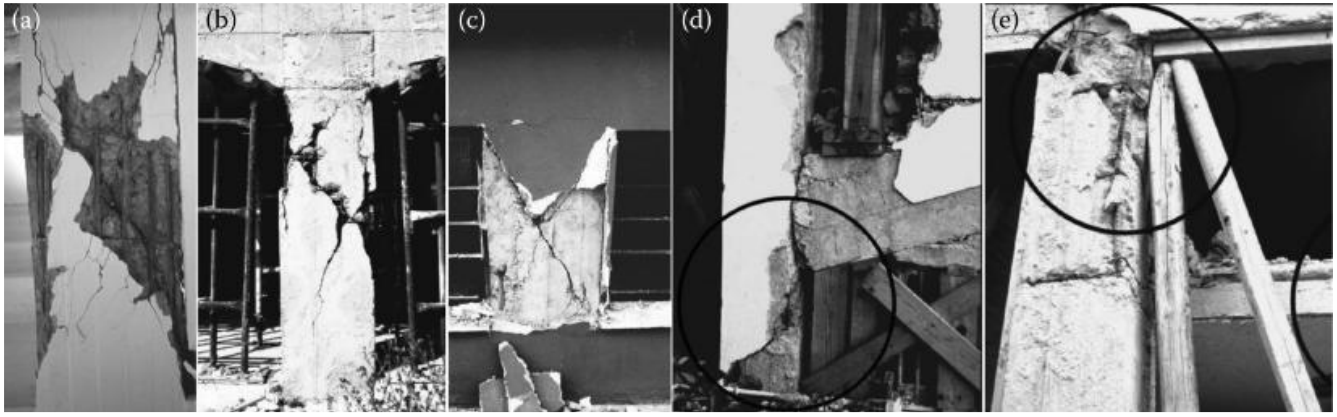
Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Stubovi
  - Shear failure of columns, (a)–(e)including a captive one between the basement perimeter wall and the beam (c) and short columns due to mid-storey constraint by a stair (d) or a landing (e) supported on the column
    - A column may fail in shear anywhere between its two ends, the end regions included (since the shear force is essentially constant along the height of the column). The signature of a shear failure is a diagonal crack or failure zone sometimes such cracks or zones form in both diagonal directions and cross each other. If the column carries a low axial load relative to its cross-sectional area, the inclination of the shear failure plane to the horizontal is about 45°; it is steeper, sometimes over 60°, if the column is heavily loaded



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Stubovi
  - Shear failure of columns, (a)–(e)including a captive one between the basement perimeter wall and the beam (c) and short columns due to mid-storey constraint by a stair (d) or a landing (e) supported on the column
    - 'Short columns' develop very high shear force demands and are very vulnerable to shear
    - In columns engaged in two-way frame action, the shear failure plane may be at an inclination to both transverse directions of the column.



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Stubovi
  - Despite complete failure of columns across the ground storey, their residual axial load capacity still supports gravity loads





Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Čvorovi greda-stub
  - Shear failure of beam–column joints
    - Earthquake introduces very high shear stresses to the core of a beam–column joint. These stresses are parallel to the plane of frame action
    - These effects are clearly manifested in exterior joints, especially corner ones
    - Interior joints profit from the confinement by the slab on all four sides and by the beams in any direction they frame into the joint

complete diagonal failure of an unreinforced joint

diagonal cracking in reinforced joints



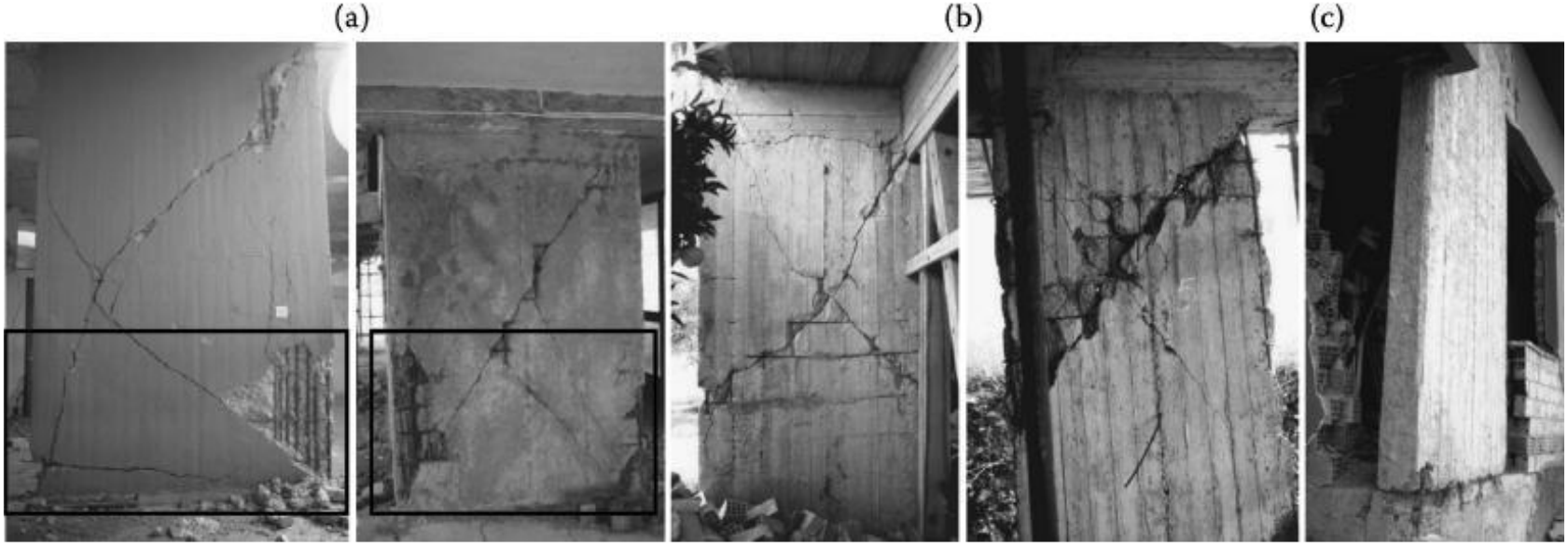
Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Grede
  - Typical features of beam behaviour
    - (a) pullout of beam bars from narrow corner column, due to short straight anchorage there; (b) wide crack in slab at right angles to the beam at the connection with the columns shows the large participation of the slab as effective flange width in tension;(c) failure, with concrete crushing and bar buckling at bottom flange next to the column
    - Beam bars with insufficient anchorage in a joint may pull out in an earthquake
    - The impact of this type of bond failure on the global behavior is not dramatic: the beam cannot develop its full moment resistance at the end section and the force resistance and stiffness of the frame it belongs to drops accordingly



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Zidovi
  - Typical failures of concrete walls
    - (a) flexural, with damage in shear; (b) in shear; (c) by sliding shear
    - Flexural or shear damage and failure phenomena in walls (a and b) are similar to those in columns, but take place almost exclusively right above the base of the wall, and very rarely in storeys higher up
    - Owing to the light axial loading of the wall section by gravity loads, diagonal planes of shear failure are normally at about 45° to the horizontal



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Likvefakcija
  - Bearing capacity failure due to liquefaction (1995. Hyogo-ken Nambu earthquake)
    - Liquefaction is a process by which a solid is transformed into a liquid
    - In saturated cohesionless soils this phenomenon happens under undrained conditions, that is when the material is loaded at a rate high enough to prevent dissipation of excess pore water pressures



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Likvefakcija
  - Liquefaction-induced settlement in Marina district (1989. Loma Prieta earthquake)
    - Liquefaction is a process by which a solid is transformed into a liquid
    - In saturated cohesionless soils this phenomenon happens under undrained conditions, that is when the material is loaded at a rate high enough to prevent dissipation of excess pore water pressures



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Likvefakcija
  - Three of the buildings (the white ones) have tilted over due to liquefaction (Japan)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Plitko fundiranje
  - Earthquake-induced foundation settlement (1985. Michoacán Guerrero earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Plitko fundiranje
  - Earthquake-induced foundation settlement (1985. Michoacán Guerrero earthquake)



Efekti zemljotresa

Out-of-plane failure of bearing walls, especially at wall-to-diaphragm connections, and not related to structural irregularity

- Problemi... Zgrade... Zidane konstrukcije
  - Unreinforced masonry (1983. Coalinga earthquake)



Efekti zemljotresa

Out-of-plane failure of bearing walls, especially at wall-to-diaphragm connections, and not related to structural irregularity

- Problemi... Zgrade... Zidane konstrukcije
  - Unreinforced masonry (1987. Whittier earthquake)



Efekti zemljotresa

Out-of-plane failure of bearing walls, especially at wall-to-diaphragm connections, and not related to structural irregularity

- Problemi... Zgrade... Zidane konstrukcije
  - Unreinforced masonry (1989. Loma Prieta earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... AB konstrukcije
  - Non-ductile concrete frame building (1971. San Fernando earthquake)

Structural irregularity



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Fleksibilno prizemlje
  - Soft/weak story irregularity wood frame buildings (1989. Loma Prieta earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Fleksibilno prizemlje
  - Soft/weak story irregularity wood frame buildings (1989. Loma Prieta earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Fleksibilno prizemlje
  - Soft/weak story irregularity wood frame buildings (1994. Northridge earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Fleksibilno prizemlje
  - Extreme distortion and near collapse of the “soft-story” moment-frame columns of the lower floors of the building (1971. San Fernando earthquake)





Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Fleksibilno prizemlje
  - Extreme distortion and near collapse of the “soft-story” moment-frame columns of the lower floors of the building (1971. San Fernando earthquake)
    - Columns at the lower levels had large ductile capacity due to spiral reinforcement



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Fleksibilno prizemlje
  - Complete collapse of the 1st floor of the two-story building (1971. San Fernando earthquake)
    - Lateral deflection was concentrated at the 1st-floor level due in part to masonry walls at the 2nd floor limiting 2nd-floor lateral deflection and effectively creating a soft/weak 1st story



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Fleksibilno prizemlje
  - These buildings to have a soft/weak first story and significant torsional response since the first floor will typically have large openings (and no wall) (1995. Kobe earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Torziona neregularnost
  - Torsional irregularities (1995. Kobe earthquake)
    - The torsional irregularity caused the building to rotate during the earthquake. As the building rotated, large displacement of the gravity frames at the corner away from the stiffer walls exceeded frame capacity causing failure of columns and collapse or sagging of floors above



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... U osnovi i vertikalna neregularnost
  - Plan and (presumed) vertical irregularities (1995. Kobe earthquake)
    - The torsional irregularity caused the building to rotate as well as displace laterally during the earthquake. As the building displaced and rotated, the capacity of gravity framing was exceeded and the building partially collapsed at the 4th floor on the side of the building facing the street (i.e., side without walls), most likely due to a vertical irregularity at this level although the source of the irregularity could not be confirmed



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Vertikalna neregularnost
  - Significant vertical discontinuities in walls that were primary elements of the lateral load resisting system (2010. Chilean (Maule) Earthquake)
    - Coupled walls in upper stories do not continue to lower story



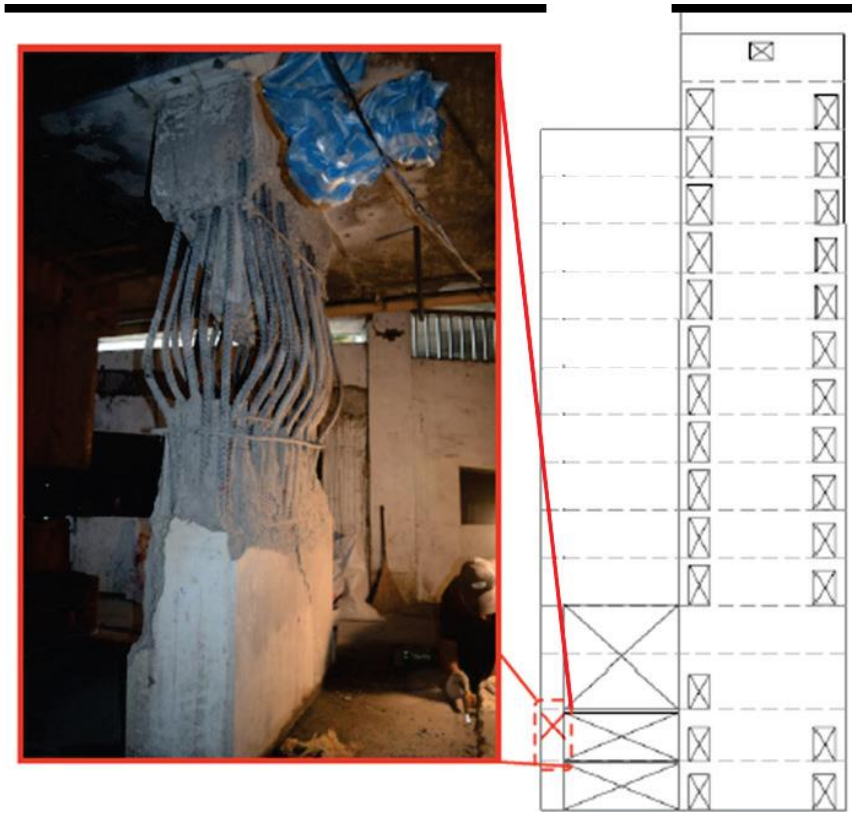
Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Vertikalna neregularnost
  - Significant vertical discontinuities in walls that were primary elements of the lateral load resisting system (2010. Chilean (Maule) Earthquake)
    - A change in the wall section from the upper to lower story results in a loss of wall area and localization of flexural yielding



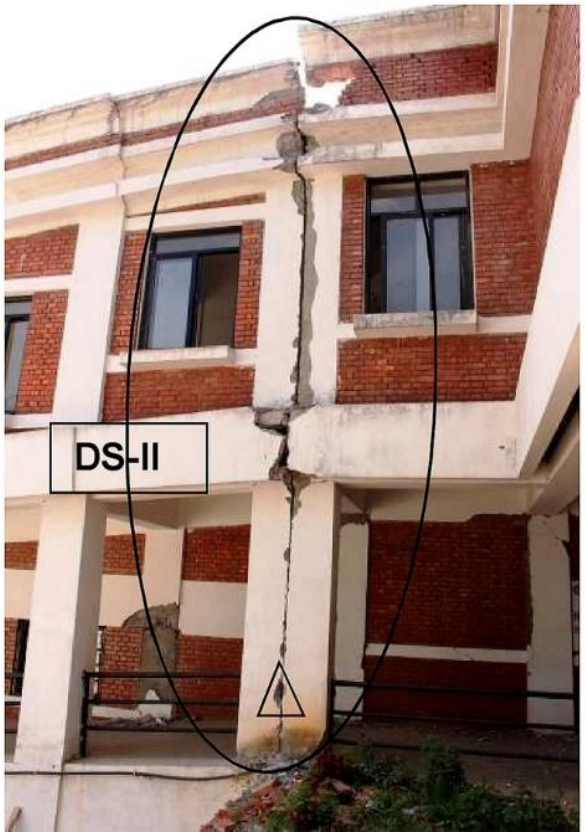
Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Vertikalna neregularnost
  - Damage to “column” at wall discontinuity in a 20-story high-rise building (2016. Meinong earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Sudar objekata
  - Earthquakes can cause pounding when adjacent buildings have little or no gap providing separation





Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Sudar objekata
  - Earthquakes can cause pounding when adjacent buildings have little or no gap providing separation



Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Sudar objekata
  - Earthquakes can cause pounding when adjacent buildings have little or no gap providing separation





Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Sudar objekata
  - Earthquakes can cause pounding when adjacent buildings have little or no gap providing separation





Efekti zemljotresa

- Problemi... Zgrade... Sudar objekata
  - Earthquakes can cause pounding when adjacent buildings have little or no gap providing separation



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Flexural failure at the base of bridge pier due to premature termination of longitudinal reinforcement and inadequate confinement (1995. Kobe Earthquake)



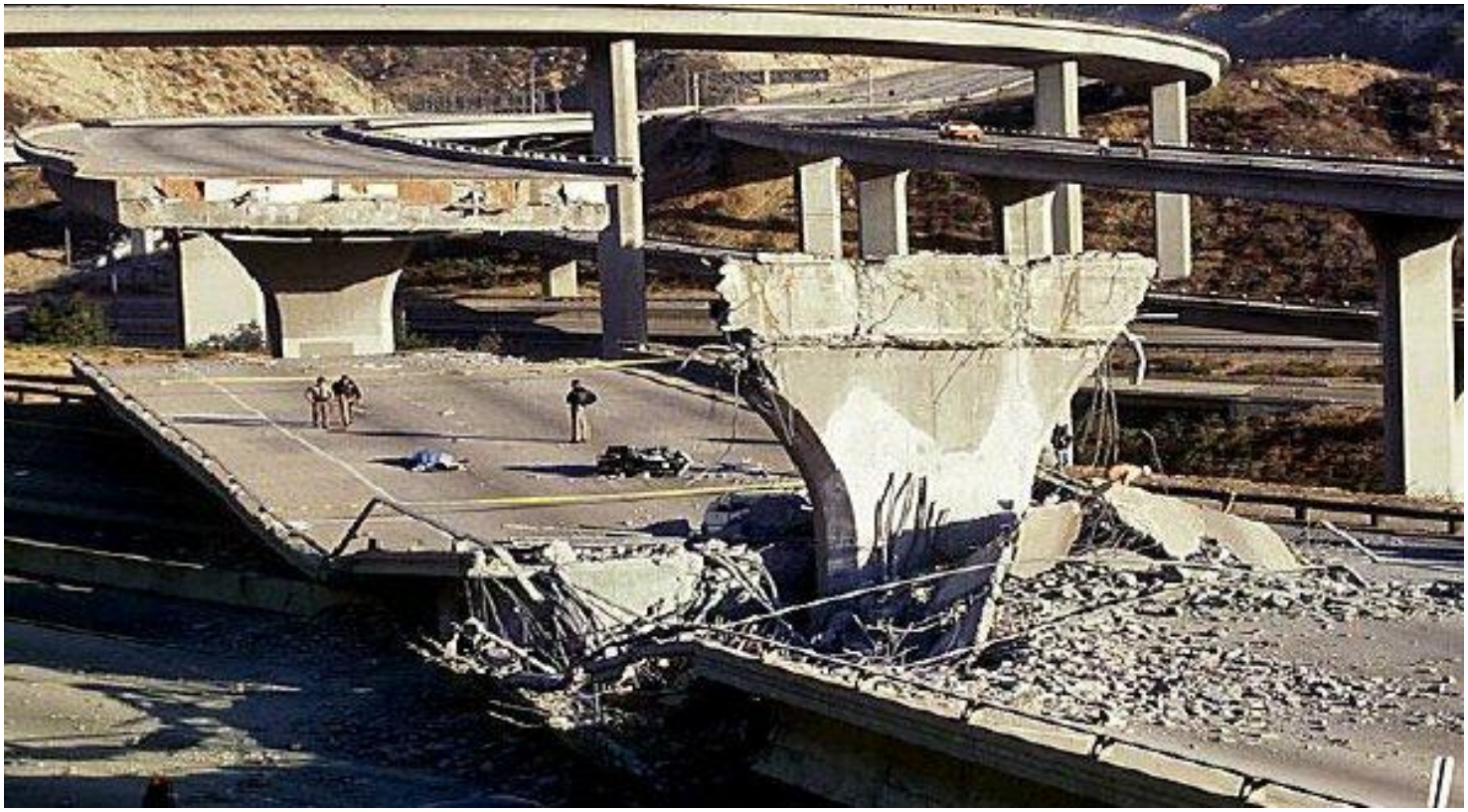
Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Unseating of simply supported link span (1995. Kobe Earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Bridge collapse (1994. Northridge Earthquake)



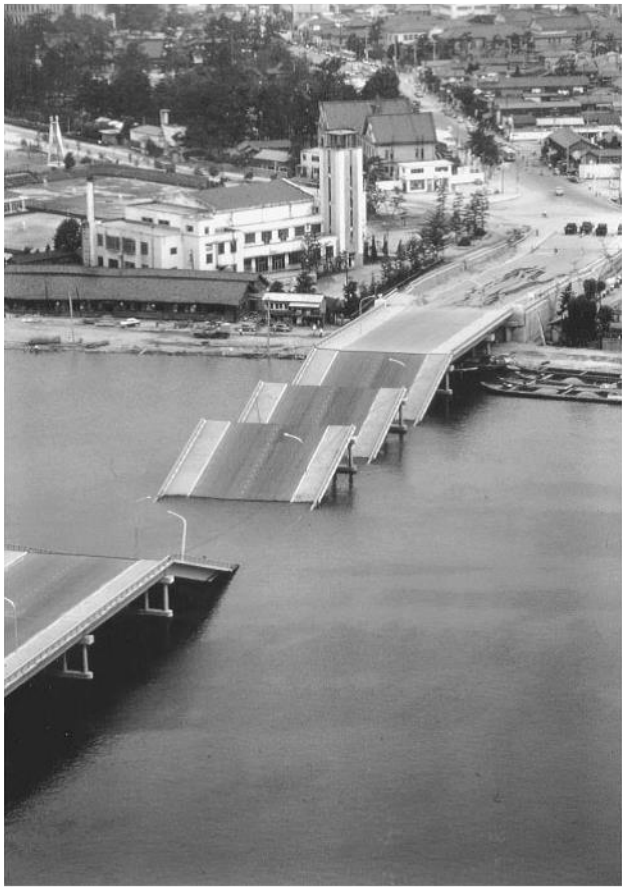
Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Collapse of the link span (1989. Loma Prieta Earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Bridge collapse (1964. Niigata Earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Shear failure of columns (1971. San Fernando Earthquake)





Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Diagonal shear crack in lightly reinforced concrete pier (1999. Chi Chi Earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Shear failures at the base of piers due to inadequate shear reinforcement (1995. Kobe Earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Overhead damage due to insufficient flexural ductility (1971. San Fernando Earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Insufficient flexural ductility (1995. Kobe Earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Flexural failure due to lack of confinement at bottom of reinforced concrete piers (1995. Kobe Earthquake)



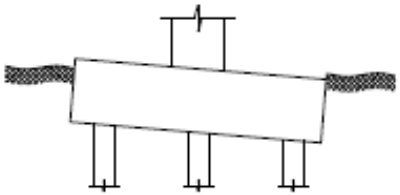
Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Collapse due to liquefaction

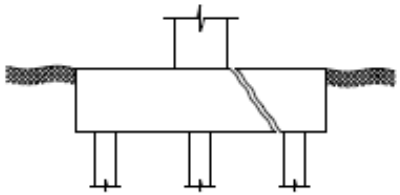


Efekti zemljotresa

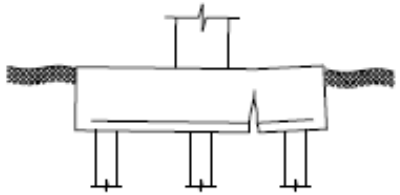
- Problemi... Mostovi
  - Different types of foundation failure



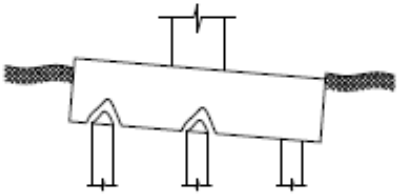
Pile Overload



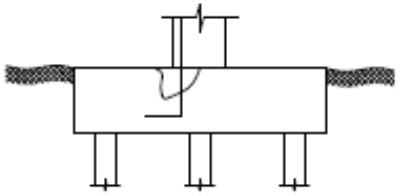
Concrete
Shear Failure



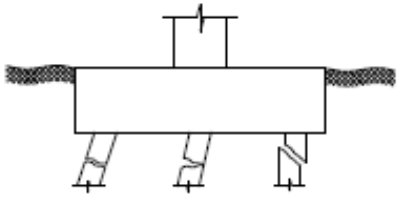
Flexural Yielding
of Reinforcing



Pile Pullout



Anchorage
Failure



Pile Flexural and/or
Shear Failure

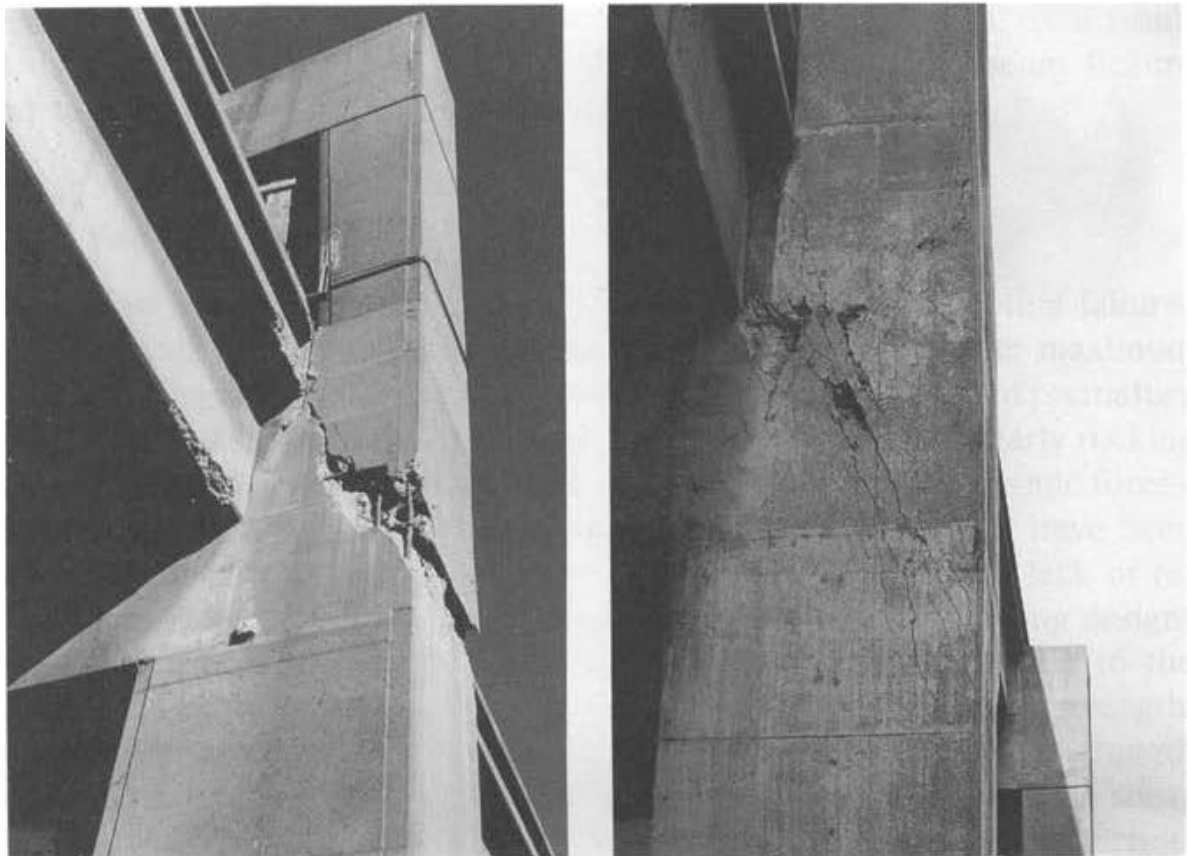
Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Anchorage failure for cap beam reinforcement (1989. Loma Prieta Earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Joint shear failure (1989. Loma Prieta Earthquake)



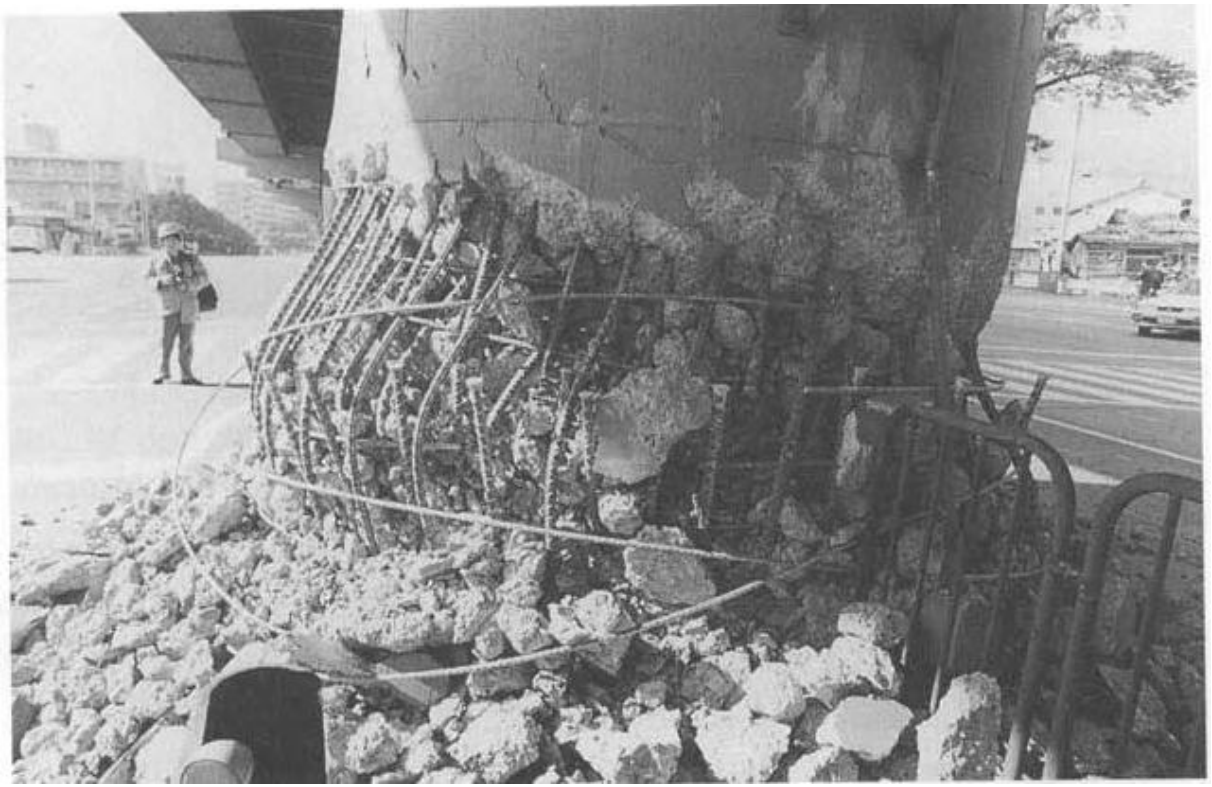
Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Bond failure of lap splices at column base (1989. Loma Prieta Earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Weld failure of column longitudinal reinforcement (1995. Kobe Earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Confinement failure at column top (1971. San Fernando Earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Flexural plastic hinges (1994. Northridge Earthquake)



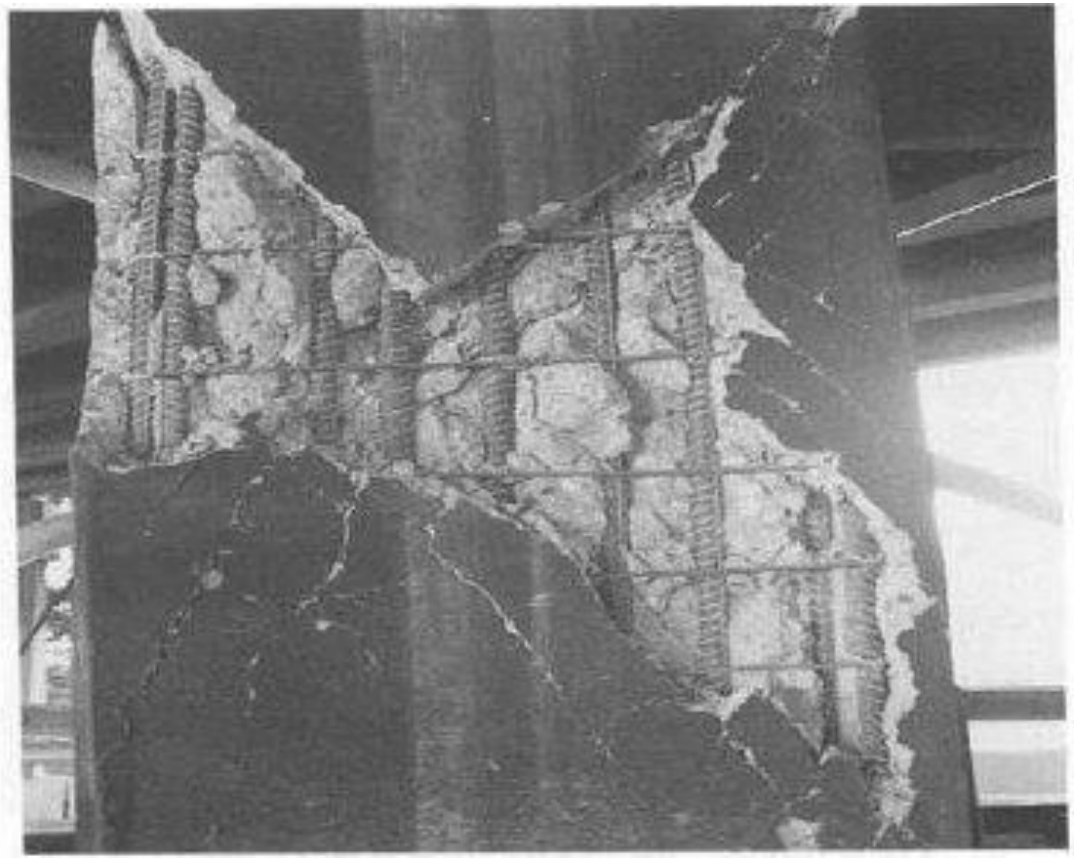
Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Flexural-shear failure (1995. Kobe Earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Brittle shear failure of column (1987. Whittier Earthquake)



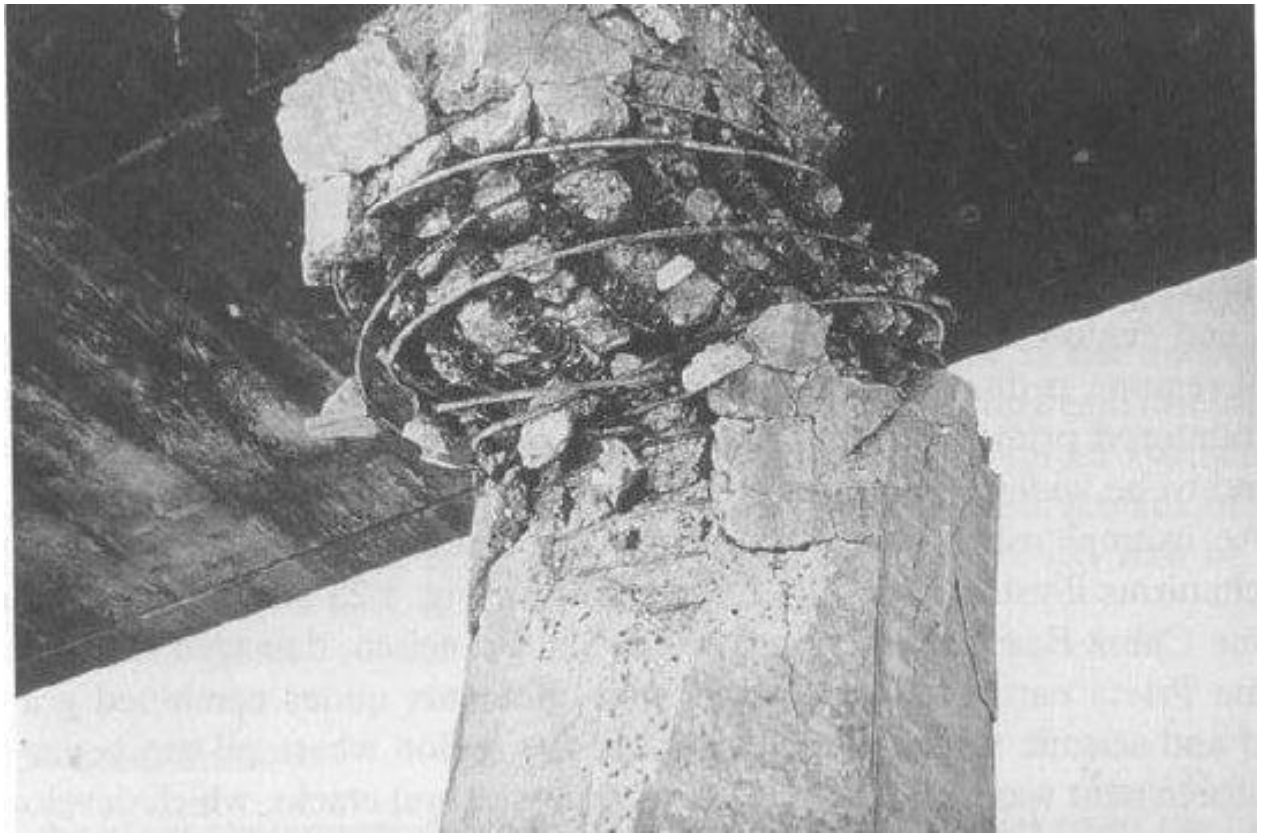
Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Column shear failures outside plastic hinge region (1971. San Fernando Earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Column shear failure within plastic hinge region (1971. San Fernando Earthquake)



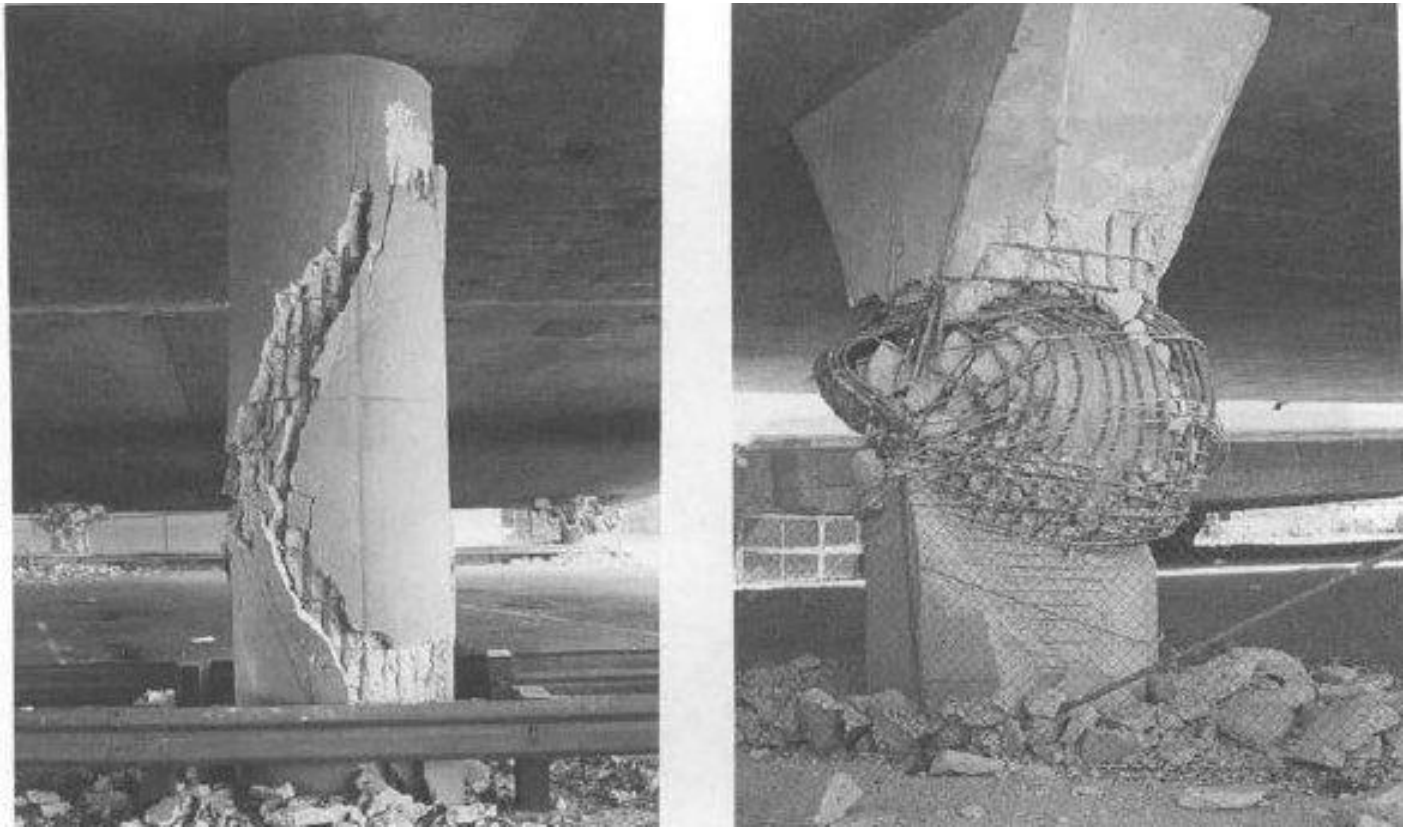
Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Shear Failure at Column (2008. Wenchuan Earthquake)



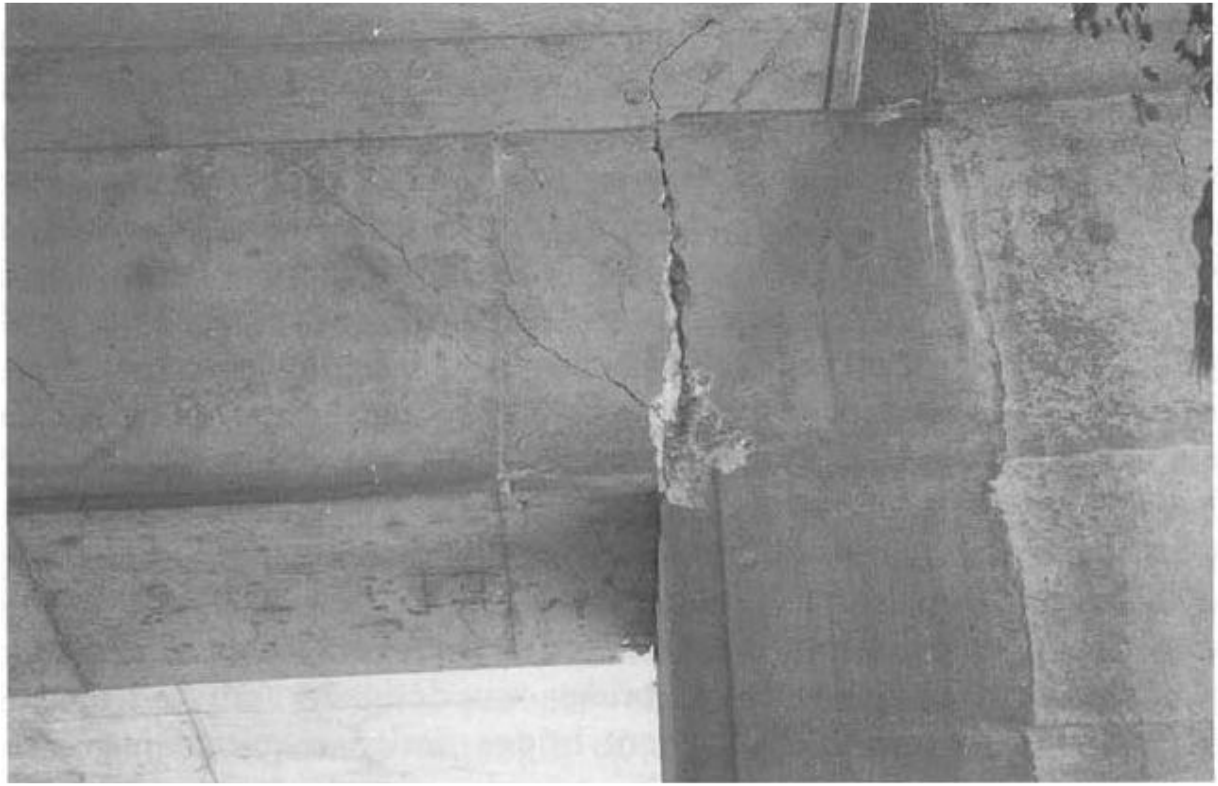
Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Column shear failures (1994. Northridge Earthquake)



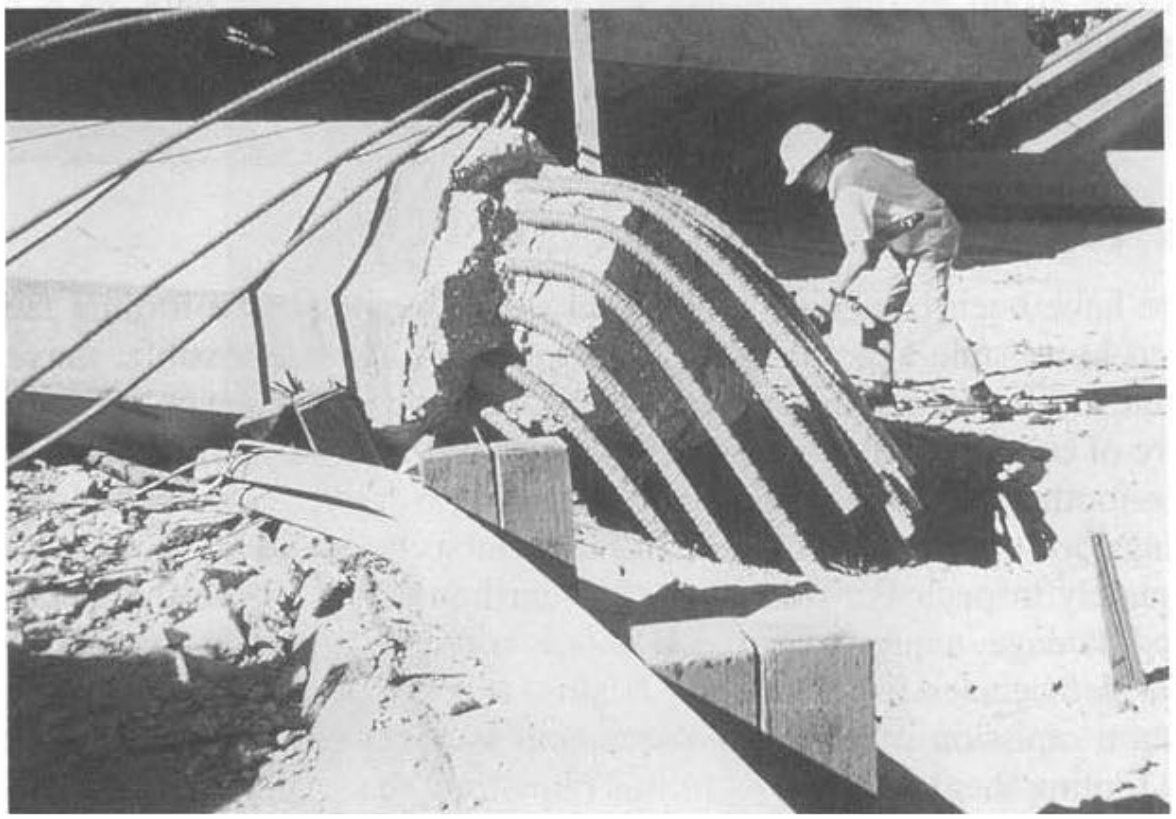
Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Cap beam positive moment cracks at inner column face (1989. Loma Prieta Earthquake)



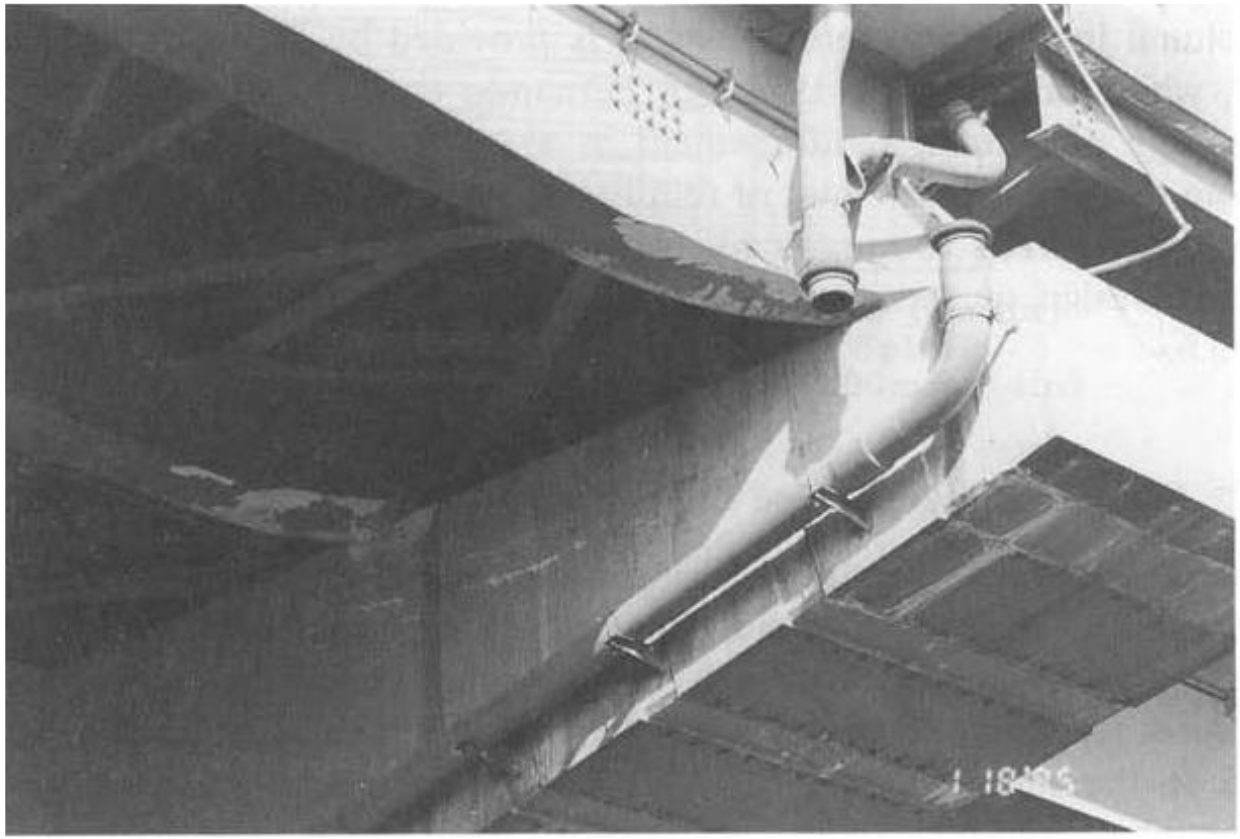
Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Pullout failure (1971. San Fernando Earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - I beam buckling (1995. Kobe Earthquake)



Efekti zemljotresa

- Problemi... Mostovi
  - Steel column collapse (1995. Kobe Earthquake)



Seizmički hazard
Osnovni pojmovi

Seizmički hazard

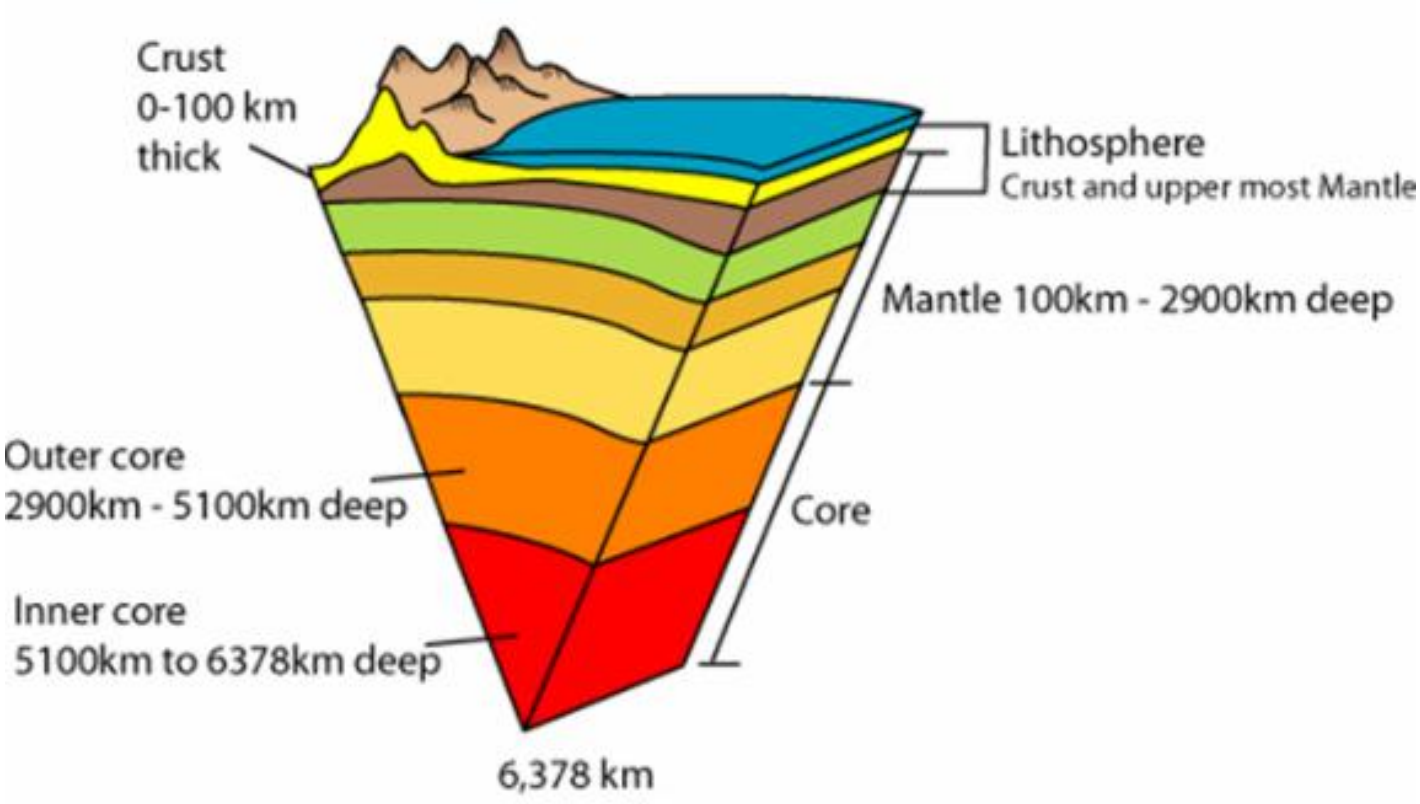
- **Nastananak zemljotresa**
  - **Vrste i tipovi zemljotresa**
    - Prema načinu nastanka
      - Prirodni
      - Veštački
  - **Prirodni zemljotresi**
    - Tektonski zemljotresi
      - Nastaju usled pomeranja tektonskih ploča i blokova
      - Iznenadni lom stenske mase usled dejstva pritisaka koji se dugotrajno akumuliraju u široj zoni žarišta
      - Najčešći su i čine 90% svih zemljotresa u toku godine
    - Urvinski
      - nastaju urušavanjem podzemnih kaverni i pećina u stenskim masama površinskih delova Zemljina kore
    - Vulkanski
      - Stvaraju se u vulkanskim zonama, usled mehaničkog dejstva magme u njenom kretanju kroz vulkanske kanale, kao i pri samoj erupciji

Seizmički hazard

- **Nastananak zemljotresa**
  - **Veštački zemljotresi**
    - Nastaju kao posledica čovekovog delovanja
    - Zemljotresi izazvani ekspolzijama
    - Indukovani zemljotresi u zoni veštačkih akumulacionih jezera
      - Posledica promene naponskog stanja u dnu i bokovima akumulacije usled učestale promene hidrostatičkog pritiska
    - Zemljotresi nastali tzv. gorskim udarima
      - Usled urušavanja u rudnicima i drugim podzemnim kopovima
    - Kod građevinskih objekata od najveće važnosti su tektonski zemljotresi
    - Analiza seizmičkog hazarda prvenstveno se bavi tektonskim zemljotresima

Seizmički hazard

- **Nastananak zemljotresa**
  - Žarišta zemljotresa koji su značajni za inženjerske analize nalaze se ili unutar Zemljine kore ili unutar gornjeg omotača Zemljinog jezgra



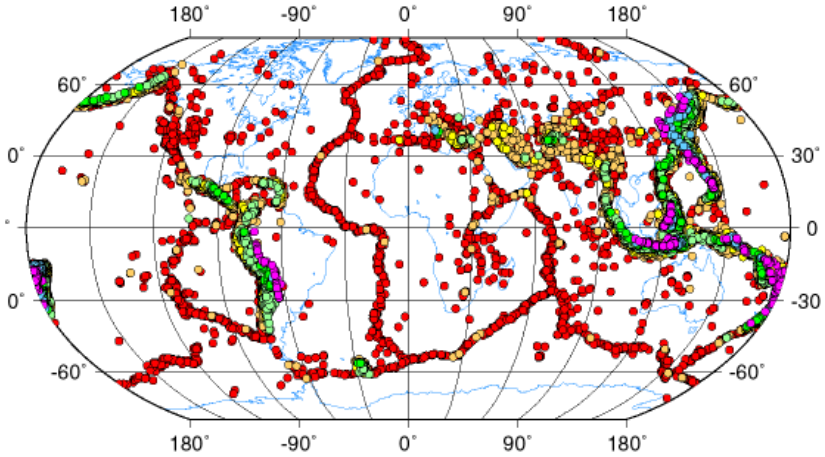
Seizmički hazard

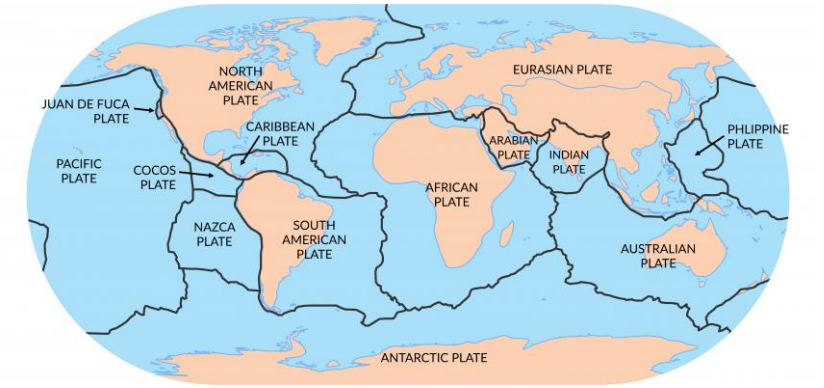
- **Nastananak zemljotresa**
  - Zemljina kora je podeljena na više tektonskih ploča
  - Tektonske ploče se tokom vremena pomeraju
  - Veličina tih pomeranja se određuje stalnim merenjima kroz vreme i iznosi približno 5 do 10 cm godišnje, pri čemu se ploče na nekim mestima razmiču, a na drugim sudaraju



Seizmički hazard

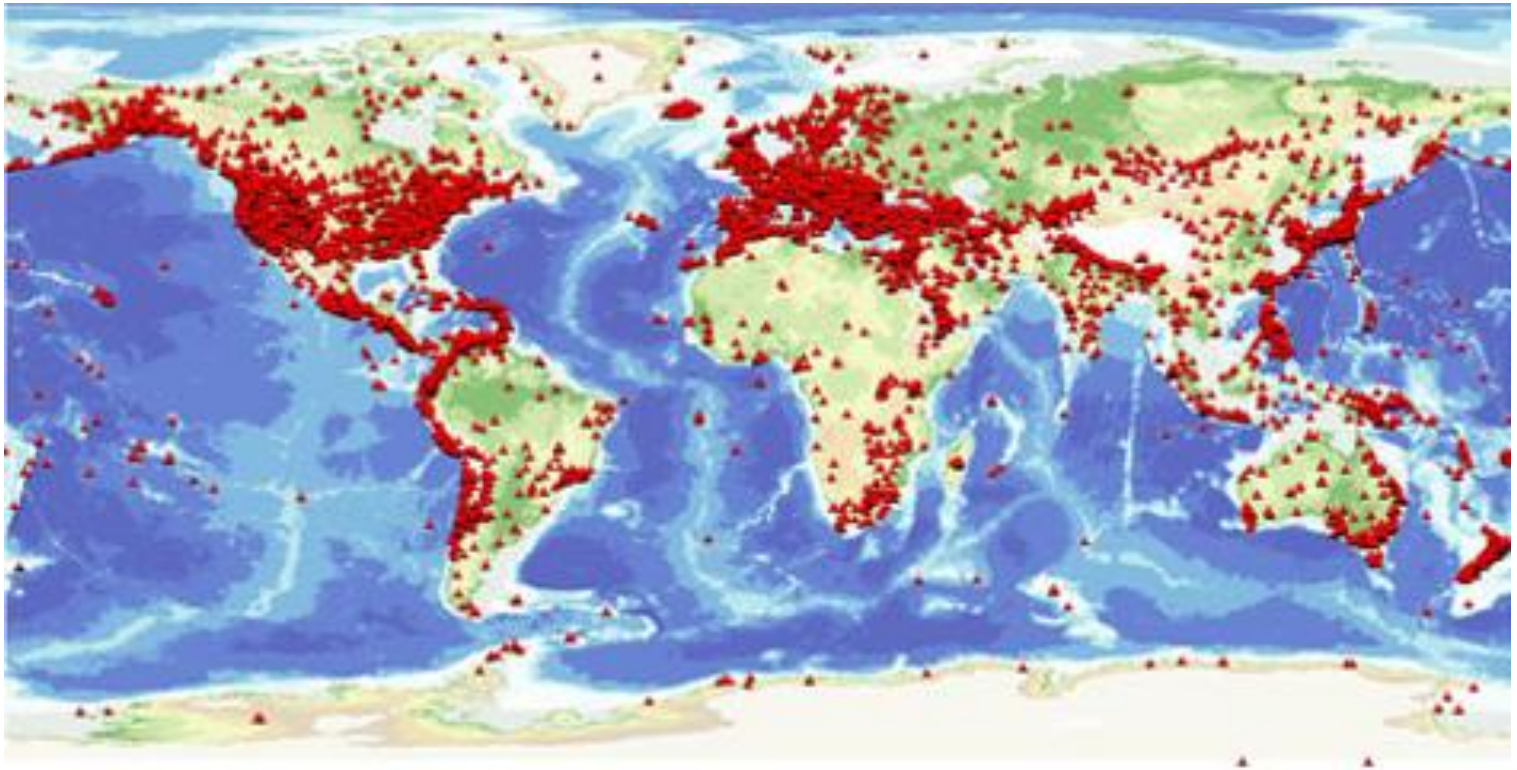
- **Nastananak zemljotresa**
  - Raspored zemljotresa magnitude > 5 od 1965. do 1995. god.





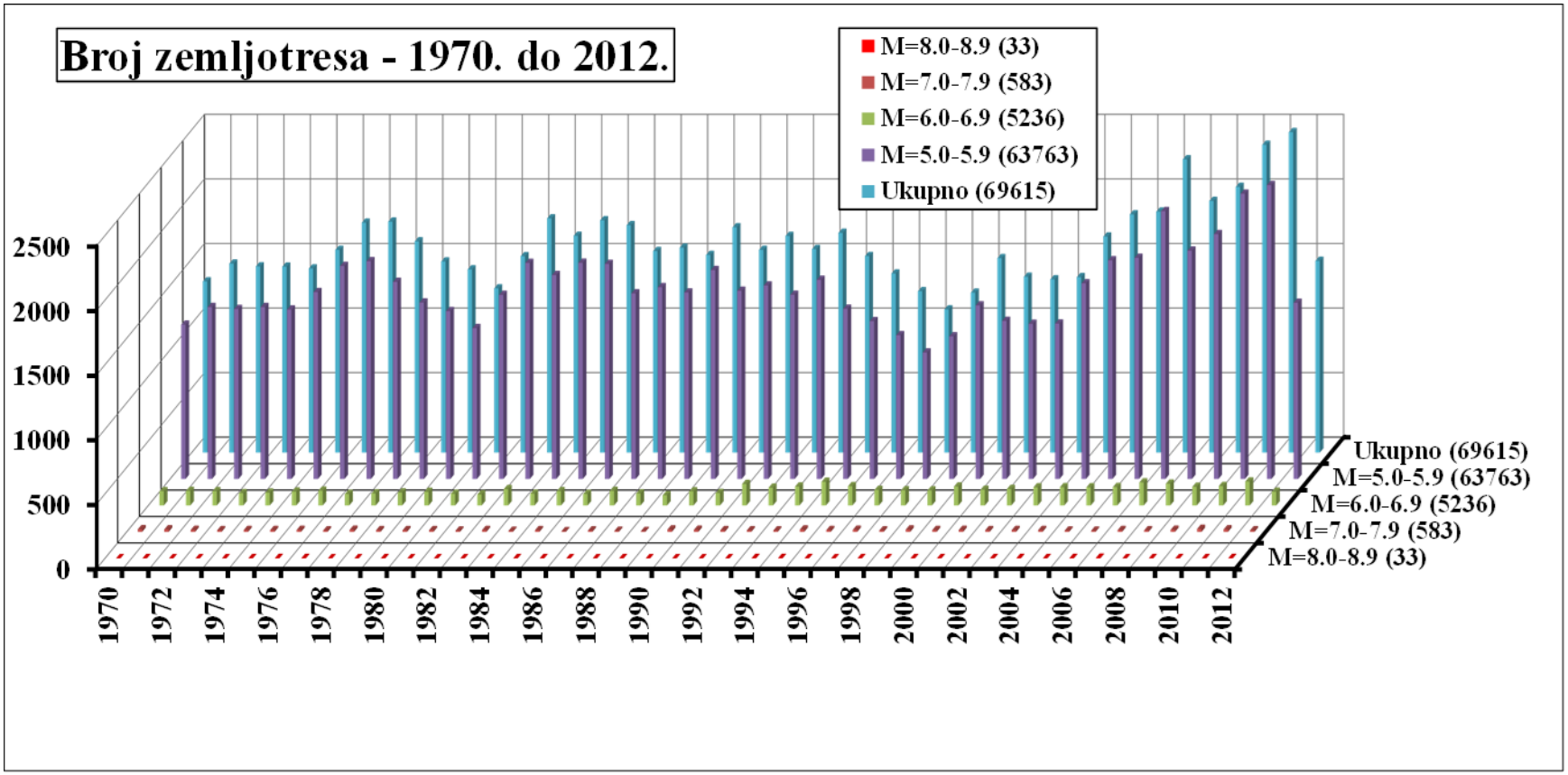
Seizmički hazard

- **Nastananak zemljotresa**
  - Mreža seizmoloških stanica (2006.)



Seizmički hazard

- **Nastananak zemljotresa**



Seizmički hazard

- **Nastananak zemljotresa**
  - Rasedi predstavljaju mehaničke diskontinuitete stenskih masa
  - Na mestima raseda dolazi do relativnog pomeranja tektonskih ploča
  - Površ između dva susedna tektonska bloka naziva se rasedna površ
  - Rased je aktivan ako se blokovi u kontaktu pomeraju jedan u odnosu na drugi
  - Zbog naglih pomeranja u zonama raseda javljaju se zemljotresi
  - Zemljotresi se takođe mogu javiti i u unutrašnjim zonama tektonskih ploča, zbog napona koji su posledica pritisaka duž granica ploča
  - Kada naponi u kontaktu između tektoskih ploča izazvani njihovim relativnim pomeranjem postanu veći od nosivosti materijala u rasednoj zoni dolazi do proklizavanja jednog bloka u odnosu na drugi
  - Kod zemljotresa dolazi do pucanja stenske mase na većoj dužini pa se seizmički talasi ne prostiru samo od hipocentra već od čitavog područja raseda, pa je udaljenost od raseda važan podatak kao i udaljenost od hipocentra ili epicentra

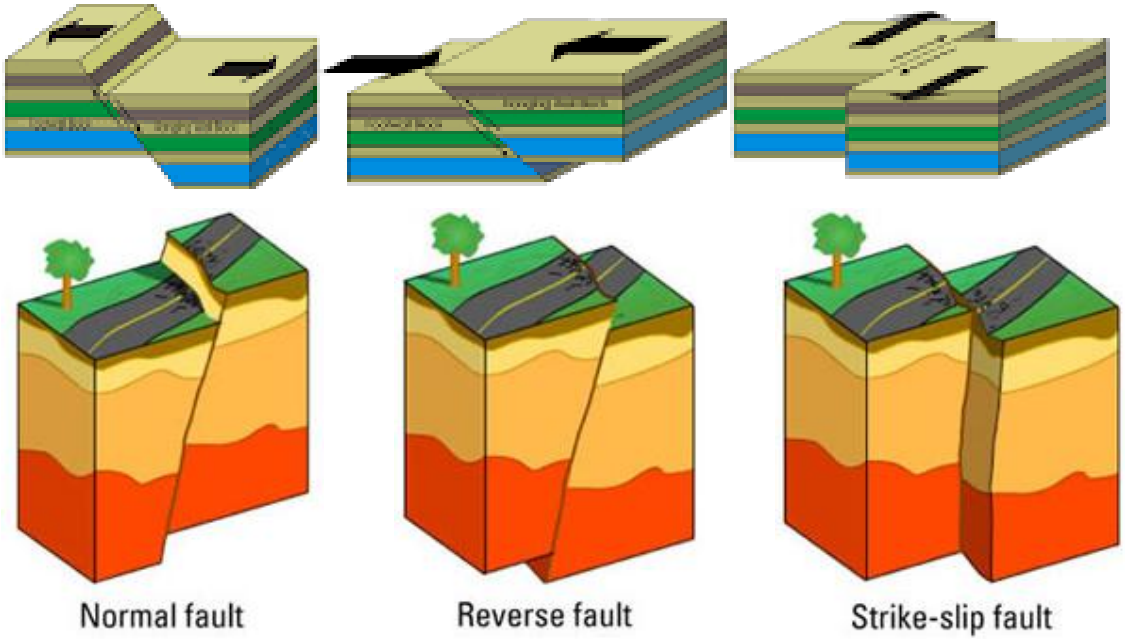
Seizmički hazard

- **Nastananak zemljotresa**
  - Osnovni tipovi raseda

<u>Normalni rased</u>
Aktivni blok se „spušta“ niz drugi blok

<u>Reversni rased</u>
Aktivni blok se „penje“ niz drugi blok

<u>Horizontalni rased</u>
Smicanje jednog bloka u odnosu na drugi

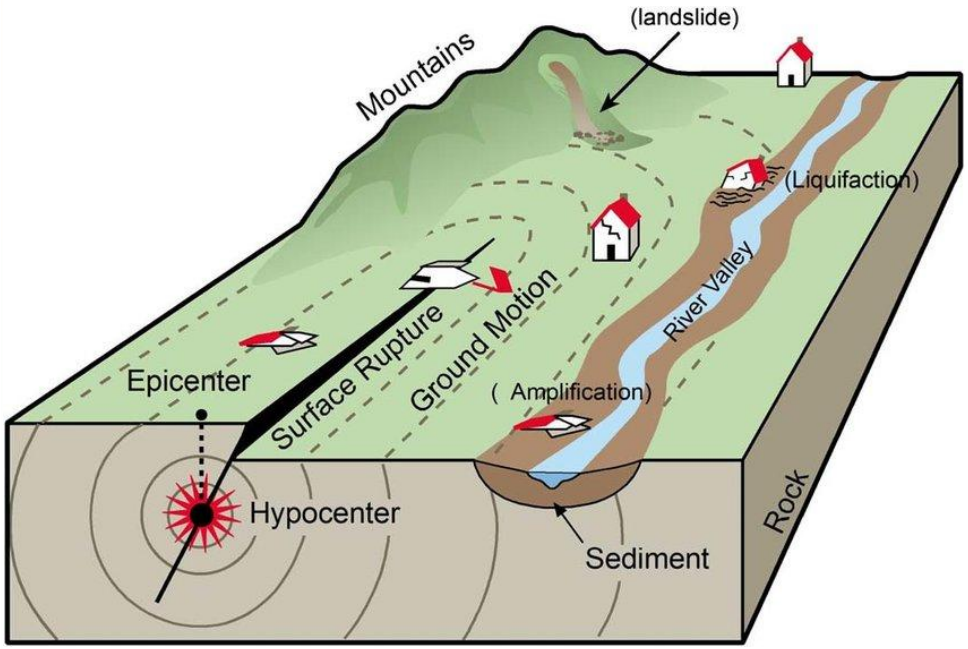


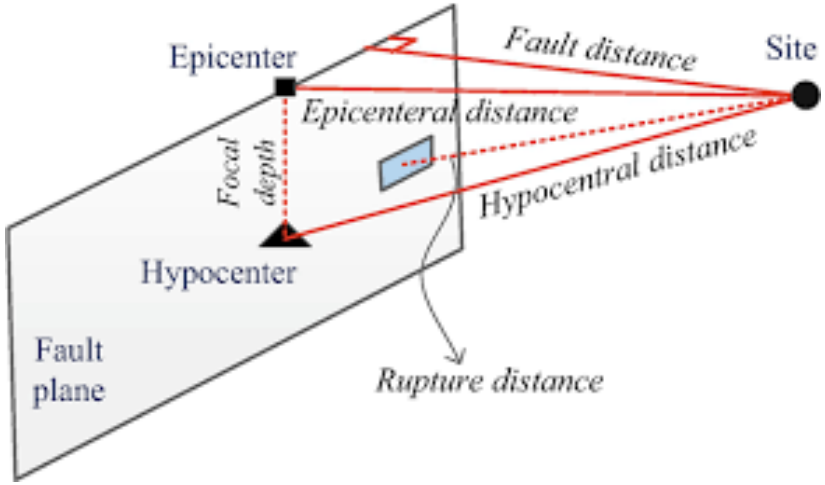
San Andreas Fault



Seizmički hazard

- **Nastananak zemljotresa**
  - Mesto na rasedu gde počinje proklizavanje i gde nastaju seizmički talasi naziva se hipocentar (fokus) ili žarište zeljotresa
  - Vertikalna projekcija žarišta na površinu tla naziva se epicentar





Seizmički hazard

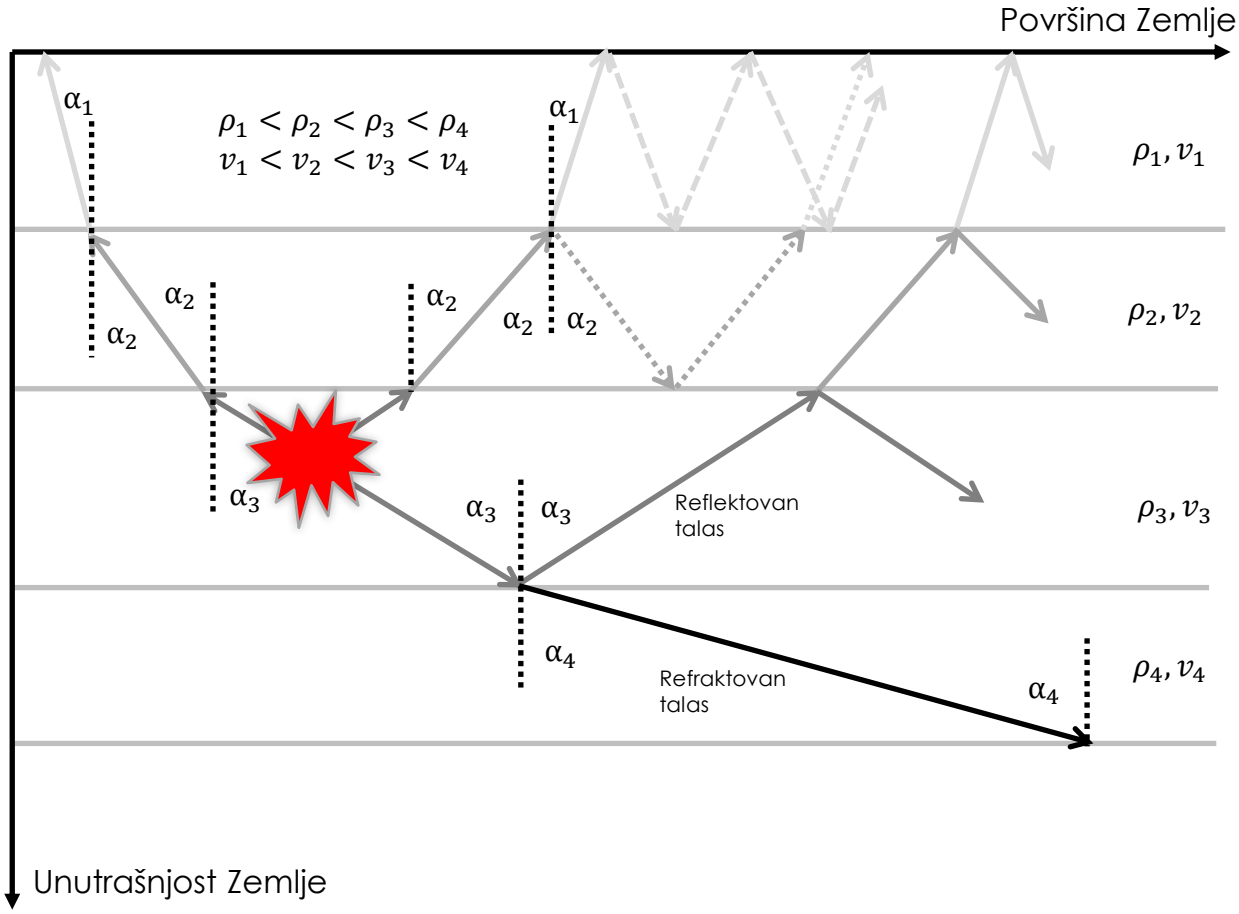
- **Nastananak zemljotresa**
  - Podela zemljotresa po dubini žarišta
    - Plitki zemljotresi
      - Žarišne dubine do ~70 km (žarište se obično nalazi u Zemljinoj kori)
    - Srednje duboki zemljotresi
      - Žarišne dubine od ~70 km do ~300 km
    - Duboki zemljotresi
      - Žarište se nalazi na dubina većim od ~300 km
  - Najčešći tektonski zemljotresi spadaju u grupu plitkih

Seizmički hazard

- **Seizmički talasi**
  - Deo potencijalne energije u zoni raseda u trenutku pucanja stenskih masa pretvara se u kinetičku energiju koja se prostire u vidu seizmičkih talasa i širi od raseda u okolinu
  - Iz žarišta zemljotresa prvo se prostiru u unutrašnjosti Zemlje u svim pravcima **zapreminski talasi**
  - Ako bi gustina Zemlje bila svuda ista seizmički talasi bi se prostirali pravolinijski, međutim kako gustina materijala raste sa dubinom dolazi do zakrivljenja putanje seizmičkih talasa
  - Kada talasi pod nekim uglom stignu do granice između dva sloja dolazi do refleksije (odbijanja) i refrakcije (prelamanja)
  - Refleksija se odvija pod istim uglom pod kojim talasi dolaze
  - Odnos ugla pod kojim stiže i pod kojim se dalje prostire refraktovani talas jednak je odnosu brzina ulaznog i refraktovanog talasa (Snell-ov zakon)

Seizmički hazard

- **Seizmički talasi**



$$\frac{sin\alpha_i}{sin\alpha_{i+1}} = \frac{v_i}{v_{i+1}}$$

Seizmički hazard

- **Seizmički talasi**
  - **Zapreminski talasi mogu biti**
    - **1. P-talasi**
      - Primarni talasi (longitudinalni ili podužni) su najbrži i prvi stižu na posmatranu lokaciju
      - Čestice osciluju u pravcu prostiranja talasa
      - Brzina prostiranja:

$$v_p = \sqrt{\frac{E}{\rho} * \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}}$$

    - **2. S-talasi**
      - Sekundarni talasi (transverzalni ili poprečni ili smičući)
      - Čestice osciluju upravno na pravac prostiranja talasa (u horizontalnoj i vertikalnoj ravni)
      - Drugi po redu stižu na posmatranu lokaciju
      - Prolaze kroz medijume koji imaju čvrstoću na smicanje
      - Brzina prostiranja:

$$v_s = \sqrt{\frac{E}{\rho} * \frac{1}{2(1+\nu)}}$$

Seizmički hazard

- **Seizmički talasi**
  - Interakcijom zapreminskih talasa i njihovim „zarobljavanjem“ u površinskim slojevima zemljine kore energija zemljotresa se prenosi u vidu površinskih talasa koji mogu biti:
    - **3. Love-ovi talasi**
      - Prostiru se u horizontalnoj ravni
      - Sporiji su od P i S talasa ali su malo brži od Rayleigh-ovih talasa
    - **4. Rayleigh-ovi talasi**
      - Prostiru se u vertikalnoj ravni na tzv. retrogradan način (suprotno od smera obrtanja kazaljke na satu) po elipsastim putanjama
      - Najsporiji talasi
      - Brzina im je manja od brzine smičućih talasa (90% od v_s)
      - Često najdestruktivniji za građevinske objekte
      - Brzina prostiranja:

$$v_R = v_s * \frac{0{,}862 + 1{,}14\nu}{1 + \nu}$$

  - Kakteristike seizmičkih talasa se menjaju na većim udaljenostima od epicentra i dolazi do separacije P-, S- i površinskih talasa

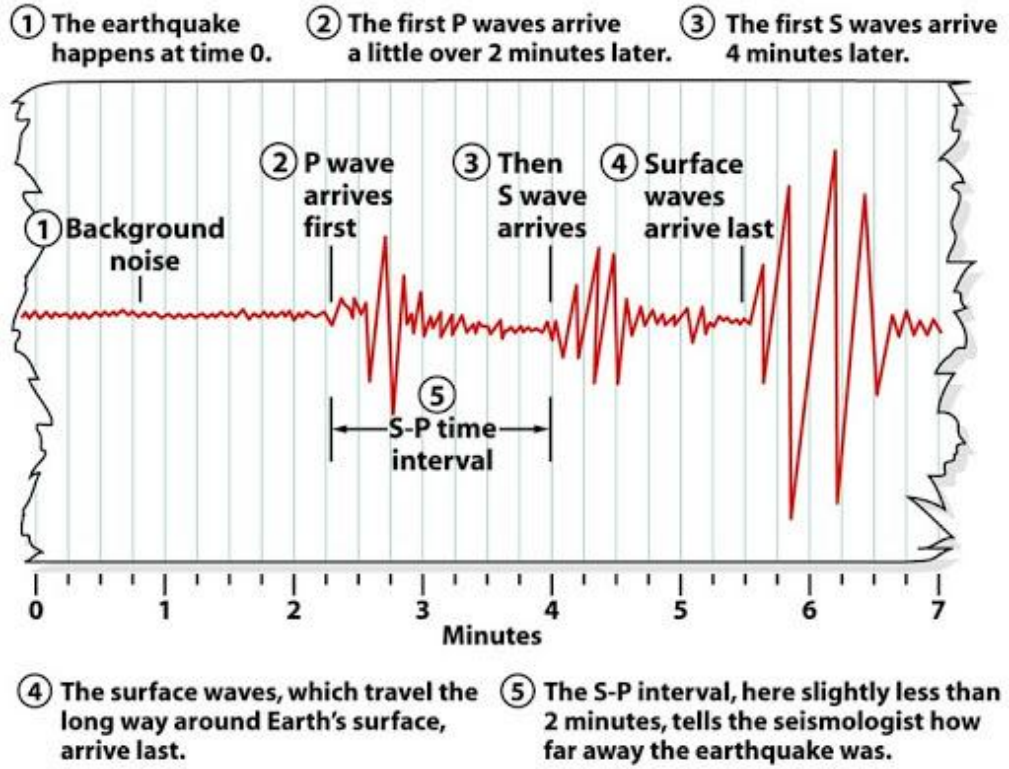
Seizmički hazard

- **Seizmički talasi**

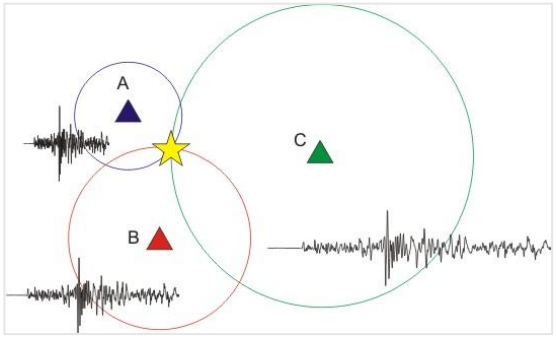
Материјал	v_p (m/s)	v_s (m/s)	Густина, ρ (g/cm^3)
Облуци, лес	300-700	100-300	1.7-2.4
Суви пескови	400-1200	100-500	1.5-1.7
Мокри пескови	1500-2000	400-600	1.9-2.1
Засићени шкриљци и глине	1100-2500	200-800	2.0-2.4
Лапорац	2000-3000	750-1500	2.1-2.6
Порозни и засићени пешчари	2000-3500	800-1800	2.1-2.4
Кречњак	3500-6000	2000-3300	2.4-2.7
Гранит	4500-6000	2500-3300	2.5-2.7
Базалт	5000-6000	2800-3400	2.7-3.1
Гнајс	4400-5200	2700-3200	2.5-2.7

Seizmički hazard

- **Seizmički talasi**
  - Na osnovu v_p i v_s iz seizmograma (snimljen seizmografom) može da se proceni hipocentralno (epicentralno) rastojanje, a kombinacijom više merenja na različitim lokacijama može da se odredi i položaj

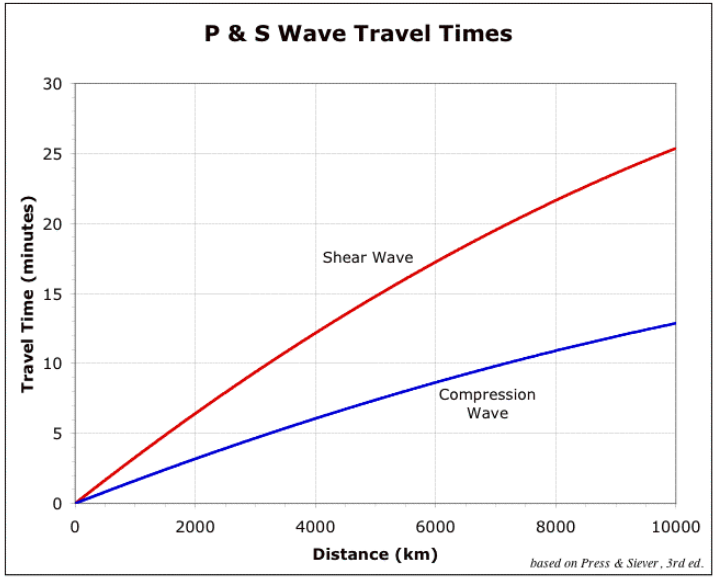


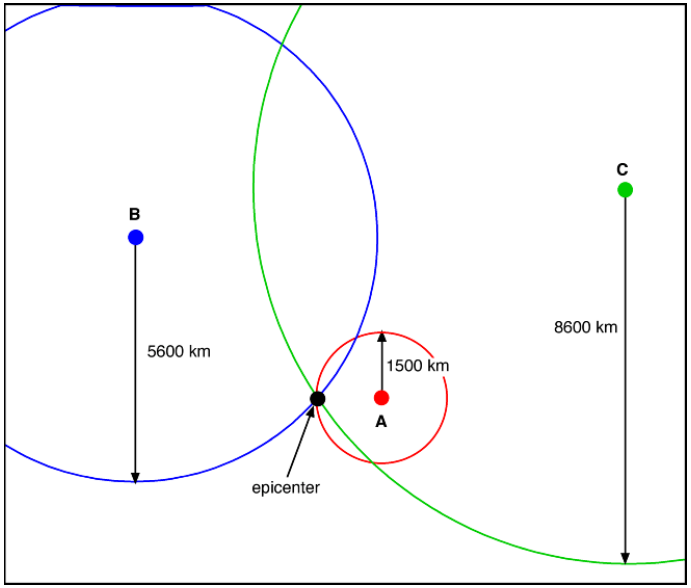
Seizmički hazard



- **Seizmički talasi**
  - Na osnovu v_p i v_s iz seizmograma (snimljen seizmografom) može da se proceni hipocentralno (epicentralno) rastojanje, a kombinacijom više merenja na različitim lokacijama može da se odredi i položaj

$$t_p = \frac{D}{v_p} \qquad t_s = \frac{D}{v_s} \qquad t_s - t_p = \frac{D}{v_s} - \frac{D}{v_p} = D\frac{v_p - v_s}{v_s v_p} \qquad D = \left(t_s - t_p\right)\frac{v_s v_p}{v_p - v_s}$$

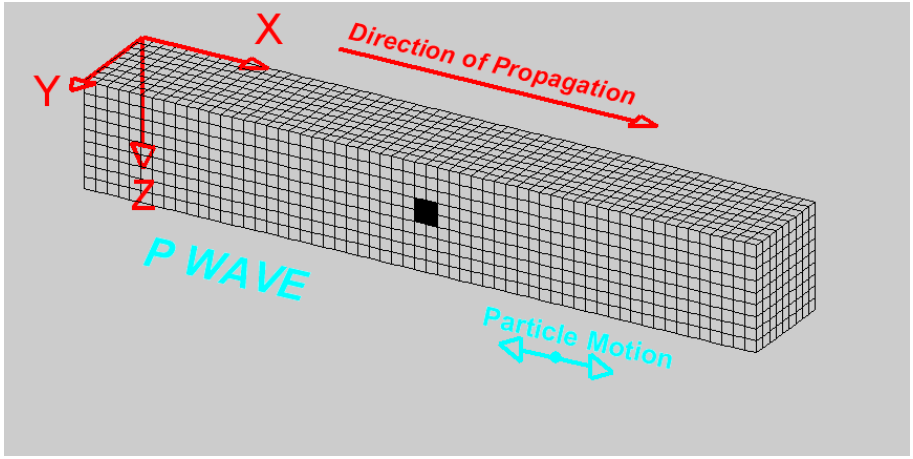


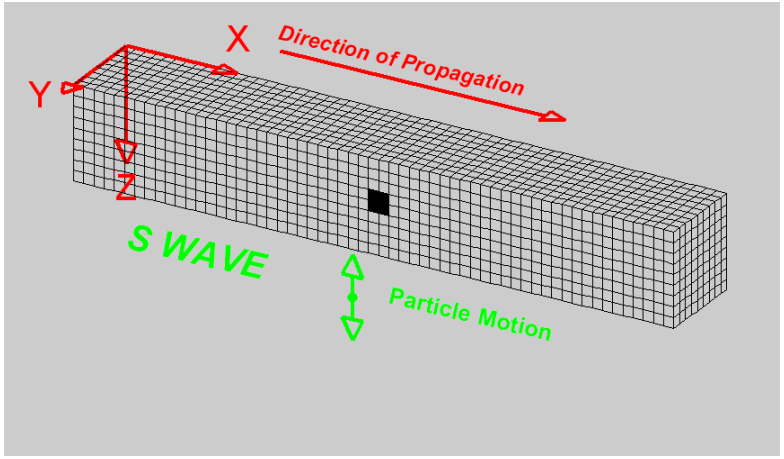


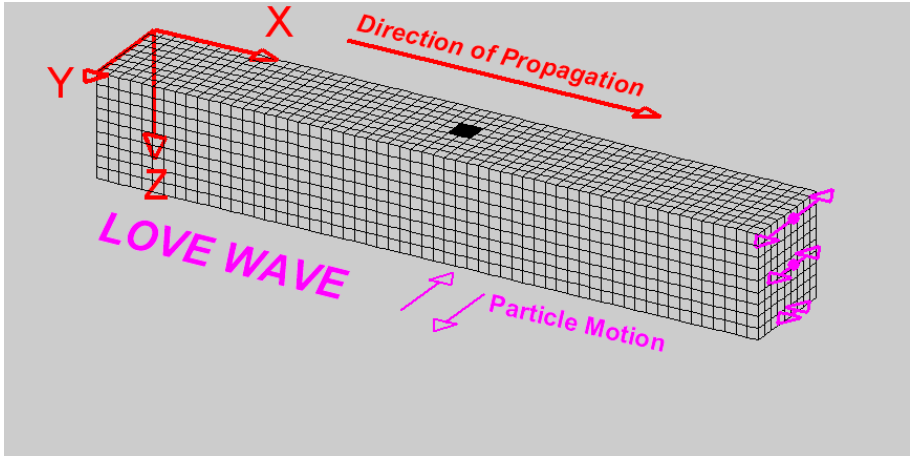
Potrebna su nam merenja sa najmanje tri stanice da bismo pronašli hipocentar (epicentar). Presek krugova čiji je poluprečnik jednak udaljenosti daje hipocentar (epicentar).

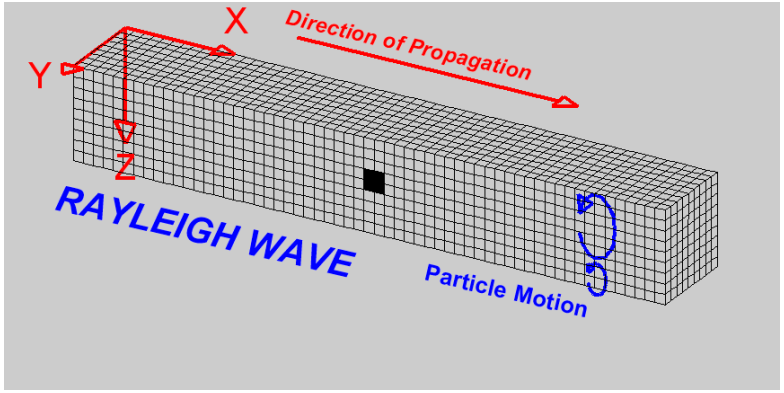
Seizmički hazard

- **Seizmički talasi**



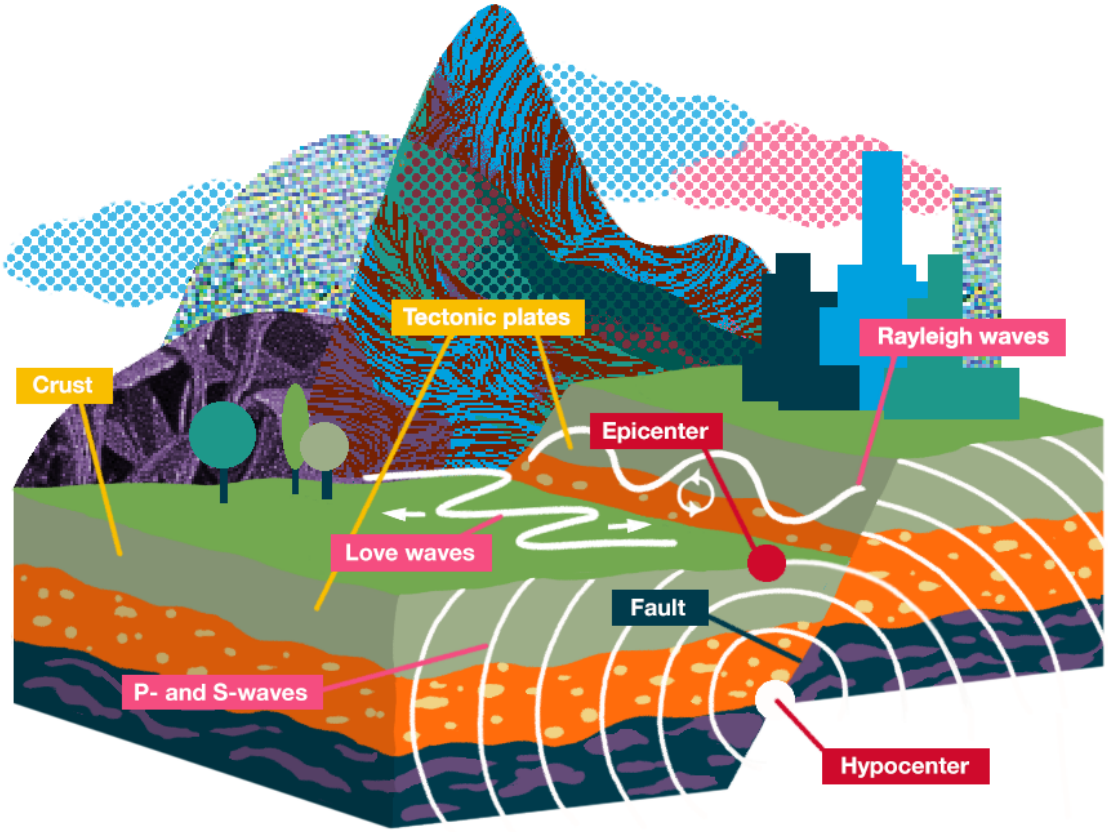






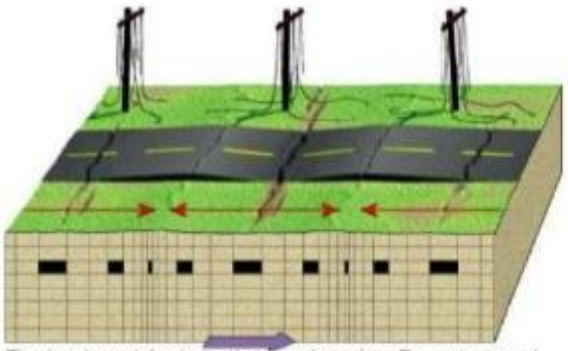
Seizmički hazard

- **Seizmički talasi**
  - Najveći uticaj na građevinske objekte imaju S-talasi. Što im je brzina veća to je u seizmičkom pogledu takvo tlo pogodnije za građevinsku aktivnost

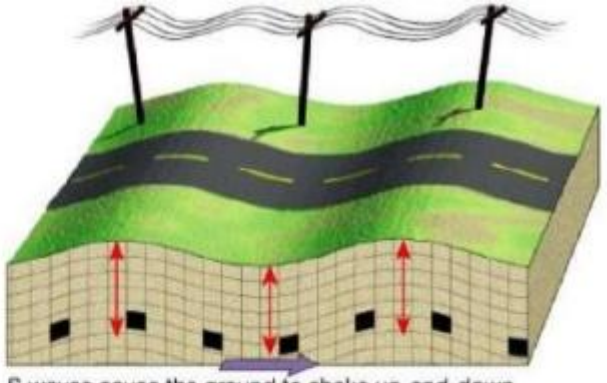


Seizmički hazard

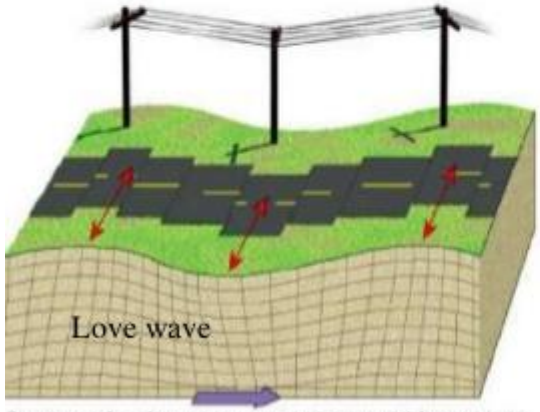
- **Seizmički talasi**



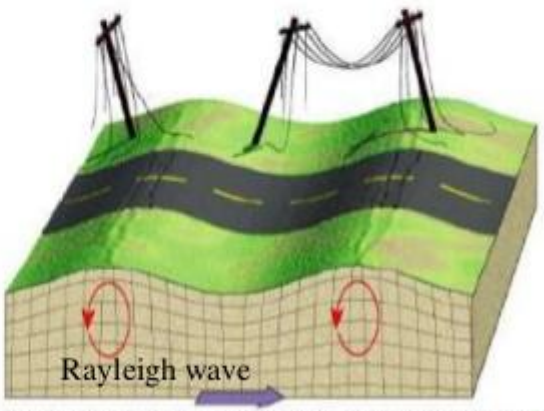
The back-and-forth motion produced as P waves travel along the surface can cause the ground to buckle and fracture.



S waves cause the ground to shake up-and-down and sideways.



One type of surface wave moves the ground from side to side and can damage the foundations of buildings.



Another type of surface wave travels along Earth's surface much like rolling ocean waves. The arrows show the movement of rock as the wave passes. The motion follows the shape of an ellipse

21

Seizmički hazard

- **Jačina zemljotresa**
  - Zavisi od količine energije koja se oslobodi u žarištu zemljotresa
  - **Magnituda zemljotresa**
    - Kvantitativna relativna mera količine oslobođene energije
    - Bezdimenzionalni broj na skali od 1 do 10
    - Ne zavisi od lokacije gde se meri jačina kretanja tla (ne zavisi od dubine hipocentra, ni od rastojanja od žarišta, ni od lokalnih geoloških uslova)
    - Postoje različite magnitude u seizmičkom inženjerstvu

Seizmički hazard

- **Jačina zemljotresa**
  - **Rihterova magnituda M_L**
    - Naziva se i lokalna magnituda, a definisana je 1935. (Charls Richter)
    - Određuje se na osnovu maksimalne amplitude pomeranja A izmerene pomoću standardnog Wood-Anderson-ovog seizmometra

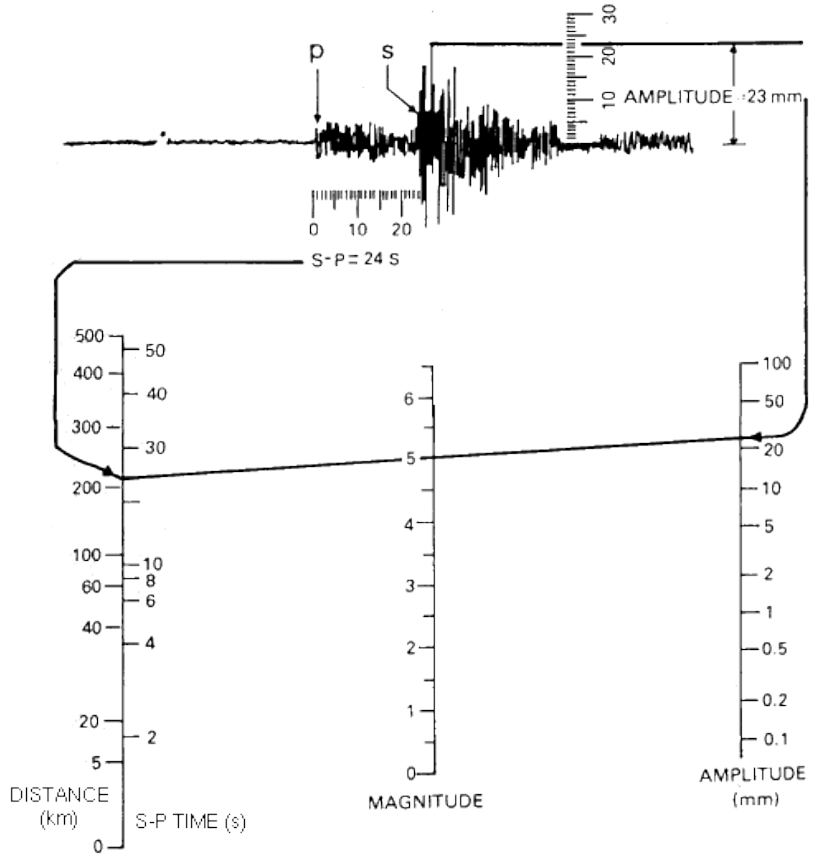
$$\mathrm{M}_L = \log\left(\frac{A}{\mathrm{A}_0}\right) + \mathrm{S} = \log A - \log \mathrm{A}_0 + \mathrm{S}$$

      - A_0 – korekcioni faktor koji zavisi od epicentralnog rastojanja
      - S – koeficijent kojim se uzimaju u obzir lokalni geološki uslovi
    - Pomeranje na rastojanju od 100 km koje zabeleži Wood-Anderson-ov seizmometar bi za nultu magnitudu trebalo da iznosi A = 0,001 mm
    - Period oscilovanja Wood-Anderson-ovog seizmometra iznosi 0,8 s pa će zbog toga uređaj najbolje zabeležiti talasne komponente sa periodom oscilovanja oko 0,8 s, a ovo su periodi oscilovanja često najvažnji za projektovanje građevinskih konstrukcija

Seizmički hazard

- **Jačina zemljotresa**
  - **Rihterova magnituda M_L**
    - Pošto su seizmometri često locirani na rastojanjima različitim od 100 km i nisu standardnog tipa potrebno je magnitudu prevesti na Richter-ovu. S obzirom na to da su ova preračunavanja približna kao i zbog toga što se seizmički talasi različito šire u različitim pravcima magnitude istog zemjotresa mogu biti različite za različite seizmološke stanice (npr. variraju i do 0,5, a to značajno menja procenu za ukupnu energiju oslobođenu u žarištu zemljotresa)

Prvo se amplituda površinskog talasa meri na seizmogramu koji je snimio Wood-Anderson-ov seizmometar, a zatim se upoređuje sa udaljenošću od zemljotresa ili vremenom S-P, što je vremenski period između dolaska P-talasa i S-talasa, da bi dobili magnitudu



Seizmički hazard

- **Jačina zemljotresa**
  - **Magnituda površinskih talasa M_S**
    - Definisana 1936. (Gutenberg i Richter), odnosno 1945. (Gutenberg)
    - Cilj je preciznija ocena jačine plitkih zemljotresa (dubine < od 60 km) koji su previše jaki ili na prevelikom rastojanju da bi se koristila M_L

$$\mathrm{M}_S = \log A + C_1 \log\Delta + C_2 \qquad \text{ili} \qquad \mathrm{M}_S = \log\left(\frac{A}{T}\right) + C_3 \log\Delta + C_4$$

      - A – maksimalna amplituda površinskih talasa za komponente sa periodima oscilovanja od približno 20 s
      - Δ – epicentralno rastojanje
      - T – period oscilovanja površinskih talasa
      - C_1 - C_4 – dodatni korekcioni faktori
    - Ne zavisi od tipa instrumenta
    - Do magnitude 6, M_L i M_S približno su jednake, a za veće magnitude M_S se uvećava u odnosu na M_L

Seizmički hazard

- **Jačina zemljotresa**
  - **Magnituda zapreminskih talasa m_b**
    - Definisana 1945. (Gutenberg)), odnosno 1954. (Gutenberg i Richter)
    - Cilj je preciznija ocena jačine dubokih zemljotresa,
    - Određuje se na osnovu maksimalne amplitude pomeranja zapreminskih seizmičkih talasa

$$\mathrm{m}_b = \log\left(\frac{A}{T}\right) + \mathrm{Q}(\Delta, h) + C$$

      - A – maksimalna amplituda površinskih talasa za komponente sa periodima oscilovanja od približno 20 s
      - Δ – epicentralno rastojanje
      - T – period oscilovanja površinskih talasa
      - h – hipocentralna dubina
      - Q – korekcioni faktor za ubuhvatanje nelinearne veze između $\log(A/T)$ i rastojanja od žarišta
      - C – dodatni korekcioni faktor
    - m_b se dobija merenjem prvih nekoliko sekundi kretanja tla
    - Veza m_b i M_S: $\mathrm{m}_b = 0{,}63\mathrm{M}_S + 2{,}5$ (Bolt, 1978.) i $\mathrm{m}_b = 0{,}56\mathrm{M}_S + 2{,}43$ (Ribarič, 1984.)
    - m_b i M_S za magnitudu 6,75, su jednake (za > 6,75: $\mathrm{m}_b < \mathrm{M}_S$; za < 6,75: $\mathrm{m}_b > \mathrm{M}_S$)

Seizmički hazard

- **Jačina zemljotresa**
  - **Moment magnituda $\mathbf{M = M_w}$**
    - Određuje se na osnovu seizmičkog momenta M_0 (proizvod čvstoće stene, konačnog pomeranja raseda i površine raseda)

$$M_0 = \mu D A$$

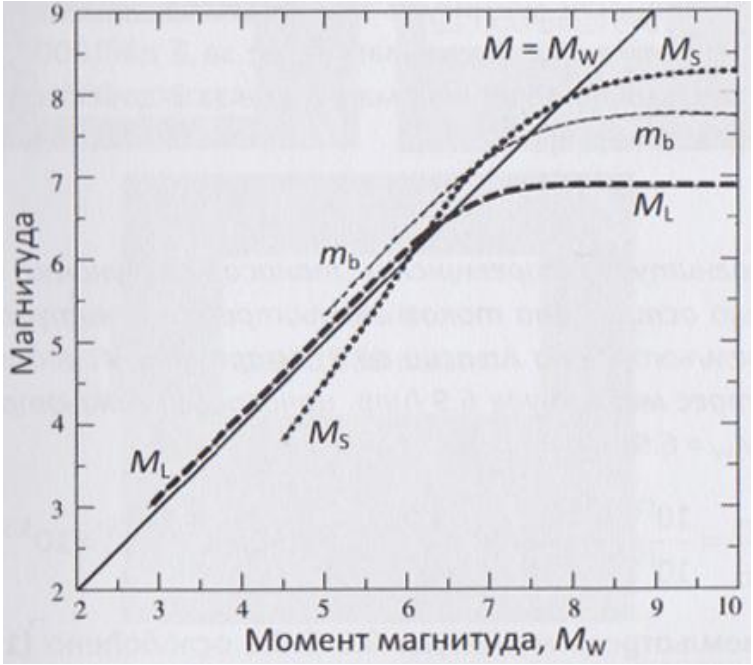
      - μ – čvstoća (modul smicanja) lokalnog stenskog materijala
      - D – srednje pomeranje raseda
      - A – površina raseda
      - M_0 je dobra mera za ukupnu količinu oslobođene seizmičke energije

$$M_w = 0{,}67 \log M_0 - 10{,}73$$

      - M_0 – unosi se u jedinicama dyne·cm (10^{-7} N·m; 1 dyn = 10^{-5} N)

Seizmički hazard

- **Jačina zemljotresa**
  - Moment magnituda M_w je bolja mera za ukupnu oslobođenu seizmičku energiju u žarištu od M_L, M_S i m_b
  - Za procenu dela oslobođene energije koji može da izazove štete na građevinskim objektima na strani sigurnosti je da se koriste M_L za slabije zemljotrese i M_S za jače zemljotrese



Seizmički hazard

- **Jačina zemljotresa**
  - **Dužine raseda L**
    - Oslobođena energija je u vezi sa dužinom raseda
    - Velika energija kod zemljotresa velikih magnituda oslobađa se na velikoj dužini raseda i zbog toga uticaj zemljotresa obuhvata veću teritoriju
    - Ribarič (1984.)

$$\log L = 0{,}5M - 2 \qquad L = 10^{(0{,}5M-2)}$$

      - *L* se meri u km
    - Hausner (1970.)

M	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	8,8
L [km]	3,4	5,5	8	14	40	110	300	850	1600

Seizmički hazard

- **Jačina zemljotresa**
  - **Energija zemljotresa E_S**
    - Veći deo energije koja se oslobodi kod zemljotresa iskoristi se za rušenje stenskih masa i njihovo pomeranje u blizini raseda, kao i za stvaranje toplote
    - Manji deo oslobođene energije se širi u vidu seizmičkih talasa koji prouzrokuju kretanje tla i štetu na konstrukcijama. Ovaj deo energije naziva se seizmička energija (energija seizmičkih talasa)
    - Veze magnitude i energije zemljotresa

$$\log E_S = 11{,}8 + 1{,}5\mathrm{M}_S$$

$$\log E_S = 5{,}8 + 2{,}4\mathrm{m}_b$$

$$\log E_S = 12 + 1{,}8\mathrm{M}_L$$

    - E_S - se izražava u erg-ovima (1 erg = 10^7 J)

$$\log E_S = 0{,}5 * 10^4 M_0$$

Seizmički hazard

- **Jačina zemljotresa**
  - **Energija zemljotresa**
    - Ako se porede dva zemljotresa sa magnitudama $\mathrm{M}_{S,1}$ i $\mathrm{M}_{S,2}$ povećanje količine seizmičke energije može da se odredi na sledeći način

$$\frac{E_{S,1}}{E_{S,2}} = \frac{10^{(11{,}8+1{,}5\mathrm{M}_{S,1})}}{10^{(11{,}8+1{,}5\mathrm{M}_{S,2})}} = 10^{1{,}5(\mathrm{M}_{S,1}-\mathrm{M}_{S,2})}$$

    - Ako se magnituda poveća za 1 dolazi do ~32 puta većeg oslobađanja energije

Seizmički hazard

- **Jačina zemljotresa**
  - **Makroseizmički intenzitet (intenzitet zemljotresa I)**
    - Izražava uticaj zemljotresa na datoj lokaciji na ljude, građevinske objekte, tlo, predmete, prirodu, itd.
    - **Postoji više skala intenziteta a neke od njih su**
      - **MCS (Mercalli-Cancani-Sieberg)**
      - **MM ili MMI (Modifikovana Mercalli-eva)**
      - **MSK-64 (Medvedev-Sponheuer-Karnik)**
      - **EMS-98 (Evropska Makroseizmička Skala)**
    - Sve nabrojane skale intenziteta imaju po 12 stepeni
    - Skale intenziteta su opisne i tekstualno izražavaju efekte zemljotresa na Zemljinoj površini
    - Intenzitet zemljotresa na nekoj lokaciji prvenstveno zavisi od magnitude (veća magnituda veći intenzitet), rastojanja od hipocentra (obično opada sa rastojanjem), lokalnog tla i duboke geologije

Seizmički hazard

- **Jačina zemljotresa**
  - **Makroseizmički intenzitet (intenzitet zemljotresa I)**
    - **EMS-98 – Evropska Makroseizmička Skala**

I	Ne osecaju ga ljudi, registruju ga samo seizmografi.
II	Reaguju samo vrlo osetljive osobe u stanju mirovanja.
III	Oseti ga vise ljudi u unutrasnjosti zgrada.
IV	U kucama ga oseti veci dio stanovnika, a na otvorenom samo pojedinci. Posuđe i prozori zveckaju. Pojedinci se bude iz sna.
V	Osete ga mnogi i na otvorenom prostoru. Predmeti koji slobodno vise, zanjišu se. Kod pojedinaca izaziva manju paniku.
VI	Osete ga sve osobe i beže iz kuca. Slike padaju sa zidova. Na slabije gradjenim zgradama nastaju prva oštećenja.
VII	Nastaju rušenja delova nameštaja u stanovima. Oštećenja se javljaju i na kvalitetnijim kućama; manje pukotine na zidovima. Ruše se delovi dimnjaka na kućama, padaju crepovi. Na slabijim objektima su moguća veća oštećenja.
VIII	Većina ljudi otežano ostaju na nogama. Javljaju se oštećenja na 25% kuća, neke slabije se ruše. U vlažnom tlu i na padinama javljaju se manje pukotine.
IX	Opšta panika. Oko 50% kuća znatno je oštećeno, mnoge se ruše, a većina je neupotrebljiva za dalje stanovanje.
X	Teška oštećenja javljaju se na oko 75% objekata, a većina njih se ruši. U tlu nastaju pukotine širine do nekoliko centimetara; Sa padina se odronjavaju stene, stvaraju se velika klizišta u tlu.
XI	Ruše se sve zidane zgrade. U tlu nastaju široke pukotine iz kojih prodire voda sa peskom i muljem. Javljaju se veliki odroni.
XII	Nijedan veštački objekat ne može da opstatne. Tlo i reljef menjaju izgled, zarušavaju se jezera, dok reke menjaju svoja korita.

Seizmički hazard

- **Jačina zemljotresa**
  - **Makroseizmički intenzitet (intenzitet zemljotresa I)**

RF	EMS-98	MCS	EMS-98	MMI 56	EMS-98	MSK	EMS-98	JMA-96	EMS-98
								0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2 or 3
2	2	2	2	2	2	2	2	2	4
3	3	3	3	3	3	3	3	3	4 or 5
4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5L	6
6	5	6	6	6	6	6	6	5U	7
7	6	7	7	7	7	7	7	6L	8
8	7 or 8	8	8	8	8	8	8	6U	9 or 10
9	9	9	9	9	9	9	9	7	11
10	*	10	10	10	10	10	10		
		11	11	11	*	11	11		
		12	*	12	*	12	*		

MCS (Mercalli-Cancani-Sieberg)

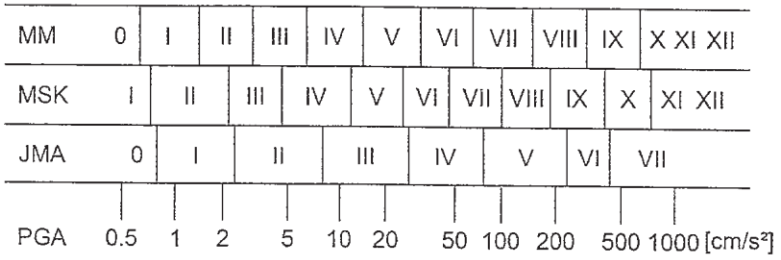
MM ili MMI (Modifikovana Mercalli-eva)

MSK-64 (Medvedev-Sponheuer-Karnik)

EMS-98 (Evropska Makroseizmička Skala)

RF - Rossi-Forel Scale (de Rossi 1883)

JMA Scale
(Japanese Meteorological Agency)



Seizmički hazard

- **Jačina zemljotresa**
  - **Empirijska veza između magnitude i intenziteta u epicentru**
    - **Procena intenziteta iz magnitude**
      - Tezcan (1962.) prosečan zemljotres sa dubinom 20 km (MM) $I = 1{,}56M - 1{,}78$
      - Prosečna dubina od oko 10 km na području bivše SFRJ
        - Ribarič (1982.) $I = 1{,}52M - 0{,}15$
        - Sikošek (1986.) $I = 1{,}5M - 0{,}5$

I	Tezcan, M	Ribarič, M	Sikošek, M	M_{sr}
6	4,99	4,05	4,33	4,46
7	5,63	4,70	5,00	5,11
8	6,27	5,36	5,67	5,77
9	6,91	6,02	6,33	6,42

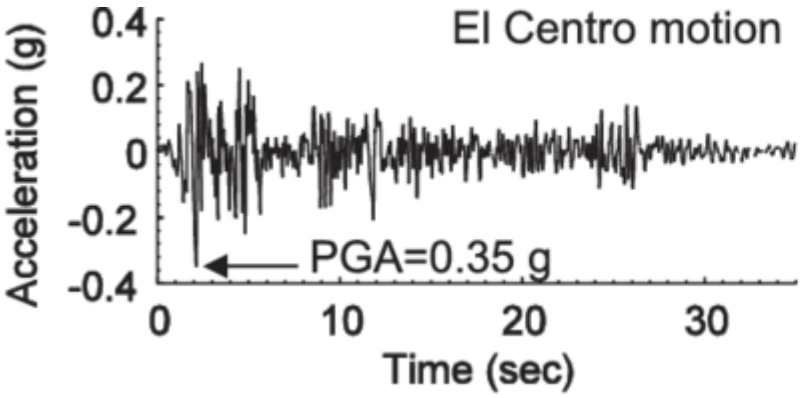
    - **Brza inženjerska procena**
      - Plitki i umereno jaki zemljotresi (M=4-6) imaju intenzitet u epicentralnoj zoni približno M+2

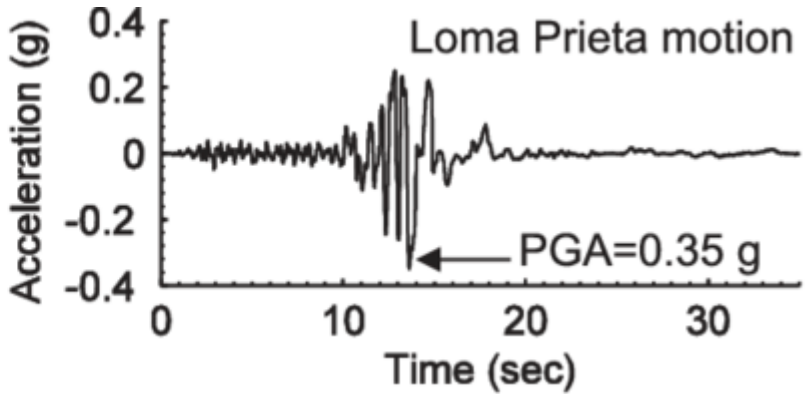
Seizmički hazard

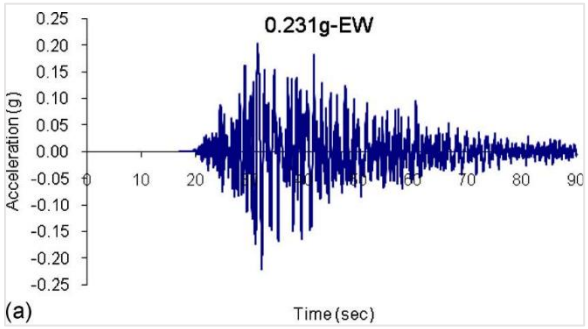
- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Maksimalno ubrzanje tla**
    - Maksimalna vrednost ubrzanja tla u horizontalnom (i vertikalnom) pravcu za celokupno vreme trajanja zemljotresa
    - Obeležavanje: a ili a_t ili PGA (engl. „Peak Ground Acceleration“)
    - Zemljotres deluje na konstrukciju indirektno putem pomeranja tla koje izaziva prinudno pomeranje osnove objekta
    - Kod „beskonačno“ (veoma) krutih konstrukcija (jako kratki svojstveni periodi oscilovanja, biće kasnije komentarisano) maksimalno ubrzanje mase objekta jednako je maksimalnom ubrzanju tla
    - Kod „beskonačno“ (veoma) krutih konstrukcija maksimalna inercijalna sila je jednaka proizvodu mase objekta i maksimalnog ubrzanja tla
    - S obzirom na prethodno rečene, maksimalno ubrzanje tla kod veoma krutih konstrukcija je u dobroj korelaciji sa štetom
    - Nije „najkarakterističnija“ veličina
    - „Najpopularnija“ veličina
    - Vrednost PGA nije direktno vezana za energiju kretanja tla, ne može da opiše celokupni frekventni sastav kretanja tla, nezavisi od dužine trajanja jakog kretanja tla

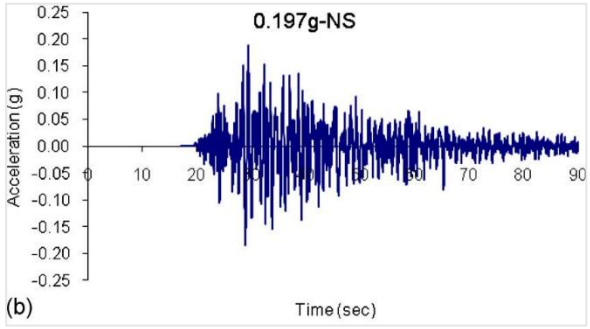
Seizmički hazard

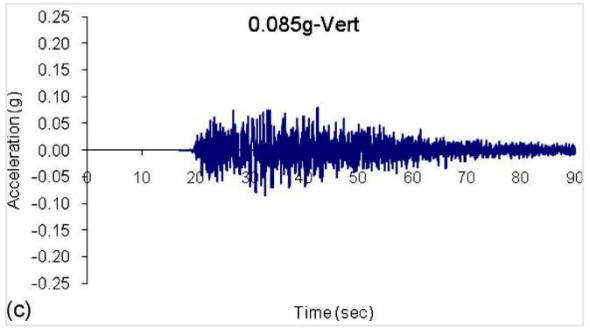
- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Maksimalno ubrzanje tla**
    - Vremenski tok ubrzanja (zapis ubrzanja ili akcelerogram)











Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Maksimalno ubrzanje tla**
    - Maksimalno horizontalno ubrzanje tla (Murphy i Obrien, 1977.) u funkciji intenziteta (MM)

$$\log(a_t) = 0{,}25I + 0{,}25$$

I	a (cm/s^2)	a/g
6	56	0,06
7	100	0,10
8	178	0,18
9	316	0,32

Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Maksimalno ubrzanje tla**
    - Maksimalno horizontalno ubrzanje tla u funkciji intenziteta (Trifunac, 1991., na bazi zabaleženih, na prostoru bivše SFRJ, vrednosti intenziteta i odgovarajućih maksimalnih ubrzanja tla)

$$\log(\mathrm{PGA}) = -0{,}079I + 0{,}29 \pm P\sigma$$

      - PGA u $\mathrm{cm/s^2}$
      - I – MCS
      - σ – standardna devijacija
      - $P = 0$ – srednja empirijska procena

MCS	PGA/g		
	-1σ	Srednja procena	+1σ
VII	0,081	0,091	0,102
VIII	0,159	0,178	0,199
IX	0,309	0,346	0,388

Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Maksimalno ubrzanje tla**
    - S obzirom na to da vrednost PGA nije direktno vezana za energiju kretanja tla u nekim analizama se koristi tzv. RMS ubrzanje (engl. Root Mean Square)

$$\mathrm{RMS} = \sqrt{\frac{1}{t_D}\int_{t_A}^{t_B} \ddot{u}_g^2 dt}$$

      - $\ddot{u}_g$ – vremenski tok ubrzanja tla
      - $t_D = t_B - t_A$ – trajanje jakog dela akcelerograma (objašnjeno kasnije)
      - t_A i t_B – početak i kraj jakog dela akcelerograma (objašnjeno kasnije)
    - Ariasov intenzitet (AI ili I_A)

$$\mathrm{AI} = \frac{\pi}{2g}\int_0^{t_{max}} \ddot{u}_g^2 dt$$

      - t_{max} – ukupno trajanje akcelerograma
      - Predstavlja potencijalnu destruktivnost zemljotresa

Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Maksimalno ubrzanje tla**
    - Mere RMS i AI su bliže energiji kretanja tla od PGA jer uzimaju u obzir vreme trajanja jakog kretanja tla ali ne uzimaju u obzir udeo različitih talasnih komponenti u ukupnom kretanju tla, tj. tzv. frekventni sastav tla
    - S obzirom na to ne mogu da „kažu“ dovoljno o ponašanju konstrukcija visokogradnje koje osciluju sa periodima većim od približno 0,1 s pa sve do nekoliko sekundi
    - U većini propisa za potrebe projektovanja uobičajenih objekata problem se rešava putem definisanja tzv. spektra odgovora

Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Maksimalno ubrzanje tla**
    - **Atenuacija talasa (opadanje amplitude)**
      - Esteve i Villaverde (1973.)

$$a_t = \frac{5600e^{0,8M}}{(R+40)^2}$$

- a_t – srednja vrednost maksimalnog horizontalnog ubrzanja u cm/s^2
- R – udaljenost posmatrane lokacije od žarišta u km
- M – magnituda

I	M_{sr}	a (cm/s^2)	a/g
6	4,46	65,62	0,07
7	5,11	110,37	0,11
8	5,77	187,14	0,19
9	6,42	314,77	0,32

Seizmički hazard

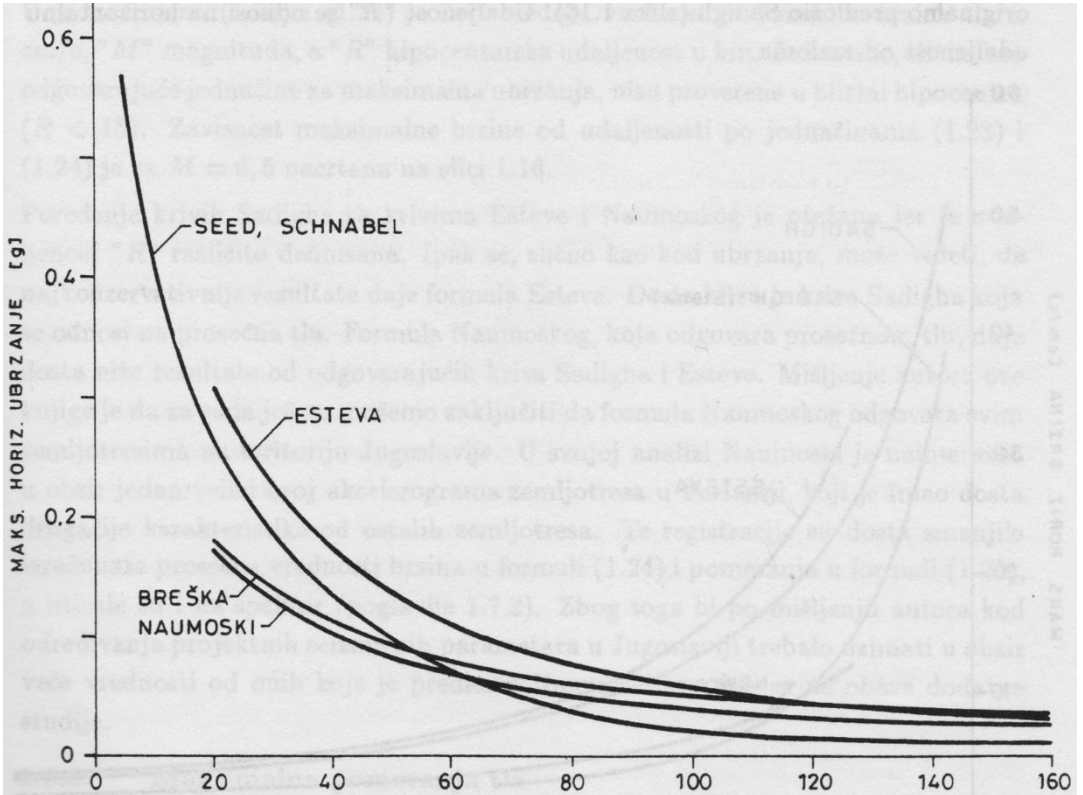
- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Maksimalno ubrzanje tla**
    - **Atenuacija**
      - Naumoski (1984.)

$$a_t = \frac{654e^{0,54M}}{(R+20)^{1,33}}$$

      - Breška (1986.)

$$a_t = \frac{26,6e^{0,91M}}{(R+20)^{1,12}}$$

Kriva Seed-a i Schnabel-a podrazumeva horizontalno rastojanje do raseda, a ostali podrazumevaju hipocentralno rastojanje



Zavisnost maksimalnih ubrzanja tla (srednje vrednosti) od udaljenosti od hipocentra (Breška, Esteva, Naumoski) i od razloma (Seed, Schnabel), $M = 6,6$

Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Maksimalna brzina tla**
    - Oštećenja najvećeg dela zgrada povezana su sa energijom, a energija zavisi od brzine (srednje krute konstrukcije, biće kasnije komentarisano)
    - Obeležavanje: v ili v_t ili PGV (engl. „Peak Ground Velocity “)
    - Veza između intenziteta (MM) i maksimalne brzine tla u cm/s (Newmark i Rosenblueth, 1971.)

$$v_t = \frac{10^{0,3I}}{14}$$

Intenzitet	7	8	9
v_t (formula) [cm/s]	9	18	36
v_t (MSK-64) [cm/s]	4 – 8	8 – 16	16 – 32
v_t (MSK-76) [cm/s]	8	16	32
v_t (MSK-78) [cm/s]	10	20	40

Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Maksimalna brzina tla**
    - **Atenuacija**
      - Esteva I Villaverde (1973.)

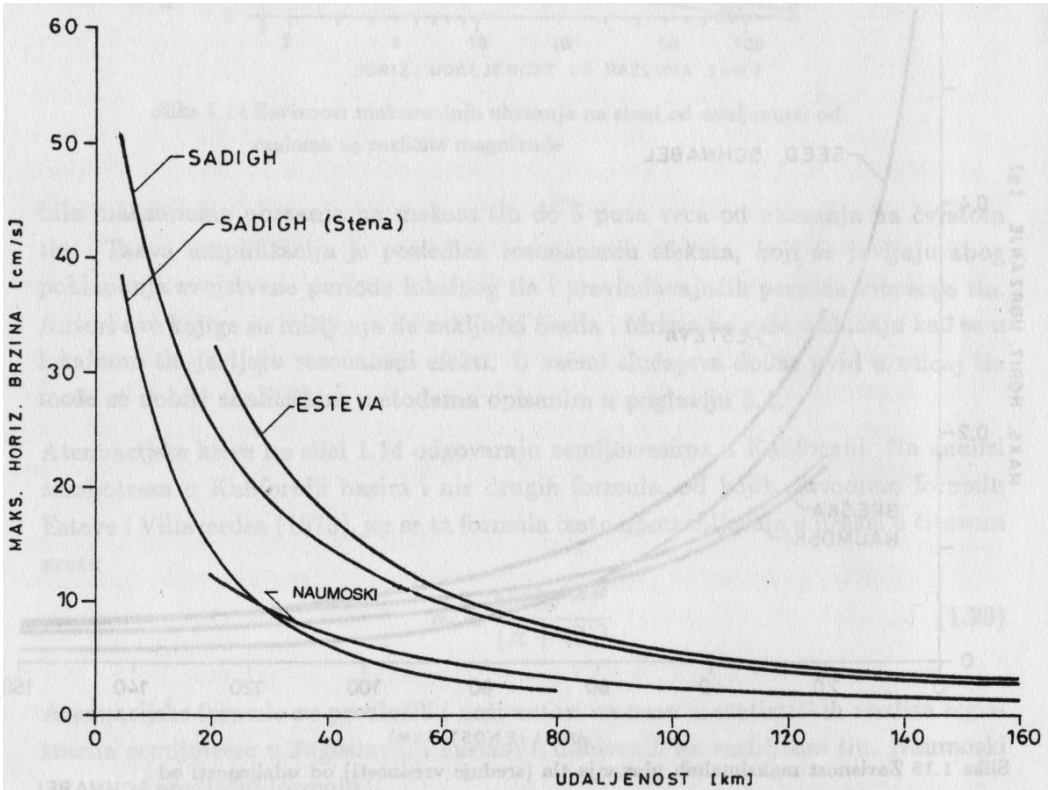
$$v_t = \frac{32e^M}{(R+25)^{1,7}}$$

      - Naumoski

$$v_t = \frac{4{,}43e^{0{,}94M}}{(R+20)^{1{,}38}}$$

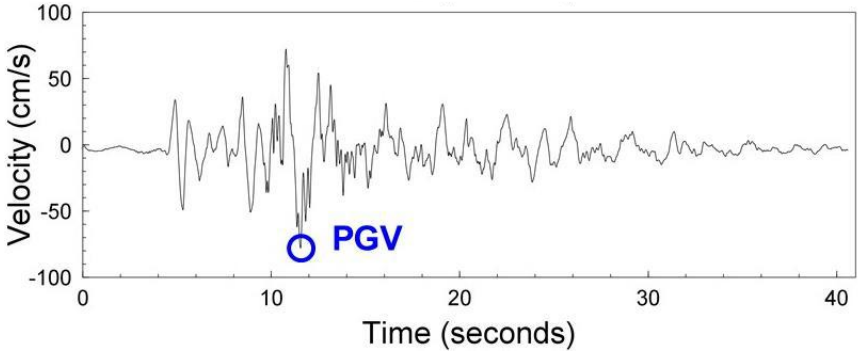
      - v_t – srednja vrednost maksimalne horizntalne bzine u cm/s
      - R – udaljenost posmatrane lokacije od žarišta u km
      - M – magnituda

Kriva Sadigh-a podrazumeva horizontalno rastojanje do raseda, a ostali podrazumevaju hipocentralno rastojanje

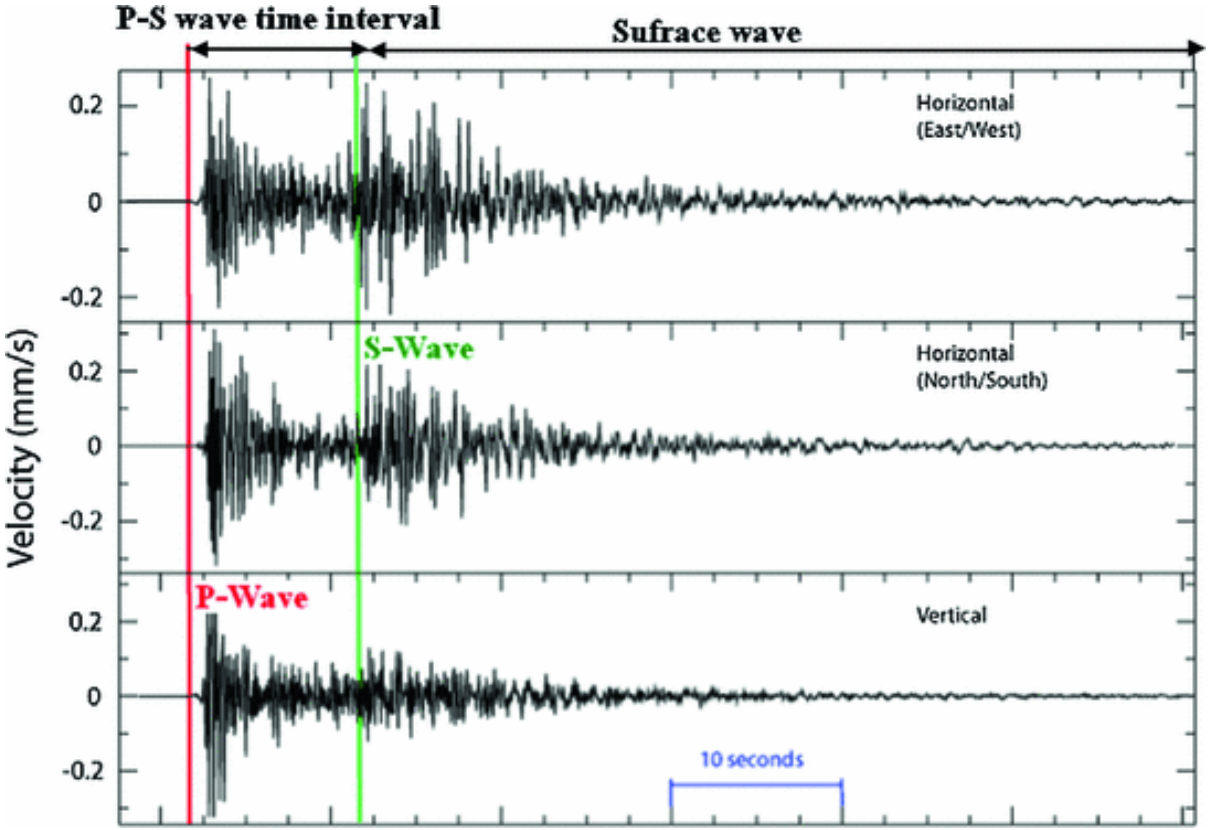


Zavisnost maksimalnih brzina tla (srednje vrednosti) od udaljenosti od hipocentra (Esteva i Naumoski) i od razloma (Sadigh), $M = 6,6$

Seizmički hazard



- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Maksimalna brzina tla**
    - Vremenski tok brzine



Seizmički hazard

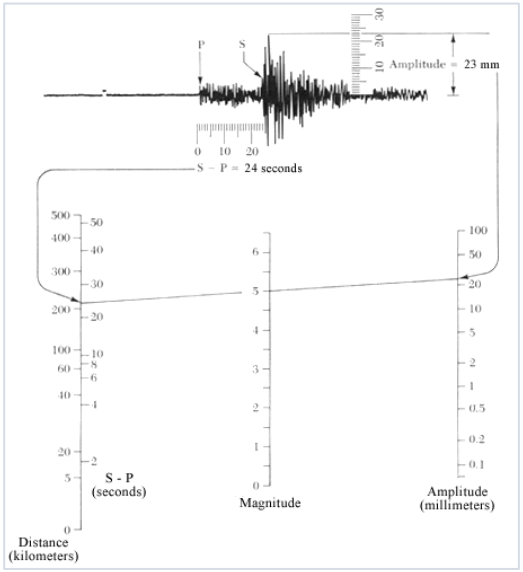
- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Maksimalno pomeranje tla**
    - Maksimalna pomeranja su značajna za fleksibilne konstrukcije (dugačke svojstvene periode; biće kasnije komentarisano)
    - Obeležavanje: d ili d_t ili PGD (engl. „Peak Ground Displacement“)
    - **Atenuacija**

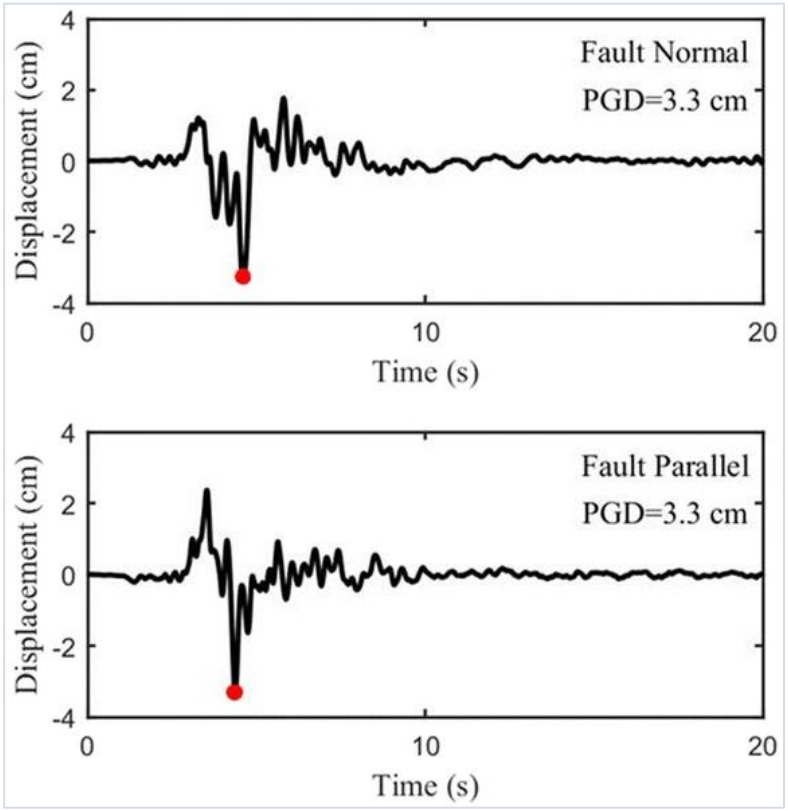
$$d_t = \frac{0{,}06e^{1{,}2M}}{(R+20)^{1{,}34}}$$

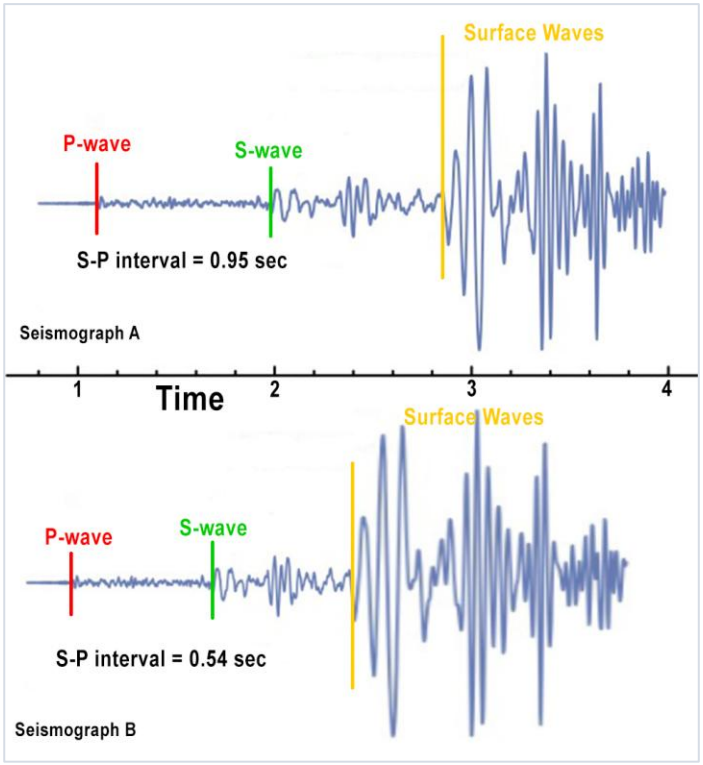
      - d_t – maksimalno pomeranje tla u cm
      - R – udaljenost posmatrane lokacije od žarišta u km
      - M – magnituda

Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Maksimalno pomeranje tla**
    - Vremenski tok pomeranja

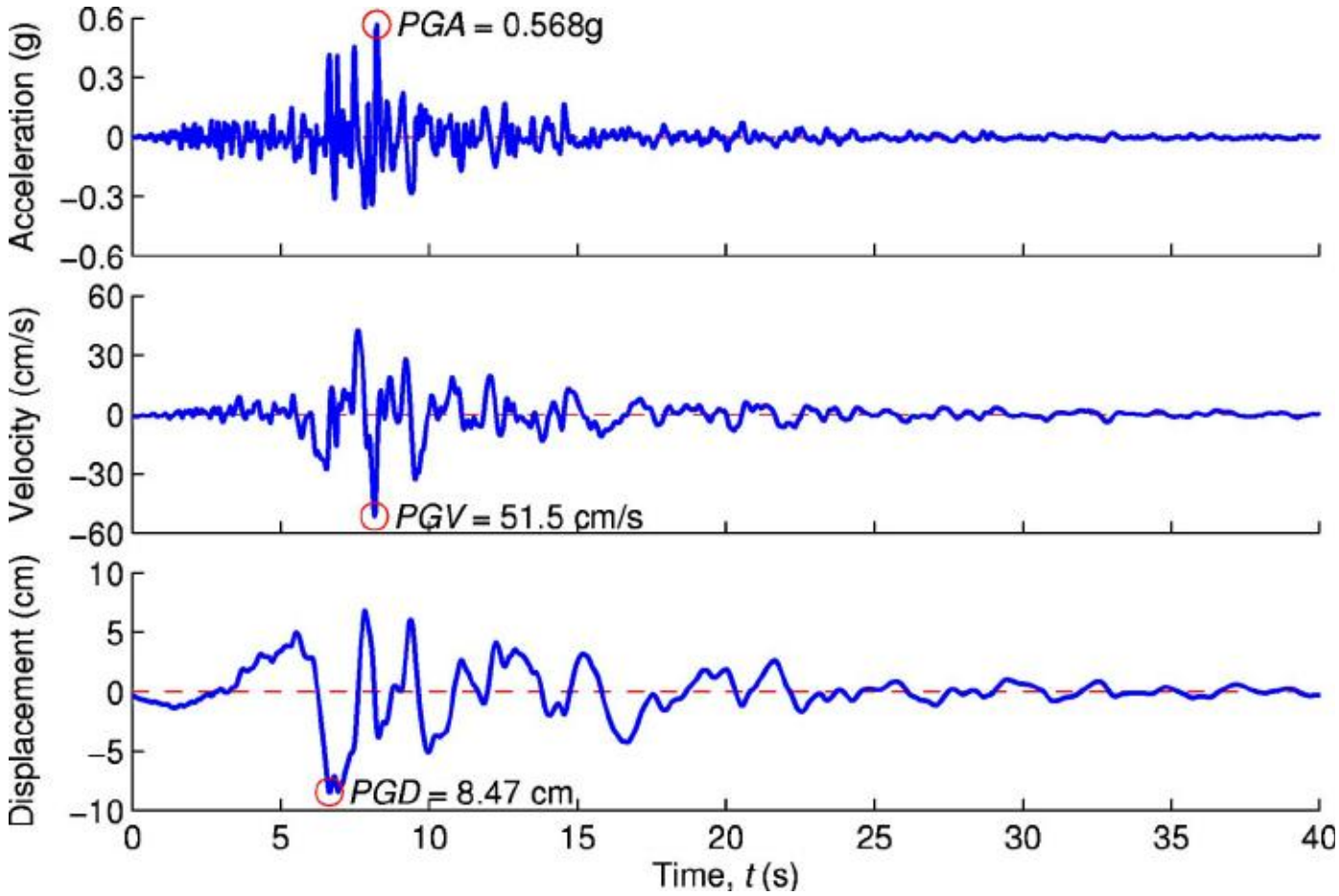






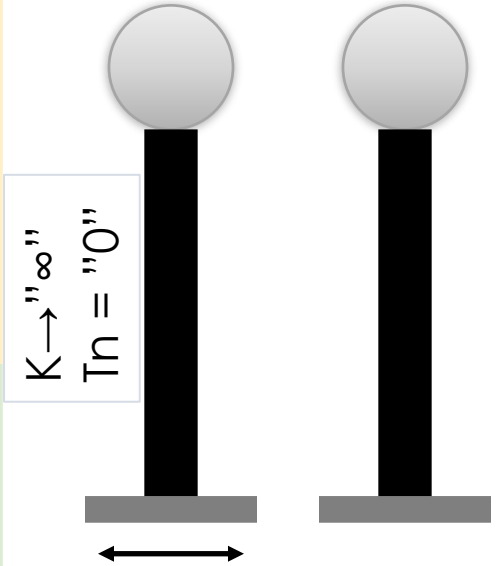
Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**

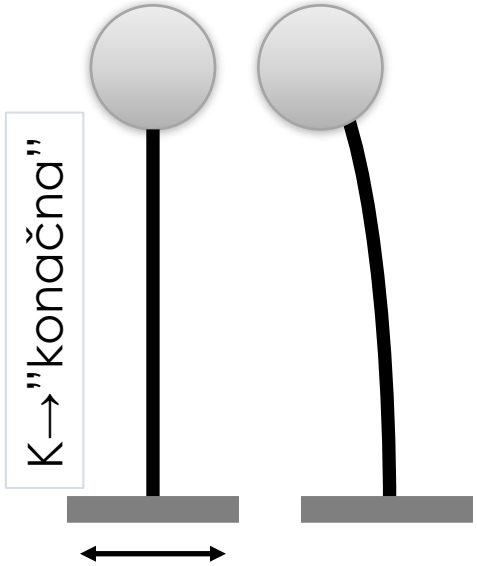


Seizmički hazard

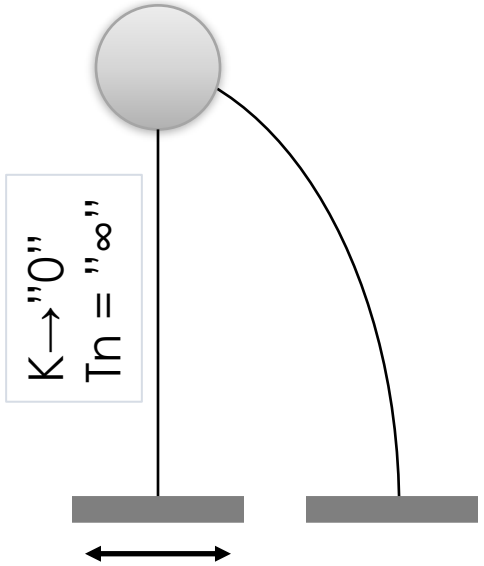
- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Odgovor konstrukcije (ubrzanje, brzina, pomeranje)**



„KRUTE" KONSTRUKCIJE
Kratki svojstveni periodi vibracija (< ~ 0,5 s).
Ubrzanje konstrukcije je približno jednako ubrzanju tla.
Najvažniji parametar **ubrzanje.**
Maksimalno ubrzanje tla je u dobroj korelaciji sa štetom.
Acceleration-sensitive region.



„OBIČNE" (srednje krute) KONSTRUKCIJE
Srednji svojstveni periodi se poklapaju sa predominantnim periodama vibracija tla.
Vrednosti se nalaze približno između ~*T*1 i ~*T*2 (~ 0,5 - 3,0 s)
Najvažniji parametar **brzina (energija zavisi od brzine).**
Najviše energije se unosi sa svojstvenim periodama koje se poklapaju sa predominantnim periodama vibracija tla.
Velocity-sensitive region.



„FLEKSIBILNE" KONSTRUKCIJE
Dugi svojstveni periodi (> ~ 3,0 s).
Relativno pomeranje je približno jednako pomeranju tla.
Najvažniji parametar je **pomeranje.**
Displacement-sensitive region.

Seizmički hazard

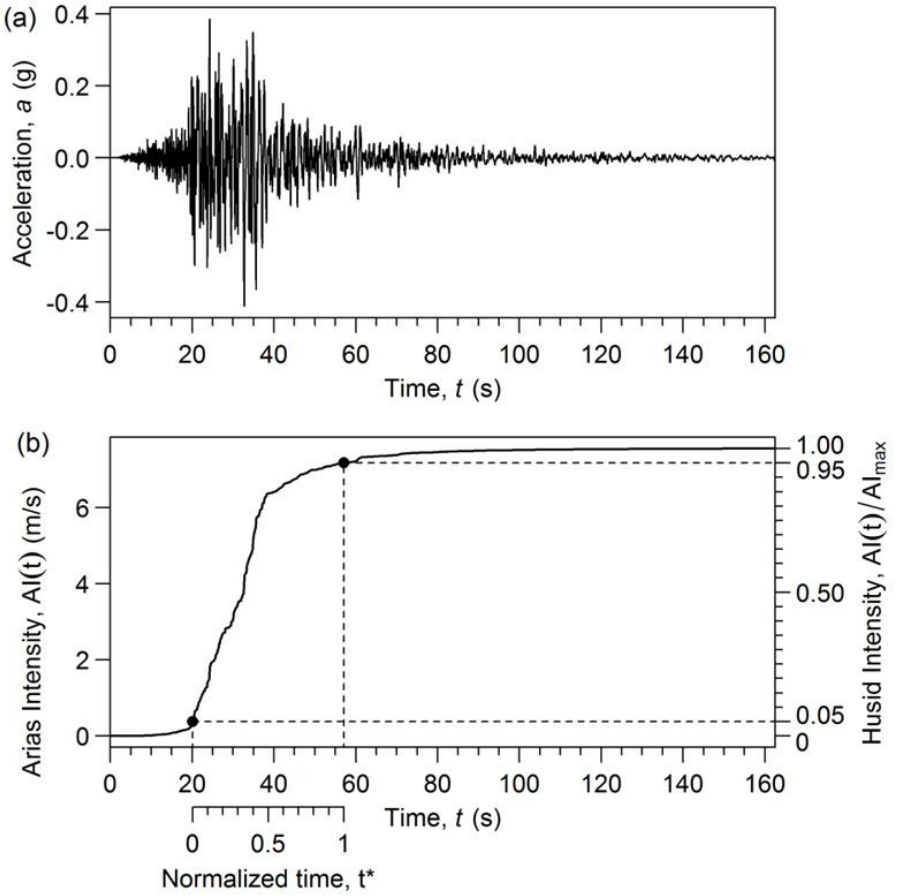
- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Trajanje jakog kretanja tla**
    - Zavisi od niza faktora (magnituda, hipocentrano rastojanje, karakteristike lokalnog tla)
    - Obeležavanje t_D ili t_u
    - Direktno utiče na veličinu štete na građevinskim objektima
    - Postoji više kvantitativnih mera za dužinu trajanja jakog kretanja tla
    - Moguće je definisati minimalnu granicu za amplitude (npr. 0,05g ako se radi o ubrzanjima), a zatim se očita vreme između prve i poslednje amplitude koje prelaze zadatu granicu
    - Trajanje jakog dela kretanja tla može da se definiše i kao vremenski interval potreban da se akumulira unapred zadati deo ukupne energije kretanja tla. Radi ove procene konstruiše se Husid-ov dijagram pomoću jednačine

$$H(t) = \mathrm{AI}(t)/\mathrm{AI}_{max} = \int_0^t \ddot{u}_g^2(t)dt \Big/ \int_0^{t_{max}} \ddot{u}_g^2(t)dt$$

      - vrednost 0 za početak i vrednost 1 za kraj zapisa ubrzanja tla, tj. za 100% akumulirane energije
      - trajanje jakog kretanja može da se odredi kao vreme između ordinata 0,05 i 0,95

Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Trajanje jakog kretanja tla**



Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Trajanje jakog kretanja tla**
    - Housner (1965., M > 5, u blizini žarišta)

$$t_D = 11{,}2M - 53$$

    - Watabe (1976., gornja granica trajanja)

$$t_D = 10^{\frac{M-2{,}5}{3{,}23}}$$

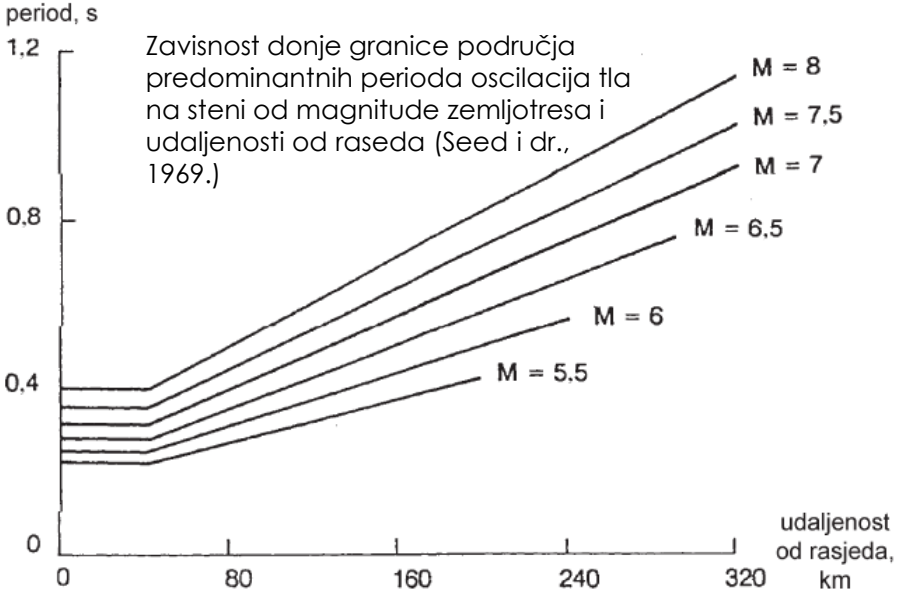
  - Fajfar i koautori predložili su veličinu za intenzitet (1990.)

$$I_V = \sqrt[4]{t_D} * v_t$$

    - t_D u sekundama
    - odgovara konstrukcijama sa srednjim periodama (biće objašnjeno kasnije)

Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Predominantne periode**
    - Vibracija tla usled zemljotresa može da se shvati kao superpozicija harmonijskih oscilacija sa različitim periodima i različitim amplitudama
    - Oscilacije sa nekim periodima jače su zastupljene od drugih pa se govori o predominantnim ili preovlađujućim periodima oscilacija tla
    - Ne postoji samo jedna već čitav niz predominantnih perioda



Povećanje predominantnih perioda sa povećanjem magnitude i udaljenošću od raseda

Predominantne periode se povećavaju sa smanjivanjem kvaliteta temeljnog tla

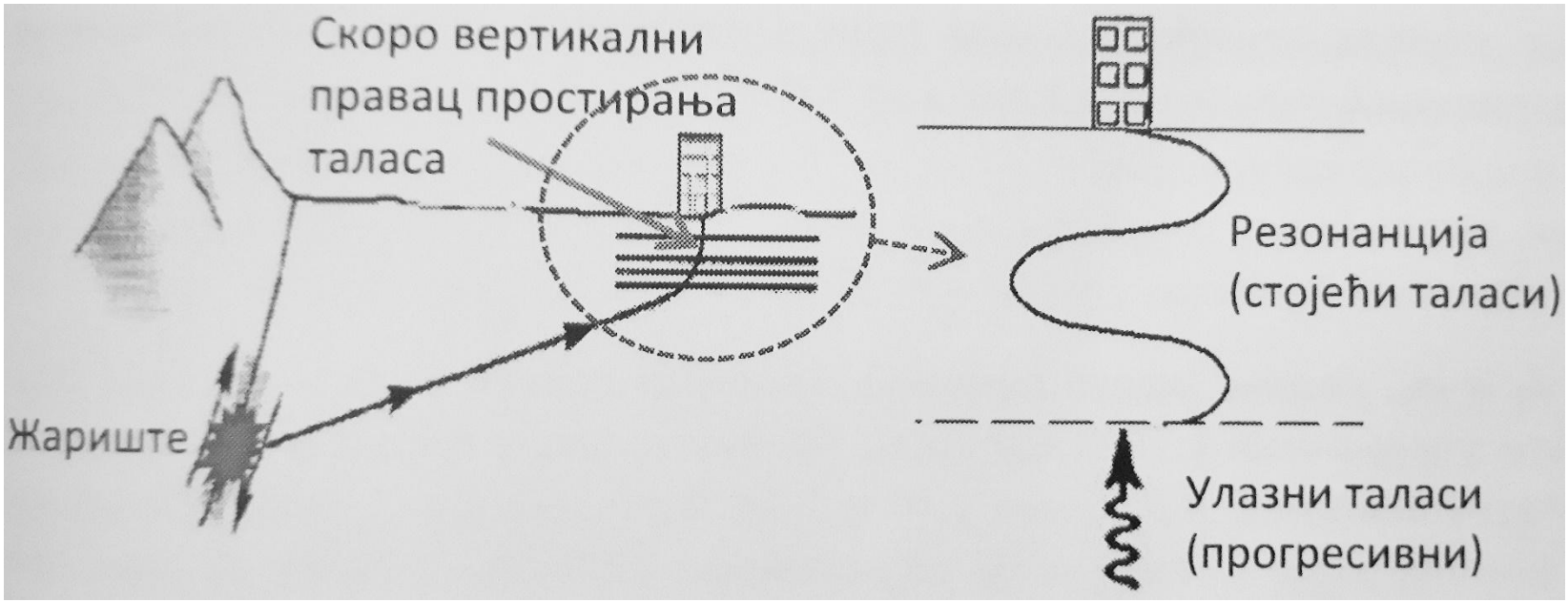
Ovo je posledica različitih karakteristika prostiranja talasa sa različitim periodama. Amplitude talasa sa kratkim perodama opadaju brže od amplituda talasa sa dužim periodama. Zbog toga se predominantne periode povećavaju sa udaljenošću

Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Odnos v_{max}/a_{max}**
    - v_{max} – maksimalna brzina tla i a_{max} – maksimalno ubrzanje tla
    - Odnos je povezan sa predominantnim periodama tla. Raste sa udaljenošću od žarišta zbog bržeg opadanja amplituda visokofrekventnih talasa. Manje vrednosti odgovaraju srednje jakim zemljotresima manjih epicentralnih udaljenosti. Veće vrednosti odgovaraju jačim zemljotresima i većim epicentralnim rastojanjima
    - Orjentacione vrednosti:
      - Ako se v_{max} i a_{max} mere u centimetrima i sekundama odnos v_{max}/a_{max} ima sledeće orjentacione vrednosti:
        - za *tipične* oscilacije tla iznosi oko 0,1 (plitki zemljotresi magnituda 6 do 7, na udaljenosti oko 20 km, na prosečnom tlu)
        - u blizini žarišta prosečna vrednost oko 0,05 ili manje
        - na velikim udaljenostima na dobrom tlu može postići vrednost do 0,3 pa čak i više
      - Za rastojanja između posmatrane lokacije i žarišta koja su manja od 50 km i magnutude veće od 6,5 približne vrednosti v_{max}/a_{max} [s] su:
        - 0,55 m/g·s (stene i kruta tla), 1,10 m/g·s (duboka, srednje gusta tla) i 1,35 m/g·s (meka tla)
      - Srednje jaki zemljotresi imaju sledeći odnos v_{max}/a_{max}
        - $(v_{max}/(a_{max}/g))$ ~80 cm/s i ~125 cm/s

Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Amplifikacija seizmičkih talasa**
    - Seizmički talas koji nastane u žarištu zbog zakona refrakcije (Snell-ov zakon) i prisustva sve mekšeg materijala kako prilazi površini Zemljine kore na kraju do same površine tla stiže skoro u vertikalnom pravcu (pojednostavljenje)

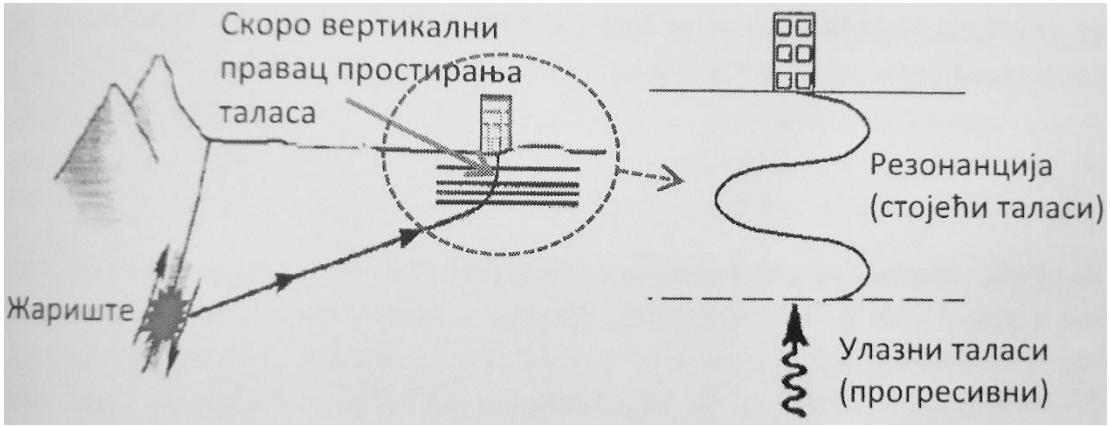


Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Amplifikacija seizmičkih talasa**
    - Kada talas uđe u površinski sloj tla, debljine *H*, i stigne do površine dolazi do refleksije, i vraća se nazad. Tada se javlja superpozicija reflektovanog talasa sa sledećim koji stiže vertikalno ka površini sa istom amplitudom i frekvencijom i dolazi do formiranja tzv. stojećih talasa sa frekvencijama

$$\omega_n = (2n-1)\frac{\pi}{2}\frac{v_s}{H}$$

      - v_s – brzina talasa
      - n – redni broj tona svojstvenih oscilacija tla
      - H – debljina sloja



Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Amplifikacija seizmičkih talasa**
    - Ukupna amplifikacija amplitude kretanja na površini tla u u odnosu na amplitudu na površini donjeg tvrđeg sloja u_b u slučaju bez prigušenje može da se proceni na sledeći način

$$\frac{u}{u_b} = \frac{1}{\sqrt{cos^2(k_n H) + \alpha^2 sin^2(k_n H)}}$$

      - k_n – talasni broj koji odgovara frekvenciji ω_n
      - α koeficijent može da se izrazi na sledeći način

$$\alpha = \frac{\sqrt{\rho v_s}}{\sqrt{\rho_B v_{sB}}}$$

        - ρ_B – gustina u donjem sloju
        - v_{sB} – brzina smičućih talasa u donjem sloju
        - $\rho_B v_{sB}$ i ρv_s predstavljaju akustične impedanse donjeg (tvrđeg) i gornjeg (mekšeg) sloja tla, odnsno otpore koje stene u donjem i gornjem sloju pružaju širenju smičućih talasa

Seizmički hazard

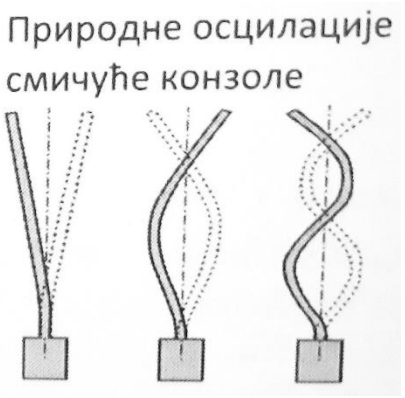
- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Amplifikacija seizmičkih talasa**
    - Maksimalna amplifikacija kretanja tla dešava se kada nema prigušenja i javlja se na svim frekvencijama ω_n, a jednaka je recipročnoj vrednosti koeficijenta α, tj. amplifikacioni faktor iznosi

$$Am = \frac{\sqrt{\rho_B v_{sB}}}{\sqrt{\rho v_s}}$$

    - Smičuća konzola (greda) – model za ponašanje tipičnih AB skeletnih sistema koji se sastoji od stubova i greda čije svojstvene kružne frekvencije mogu da se odrede na sledeći način

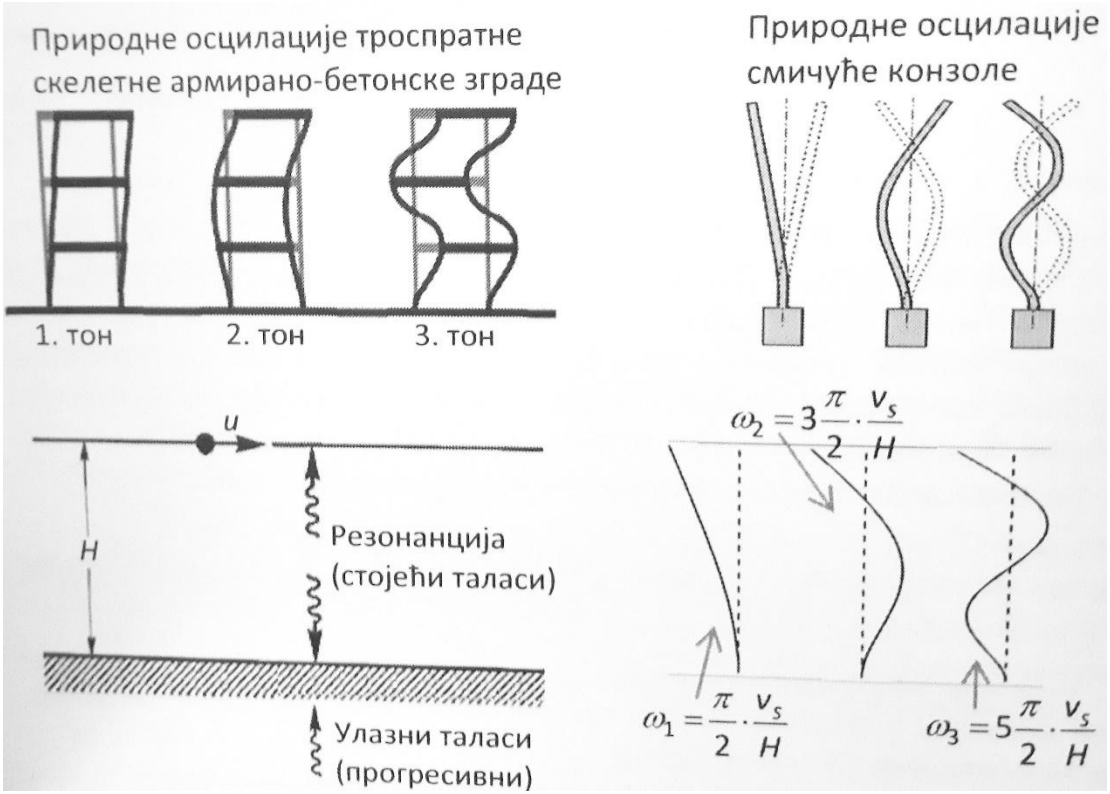
$$\omega_n = (2n-1)\frac{\pi}{2}\frac{v_s}{H} \qquad \omega_n = (2n-1)\frac{\pi}{2}\frac{1}{H}\sqrt{\frac{G_k * A_k}{m_k}}$$

      - G_k – modul smicanja, A_k – smičući presek, m_k – masa konzole
      - deo pod korenom predstavlja brzinu talasa u grednom nosaču čime imamo između prethodne dve jednačine za određivanje ω_n potpunu analogiju



Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Amplifikacija seizmičkih talasa**
    - Analogija između tonova svojstvenih oscilacija tla i zgrade



Primenom jednodimenzionalnog modela smičuće grede koji se bazira na pretpostavci o vertikalnom širenju smičućih, horizontalno oscilirajućih, seizmičkih talasa kroz lokalno horizontalno uslojeno tlo, mogu se dobiti parametri ponašanja slojeva temeljnog tla

Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Amplifikacija seizmičkih talasa**
    - U slučaju realnog tla postoji prigušenje koje se povećava sa povećanjem brzine kretanja tla, a to smanjuje amplifikaciju
    - Najveća je za prvi ton, a za više tonove oscilacija može da dođe i o de-amplifikacije, tj. atenuacije talasa
    - Najveći deo energije kretanja sloja tla biće skoncentrisan u prvom tonu čiji je period

$$T_1 = \frac{4H}{v_s}$$

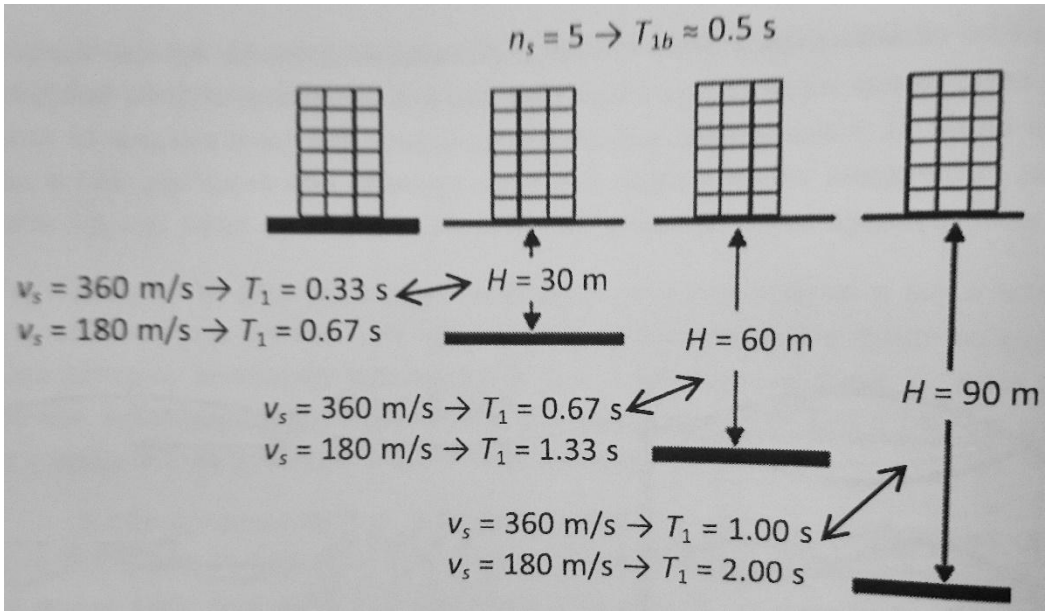
    - Brza inženjerska procena perioda oscilovanja za tipične skeletne zgrade

$$T_{1b} \approx 0{,}1 n_b$$

      - n_b – broj spratova

Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Amplifikacija seizmičkih talasa**
    - Procena perioda oscilovanja lokalnog sloja tla
      - Brzine smičućih talasa preuzete iz Evrokoda 8
      - Debljina sloja bitno utiče, odnosno sa promenom debljine značajno se menja mogućnost pojave rezonancije odnosno podudaranja perioda oscilovanja tla i perioda oscilovanja zgrade

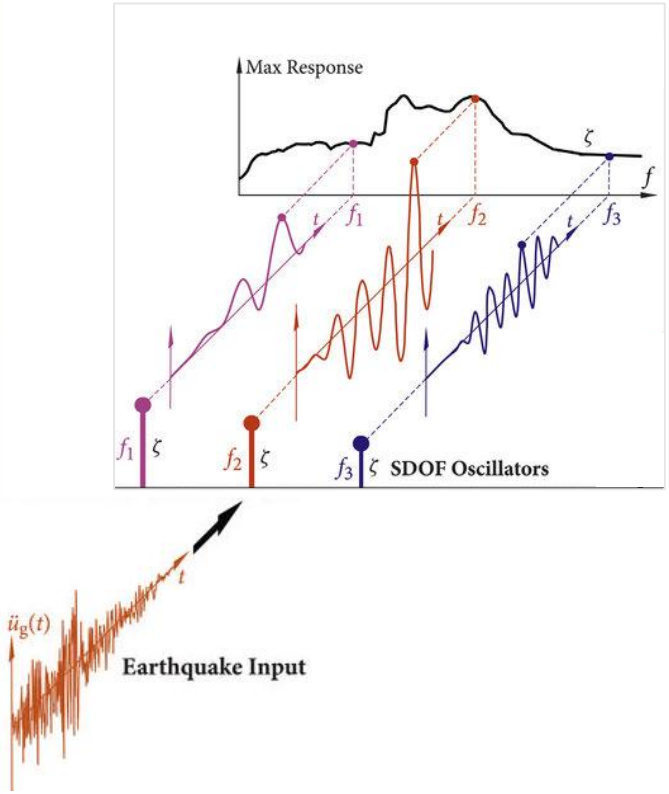


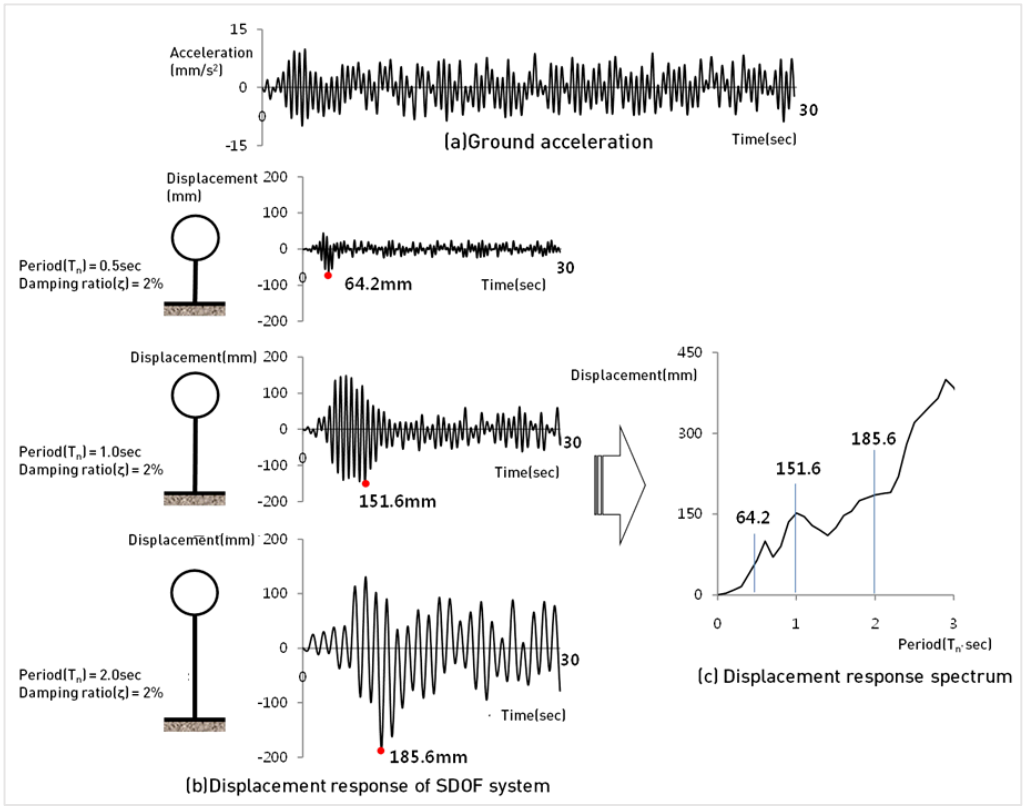
Seizmički hazard

- **Parametri jačine kretanja tla**
  - **Amplifikacija seizmičkih talasa**
    - Ako dođe do poklapanja perioda oscilovanja tla T_1 i perioda oscilovanja konstrukcije T_{1b} može doći do rezonancije i velikih šteta na konstrukciji pod uslovom da prvo dođe do rezonancije između vibracija lokalnog tla i seizmičkih talasa koji dolaze na lokaciju (dvostruka rezonancija)
    - Ekstreman slučaj dvostruke rezonancije je redak fenomen
    - Rezonancije lokalnog tla se javljaju retko, obično u manje od 20% zemljotresa
    - Čuveni primer je zemljotres u Meksiko Sitiju 1985. godine

Seizmički hazard

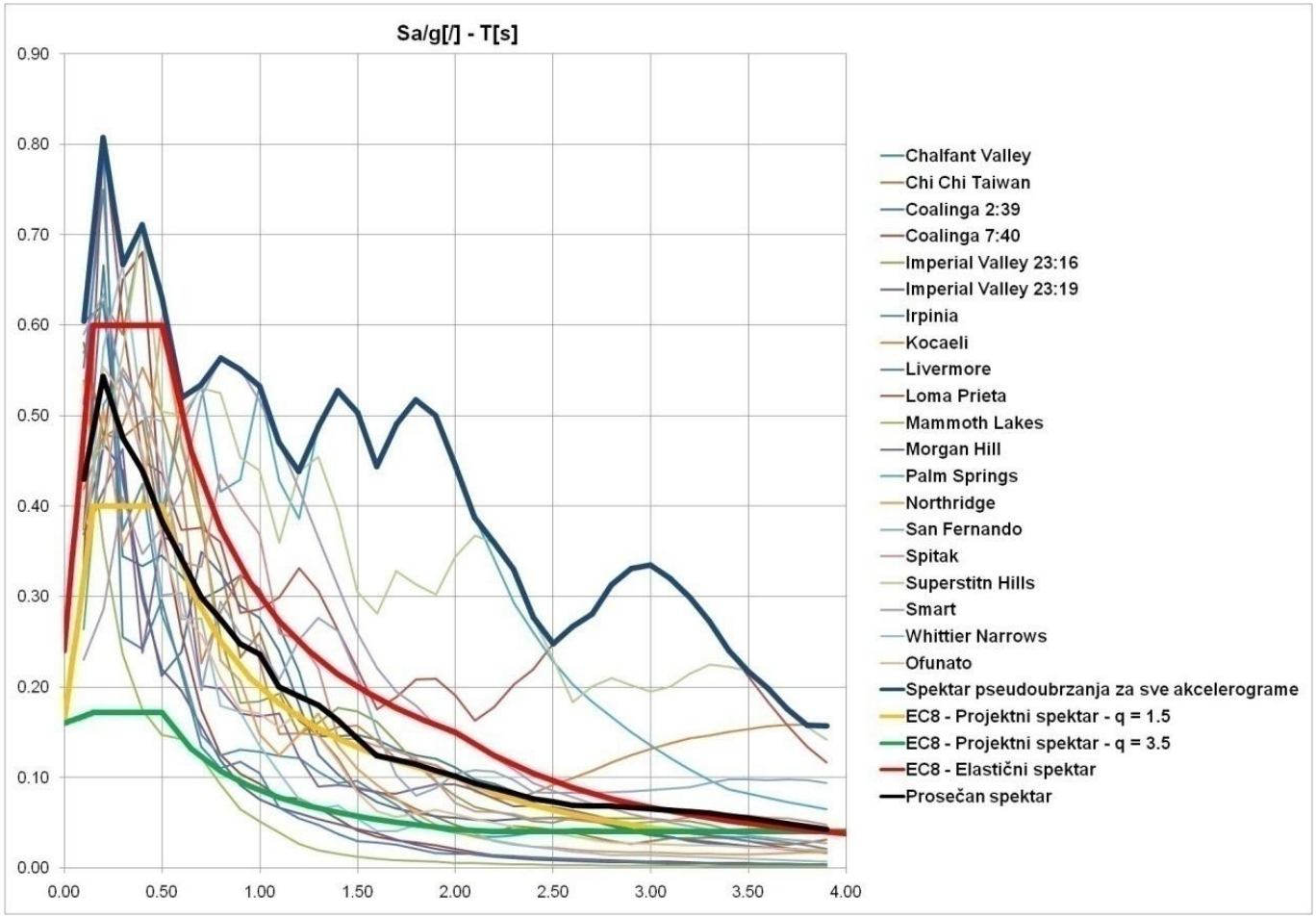
- **Spektar odgovora**
  - Način određivanja spektra odgovora za jedan akcelerogram i primena spektra i projektnog spektra odgovora opisani su u *SAK – predavanje deo Dinamika konstrukcija*





Seizmički hazard

- **Spektar odgovora (Projektni spektar odgovora)**



Seizmički hazard

- **Spektar odgovora**
  - Početak platoa konstantnih pseudobrzina odgovara početku intervala predominantnih perioda i predstavlja granicu između konstrukcija kod kojih je najznačajniji parametar ubrzanje i onih kod kojih je najznačajnija brzina (energija)
  - Procena granice između kratkih i srednjih perioda (granica između konstrukcija kod kojih je najznačajniji parametar ubrzanje i onih kod kojih je najznačajnija brzina (energija))

$$T_1 = 4{,}3\frac{v_t}{a_t}$$

  - Procena granice između srednjih i dugih perioda

$$T_2 = \frac{13}{\sqrt[4]{t_D}}\frac{d_t}{v_t}$$

  - Između T_1 i T_2 je područje srednjih perioda
  - Prosečne vrednosti T_1 i T_2 u [s] za grupe akcelerograma

	T_1	T_2
SAD	0,44	2,30
Crna Gora	0,49	1,73
Banja Luka	0,20	1,22
Furlanija	0,34	1,50
Mexico	1,40	3,09

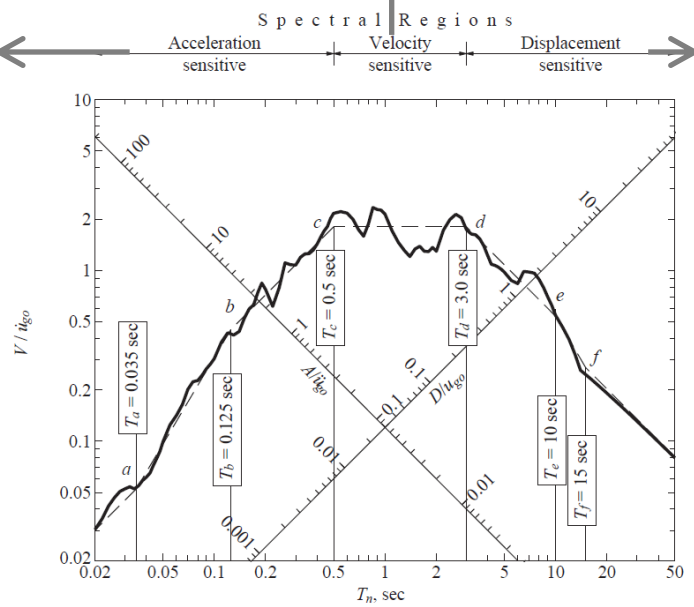
Seizmički hazard

- **Spektar odgovora**
  - **Tripartitni spektar**

„OBIČNE“ (srednje krute) KONSTRUKCIJE
- Srednji svojstveni periodi se poklapaju sa predominantnim periodama vibracija tla
- Vrednosti se nalaze približno između ~*T*1 i ~*T*2 (~ 0,5 - 3,0 s)
- Najvažniji parametar **brzina (energija zavisi od brzine)**
- Najviše energije se unosi sa svojstvenim periodama koje se poklapaju sa predominantnim periodama vibracija tla
- **Velocity-sensitive region**

„KRUTE“ KONSTRUKCIJE
- Kratki svojstveni periodi vibracija (< ~ 0,5 s)
- Ubrzanje konstrukcije je približno jednako ubrzanju tla
- Najvažniji parametar **ubrzanje**
- Maksimalno ubrzanje tla je u dobroj korelaciji sa štetom
- **Acceleration-sensitive region**

„FLEKSIBILNE“ KONSTRUKCIJE
- Dugi svojstveni periodi (> ~ 3,0 s)
- Relativno pomeranje je približno jednako pomeranju tla
- Najvažniji parametar je **pomeranje**
- **Displacement-sensitive region**



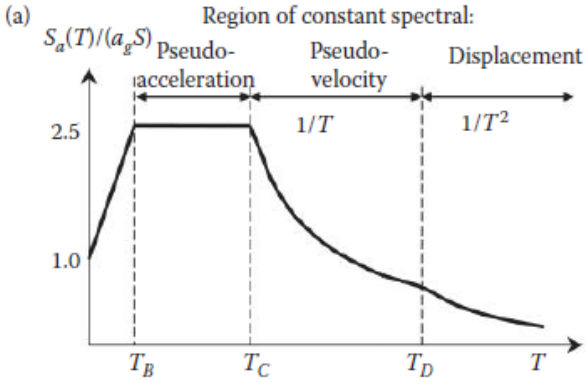
Od odnosa v_t/a_t (v_{max}/a_{max}) zavisi početak dela spektra sa konstantnim pseudobrzinama

Za konstruisanje tripartitnog spektra videti *SAK – predavanje deo Dinamika konstrukcija*

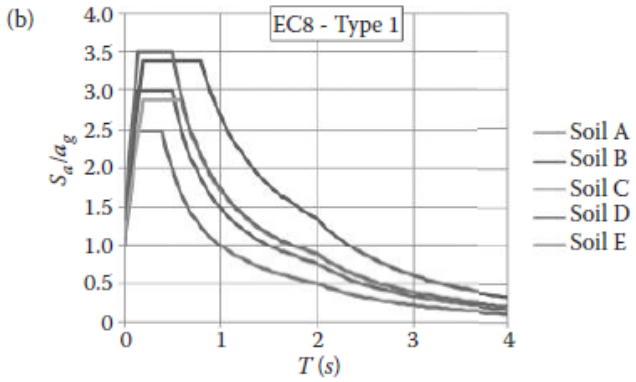
Seizmički hazard

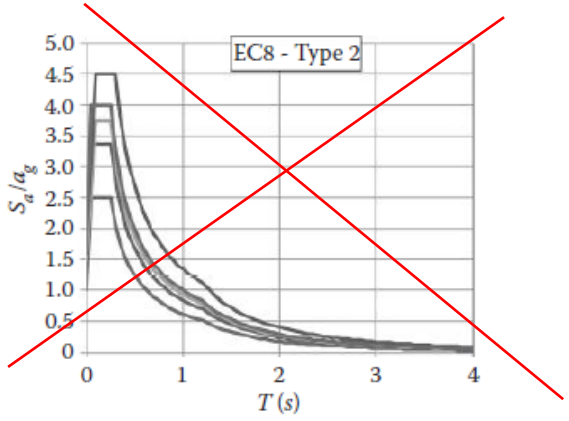
- **Spektar odgovora**
  - **EN1998-1 (elastični spekar odgovora za horizontalan pravac)**
    - Osnovni način prikazivanja zemljotresnog dejstva

$M_S > 5{,}5$ Tip 1
~~$M_S < 5{,}5$ Tip 2~~
Pogledati Nacinalni aneks (biće dato kasnije)



Granica između kratkih i srednjih perioda T_C
Oblast srednjih i dugih perioda > T_C





Seizmički hazard

- **Spektar odgovora**
  - **EN1998-1 (klasifikacija tipova tla)**

Kategorija tla	Opis geološkog profila	Parametri		
		$V_{s,30}$ (m/s)	N_{SPT} (udarci /30 cm)	C_u (kPa)
A	Stena ili stenska geološka formacija, uključujući najviše 5 m slabijeg materijala na površini	> 800	-	-
B	Depoziti vrlo gustog peska, šljunka ili vrlo krute gline, debljine barem nekoliko desetina metara, sa povećanjem mehaničkih osobina sa dubinom	360 - 800	> 50	> 250
C	Duboki depoziti gustog ili srednje gustog peska, šljunka ili krute gline, sa debljinama od nekoliko desetina do više stotina metara	180 - 360	15 - 50	70-250
D	Depoziti slabo-do-srednje nekohezivnog tla (sa ili bez mekih kohezivnih slojeva) ili dominantno meko-do-čvrsto kohezivno tlo	< 180	< 15	< 70
E	Tlo čiji se profil sastoji iz aluvijalnog sloja sa vrednostima v_s za Tip C ili D i sa debljinom koja varira između oko 5m i 20m, ispod kojeg je kruće tlo sa v_s > 800 m/s			
S1	Depoziti koji se sastoje ili sadrže sloj od barem 10 m debljine mekih glina/mulja sa visokim indeksom plastičnosti (PI > 40) i sa visokim sadržajem vode	< 100	-	10 - 20
S2	Depoziti likvefabilnog tla, sastavljenih od osetljivih glina ili od bilo kog drugog profila tla koji nije uključen u Tipove A-E ili S1			

Seizmički hazard

- **Spektar odgovora**
  - **EN1998-1 (elastični spektri za horizontalan i vertikalan pravac)**
    - Nacionalni aneks (SRPS EN 1998-1/NA, decembar 2018.)

2.9 Тачке 3.2.2.1(4), 3.2.2.2(2)П

На територији Србије користе се два типа спектра – тип 1 и тип 3.

Спектар типа 1 генерално се користи на територији Србије, а спектар типа 3 се користи само на делу територије означеној на слици NA 3.2 према табели NA 3.2.

Параметри S, T_B, T_C и T_D, којима се дефинише облик хоризонталног еластичног спектра типа 1, дати су у табели 3.2, SRPS EN 1998-1:2018.

За хоризонталне компоненте сеизмичког дејства, еластични спектар одговора типа 1 Se(T) дефинисан је следећим изразима (3.2), (3.3), (3.4) и (3.5) (видети слику 3.2, SRPS EN 1998-1:2018).

Вредности параметара S, T_B, T_C и T_D којима је дефинисан облик хоризонталног еластичног спектра типа 3, дате су у табели NA 3.1.

Seizmički hazard

- **Spektar odgovora**
  - **EN1998-1 (elastični spektri za horizontalan i vertikalan pravac)**

Horizontalan pravac

Tip 1

$$0 \le T \le T_B \qquad S_e(T) = a_g S\left[1 + \frac{T}{T_B}(2.5\eta - 1)\right]$$

$$T_B \le T \le T_C \qquad S_e(T) = 2.5\, a_g S \eta$$

$$T_C \le T \le T_D \qquad S_e(T) = 2.5\, a_g S \eta \left[\frac{T_C}{T}\right]$$

$$T_D \le T \le 4\,\mathrm{s} \qquad S_e(T) = 2.5\, a_g S \eta \left[\frac{T_C T_D}{T^2}\right]$$

Tip 3

$$0 \le T \le T_B : S_e(T) = a_g S\left[1 + \frac{T}{T_B}(2{,}75\eta - 1)\right]$$

$$T_B \le T \le T_C : S_e(T) = 2{,}75\, a_g S \eta$$

$$T_C \le T \le T_D : S_e(T) = 2{,}75\, a_g S \eta \left[\frac{T_C}{T}\right]$$

$$T_D \le T \le 4\mathrm{s} : S_e(T) = 2{,}75\, a_g S \eta \left[\frac{T_C T_D}{T^2}\right]$$

Vertikalan pravac

$$0 \le T \le T_B : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 3{,}0 - 1)\right]$$

$$T_B \le T \le T_C : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \eta \cdot 3{,}0$$

$$T_C \le T \le T_D : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \eta \cdot 3{,}0 \cdot \left[\frac{T_C}{T}\right]$$

$$T_D \le T \le 4s : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \eta \cdot 3{,}0 \cdot \left[\frac{T_C T_D}{T^2}\right]$$

Seizmički hazard

- **Zemljotresi u prostoru i vremenu**
  - EN 1998-1
    - Seizmički hazard se opisuje samo preko a_{gR} (referentno ubrzanje tla tipa A)
    - Vrednost a_{gR} za svaku seizmičku zonu odgovara povratnom periodu T_R (statistička veličina koja nema precizno fizičko značenje) seizmičkog dejstva za zahtev da se objekat ne sruši ili ekvivalentno, referentnoj verovatnoći prekoračenja $P_R = 10\%$ u $T_L = 50$ godina (T_L = životni (ekonomski) vek objekta)

10% verovatnoća, da se projektni zemljotres dogodi u 50 godina odgovara povratnom periodu od 475 godina

$$TR(TL,PR) := -\frac{TL}{\ln(1-PR)}$$

$$TR(50,0.1) = 475$$

Ako se posmatra svaka godina posebno, verovatnoća da će se zemljotres sa povratnim periodom TR dogoditi u toj godini jednaka je **1/TR**, a verovatnoća da se neće dogoditi u toj godini je **1-1/TR**
Verovatnoća da se zemljotres sa povratnim periodom TR neće dogoditi u periodu od dve godine je **(1-1/TR)(1-1/TR)=(1-1/TR)^2**
dok je za proizvoljan period od TL godina verovatnoća **(1-1/TR)^TL**

$$PR(TL,TR) := 1-\left(1-\frac{1}{TR}\right)^{TL}$$

Verovatnoća da će se zemljotres sa povratnim periodom TR dogoditi u periodu TL

Verovatnoća da se zemljotres sa povratnim periodom TR neće dogoditi u periodu TL

$$PR(50,475) = 0.1 \text{ (10\%)}$$

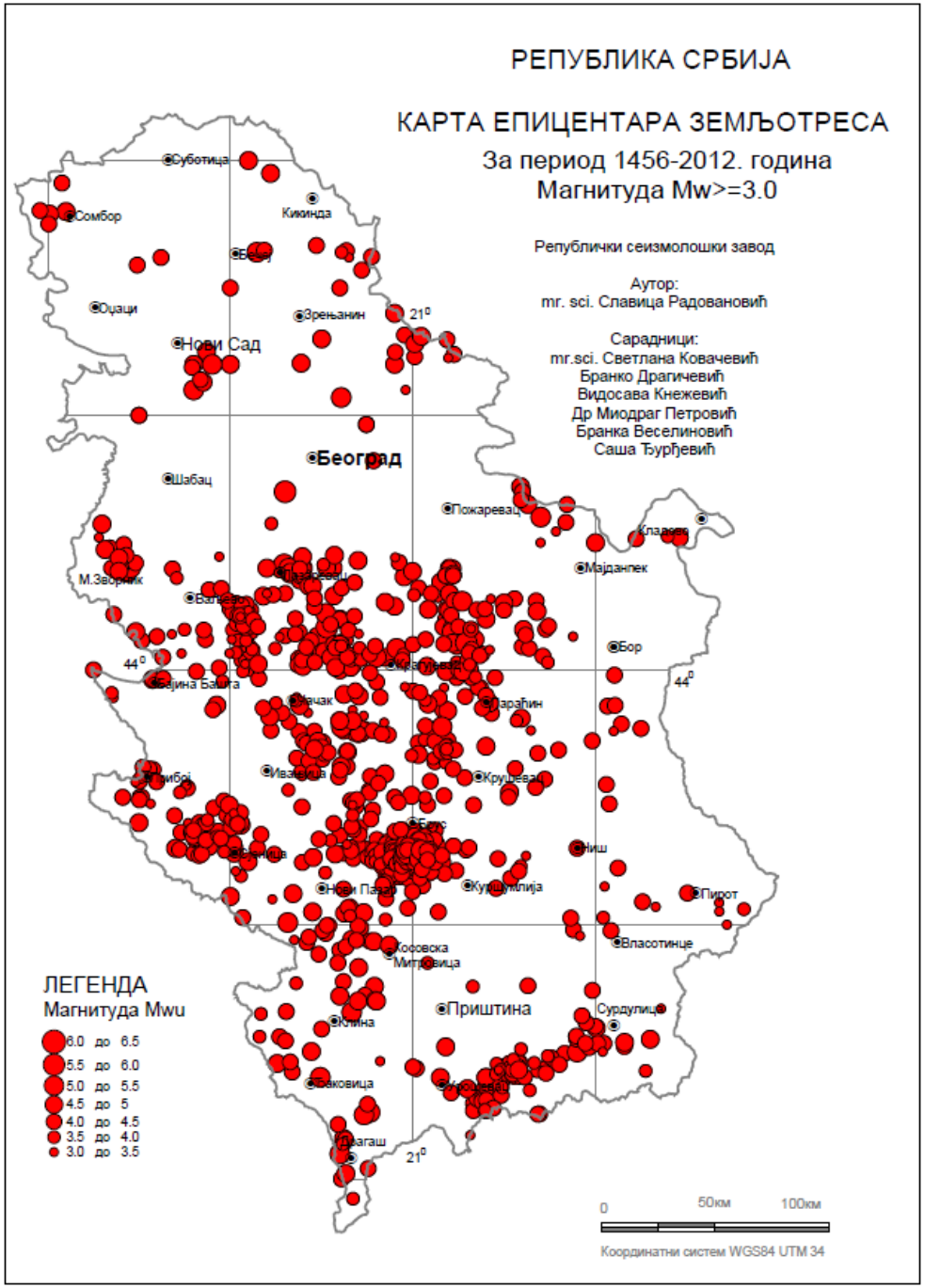
- ili za zahtev ograničenih oštećenja (za uobičajene konstrukcije ovaj zahtev treba ispuniti za projektno seizmičko dejstvo sa verovatnoćom prekoračenja od $P_R = 10\%$ u $T_L = 10$ godina ili sa referentnim povratnim periodom od 95 god.)

$$PR(TL,TR) := 1-\left(1-\frac{1}{TR}\right)^{TL} \qquad PR(10,95) = 0.1 \qquad TR(TL,PR) := -\frac{TL}{\ln(1-PR)} \qquad TR(10,0.1) = 95$$

Seizmički hazard

- **Zemljotresi u prostoru i vremenu**

http://www.seismo.gov.rs/



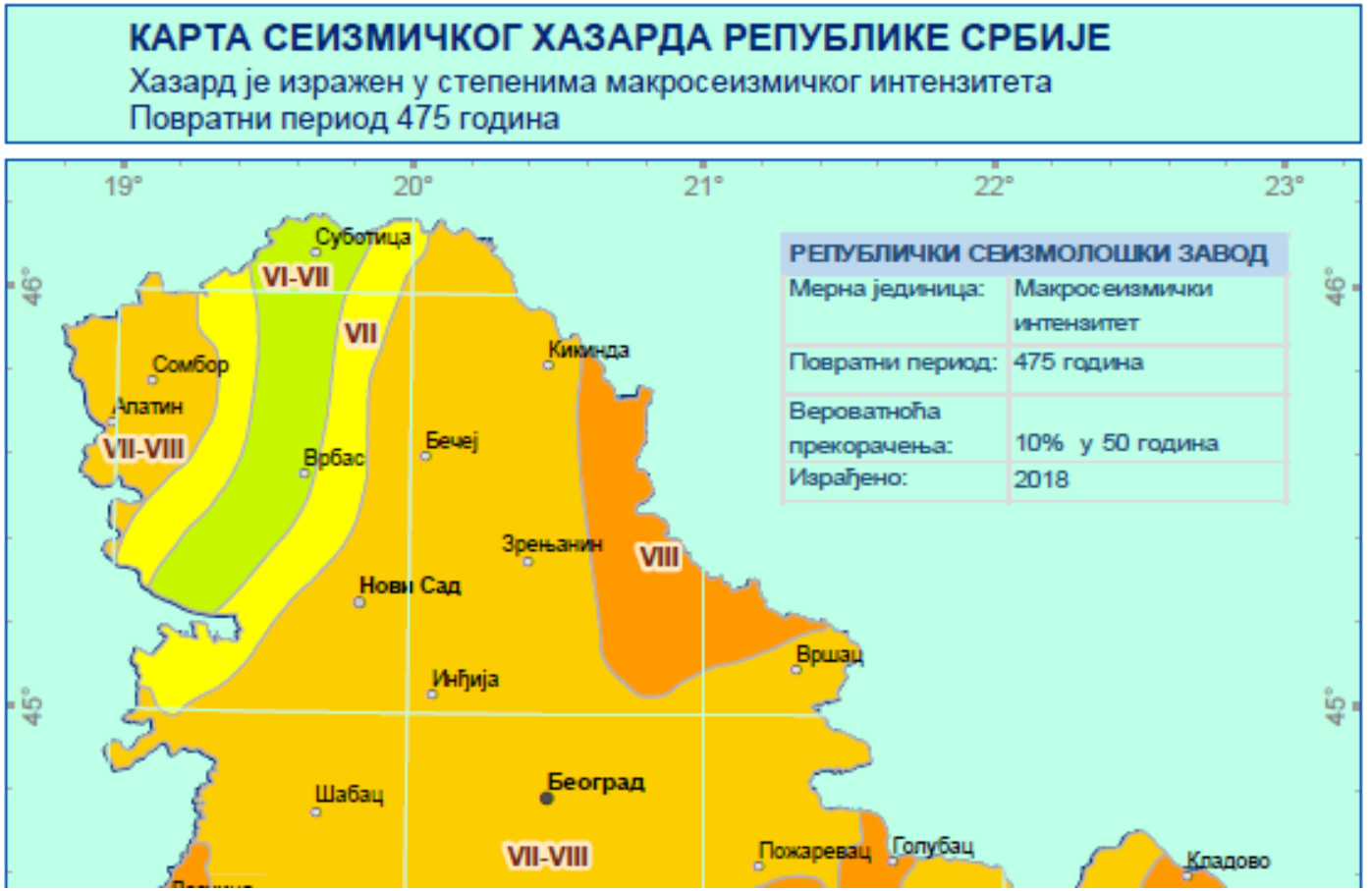
Seizmički hazard

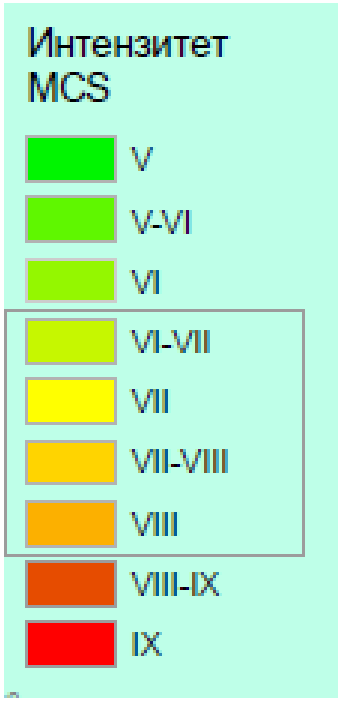
- **Zemljotresi u prostoru i vremenu**
  - **Seizmička rejonizacija**
    - Cilj je da se posmatrana teritorija podeli na delove u kojima se mogu očekivati zemljotresi približno istog intenziteta
    - Za uobičajene građevinske objekte osnov za definisanje seizmičkog dejstva su karte seizmičkog hazarda
    - Karte seizmičkog hazarda (prave se na bazi probabilističke analize) i na njima je izoseistama podeljena teritorija na oblasti unutar kojih se očekuje ista jačina zemljotresa
      - **Karte MAKRO-rejonizacije**
        - Za celu državu ili region
        - Uzimaju u obzir prostorni raspored potencijalnih žarišta, razlike u ponovljivosti zemljotresa različite jačine u tim žarišnim zonama i atenuaciju seizmičkih talasa ali se jačina kretanja tla računa samo za neko prosečno tlo ili za jedan tip tla (npr. u EN 1998 to je tlo tipa A)
      - **Karte MIKRO-rejonizacije**
        - Za manje oblasti (grad, opština ili pojedinačna lokacija i sl.)
        - Uzimaju u obzir prostorni raspored potencijalnih žarišta, razlike u ponovljivosti zemljotresa različite jačine u tim žarišnim zonama i atenuaciju seizmičkih talasa ali se pri određivanju jačine kretanja tla dodatno uključuje uticaj karakteristika lokalnog tla odnosno duboke geologije

Seizmički hazard

- **Zemljotresi u prostoru i vremenu**

http://www.seismo.gov.rs/

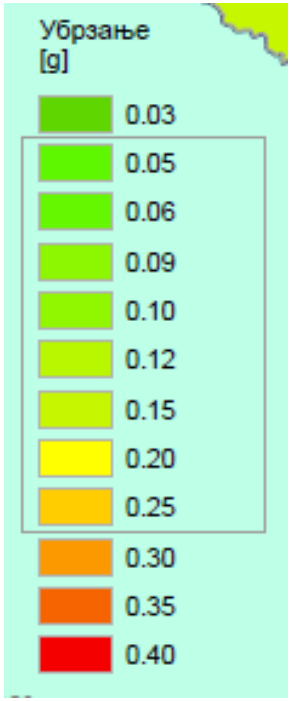




Seizmički hazard

- **Zemljotresi u prostoru i vremenu**

http://www.seismo.gov.rs/





Seizmički hazard

- **Sintetički akcelerogrami**
  - Korišćenje ciljnog spektra odgovora (elastičnog spektra odgovora za zadatu lokaciju) predstavlja najjednostavniji pristup simulaciji kretanja tla usled dejstva zemljotresa
  - Sintetički akcelerogrami će imati spektar odgovora koji će se „poklapati“ sa ciljnim spektrom u određenoj frekventnoj oblasti
  - Pristup podrazumeva superponiranje velikog broja sinusoidalnih talasa sa slučajno izabranim faznim uglovima i amplitudama određenim u odnosu na ciljni spektar odgovora polazeći od činjenice da se bilo koja periodična funkcija može razložlti u niz sinusoida

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)$$

    - gde je Ai amplituda, a φi fazni ugao i-te sinusoide

Seizmički hazard

- **Sintetički akcelerogrami**
  - Različiti iterativni postupci mogu da se koriste kako bi generisani akcelerogrami imali spektre odgovora što bliže ciljnom spektru
  - Uobičajen postupak se sastoji u tome da se amplitude pojedinih sinusoida, na određenom broju kontrolnih frekvencija ω_k, množe sa kvadratom količnika ciljne (CSV) i sračunate (SSV) spektralne vrednosti (i – i-ta i i+1 – naredna iteracija)

$$A_{k,i+1} = A_{k,i}\left[CSV_i(\omega_k)/SSV_i(\omega_k)\right]^2$$

Seizmički hazard

- **Sintetički akcelerogrami**
  - Kada se prilikom više generisanja koriste iste vrednosti amplituda, a različite (slučajno odabrane) vrednosti faznih uglova, dobijaju se različiti akcelerogrami sa istim frekventnim sastavom, ali sa različitim detaljima. U računarskim programima obično se koristi generator slučajnih brojeva da bi se za svaki zapis dobili drugačiji fazni uglovi, koji će imati vrednosti između 0 i 2π sa ravnomerno raspodeljenom verovatnoćom
  - Da bi se simulirao izgled stvarnih zapisa, kod kojih se amplituda kretanja tla menja u toku vremena (amplitude prvo rastu pa su neko vreme približno konstantne i na kraju opadaju), jednačina kretanja tla se množi sa unapred odredenom funkcijom I(t) koja će predstavljati amplitudnu envelopu za generisani zapis. Sada sintetički akcelerogram postaje

$$z(t) = I(t)\sum_{i=1}^{n} A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)$$

Seizmički hazard

- **Sintetički akcelerogrami**
  - Rezultujuće kretanje je nepromenljivo u pogledu frekventnog sastava i promenljivo u pogledu amplituda sa maksimalnom vrednošću ubrzanja bliskoj nekoj prethodno zadatoj ciljnoj vrednosti
  - Za funkciju I(t) se mogu usvojiti razni oblici, a najbolje bi bilo ukoliko bi se njen oblik odredio empirijski, iz postojećih akcelerograma zabeleženlh u datoj oblasti
  - U najprostijem obliku, koji je najčešće dovoljno dobar za generisanje sintetičklh akcelerograma s obzirom na sva ostala uprošćavanja, funkcija I(t) predstavlja trilinearnu krivu sa rastućimn, konstantnim i opadajućim delom

Seizmički hazard

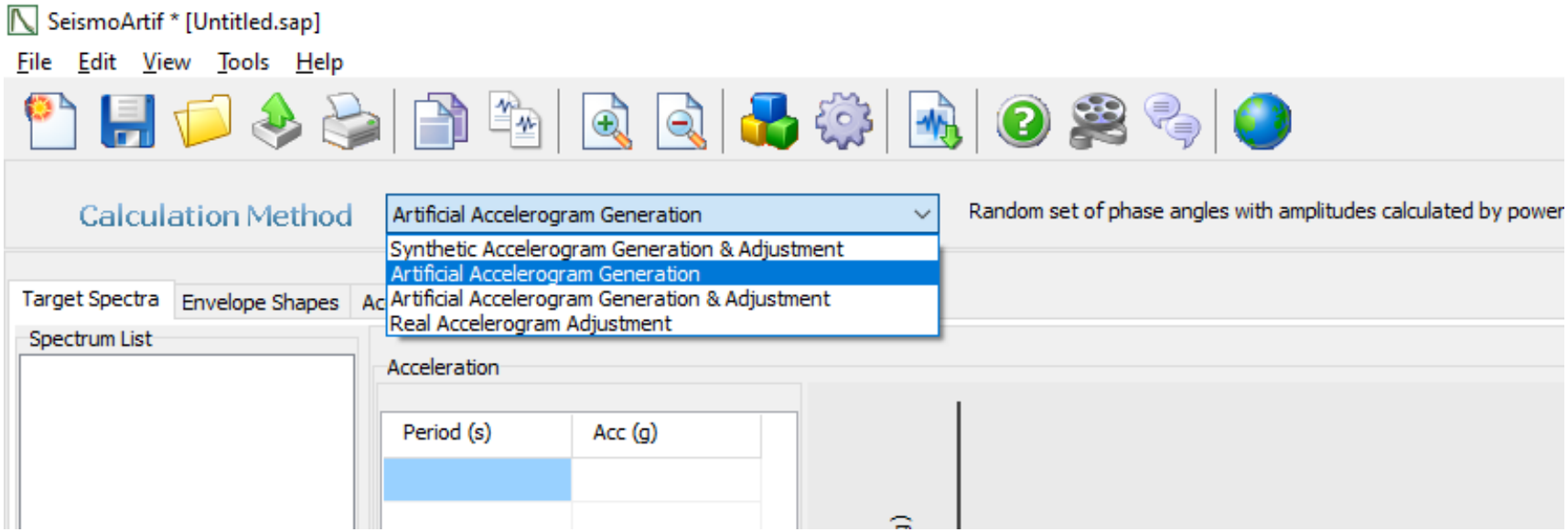
- **Veštački akcelerogrami**
  - **EN1998-1**
    - Alternativni način prikazivanja zemljotresnog dejstva
    - Kada se zahteva prostorni model konstrukcije seizmičko dejstvo se sastoji iz tri akcelerograma koji istovremeno deluju. Isti akcelerogram ne može da se koristi za oba horizontalna pravca
    - Treba da se generišu tako da odgovarju elastičnom spektru odgovora za 5% relativnog viskoznog prigušenja
    - Minimalno vreme trajanja stacionarnog dela treba da bude 10 s
    - Skup veštačkih akcelerograma treba da bude u skladu sa sledećim pravilima (zgrade)
      - Treba da se koriste najmanje tri akcelerograma
      - Osrednjene vrednosti ubrzanja u spektru odgovora za nultu vrednost perioda ne smeju da budu manje od $a_g S$ za posmatranu lokaciju
      - U intervalu između $0{,}2T_1$ do $2T_1$ gde je T_1 osnovni svojstveni period slobodnih vibracija konstrukcije za pravac u kome se primenjuje akcelerogram ni jedna vrednost osrednjenog elastičn sa 5% prigušenja izračunatog i svih vremenskih istorija ubrzanja ne sme da bude manja od 90% od odgovarajuće vrednosti elastičnog spektra odgovora za 5% prigušenja
      - Postoje i pravila za mostove ... EN 1998-2

Seizmički hazard

- **Zabeleženi ili simulirani akcelerogrami**
  - **EN1998-1**
    - Alternativni način prikazivanja zemljotresnog dejstva
    - Zabeleženi akcelerogrami ili akcelerogrami koji su generisani putem fizičke simulacije izvora i mehanizma propagacije seizmičkih talasa kroz tlo mogu da se koriste pod uslovom da su adekvatni u odnosu na seizmogenetske karakteristike izvora i uslova za datu lokaciju
    - Skup zabeleženih ili simuliranih akcelerograma mora da zadovolji pravila data za veštačke akcelerograme

Seizmički hazard

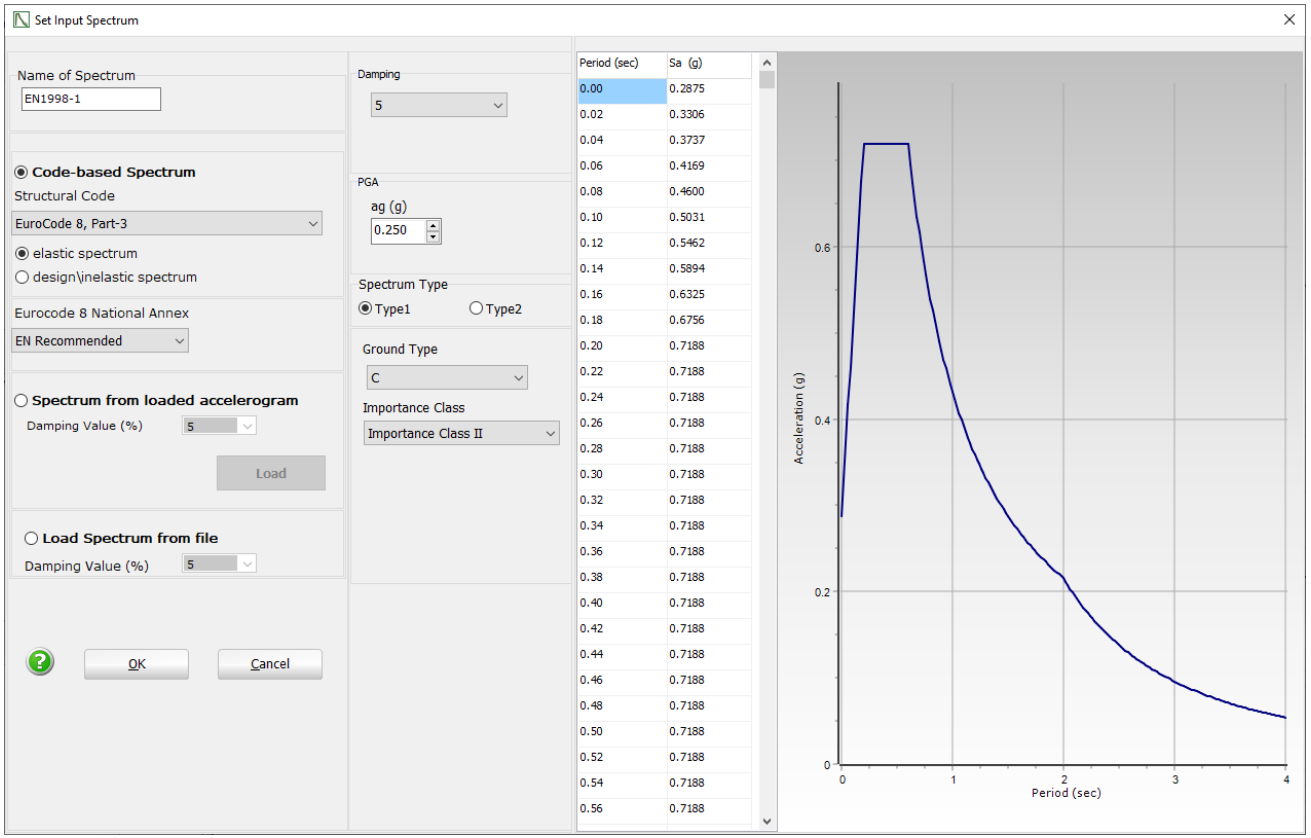
- **Generisanje akcelerograma**
  - Računarski softver – SeismoArtif (https://www.seismosoft.com/)
    - Izbor metode određivanja



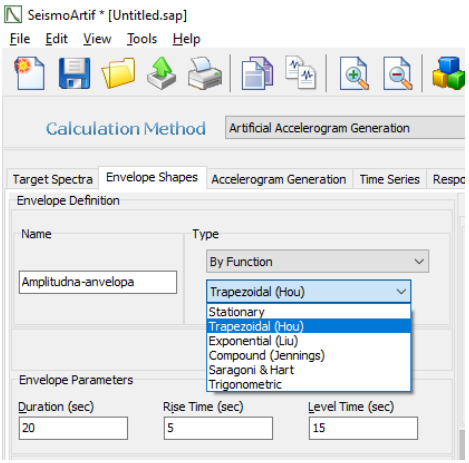
Seizmički hazard

- **Generisanje akcelerograma**
  - Računarski softver – SeismoArtif (https://www.seismosoft.com/)
    - Izbor ciljnog spektra

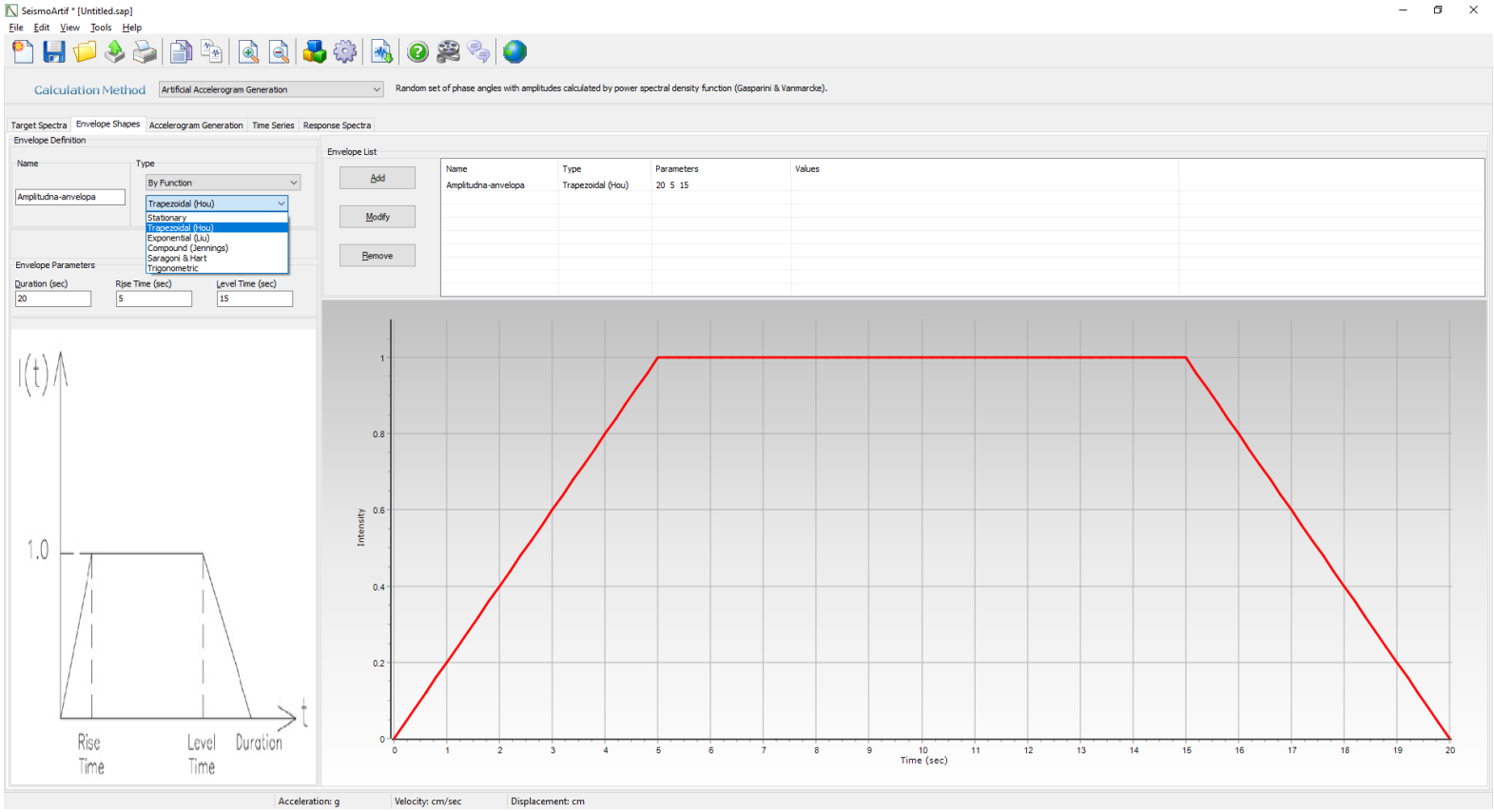




Seizmički hazard

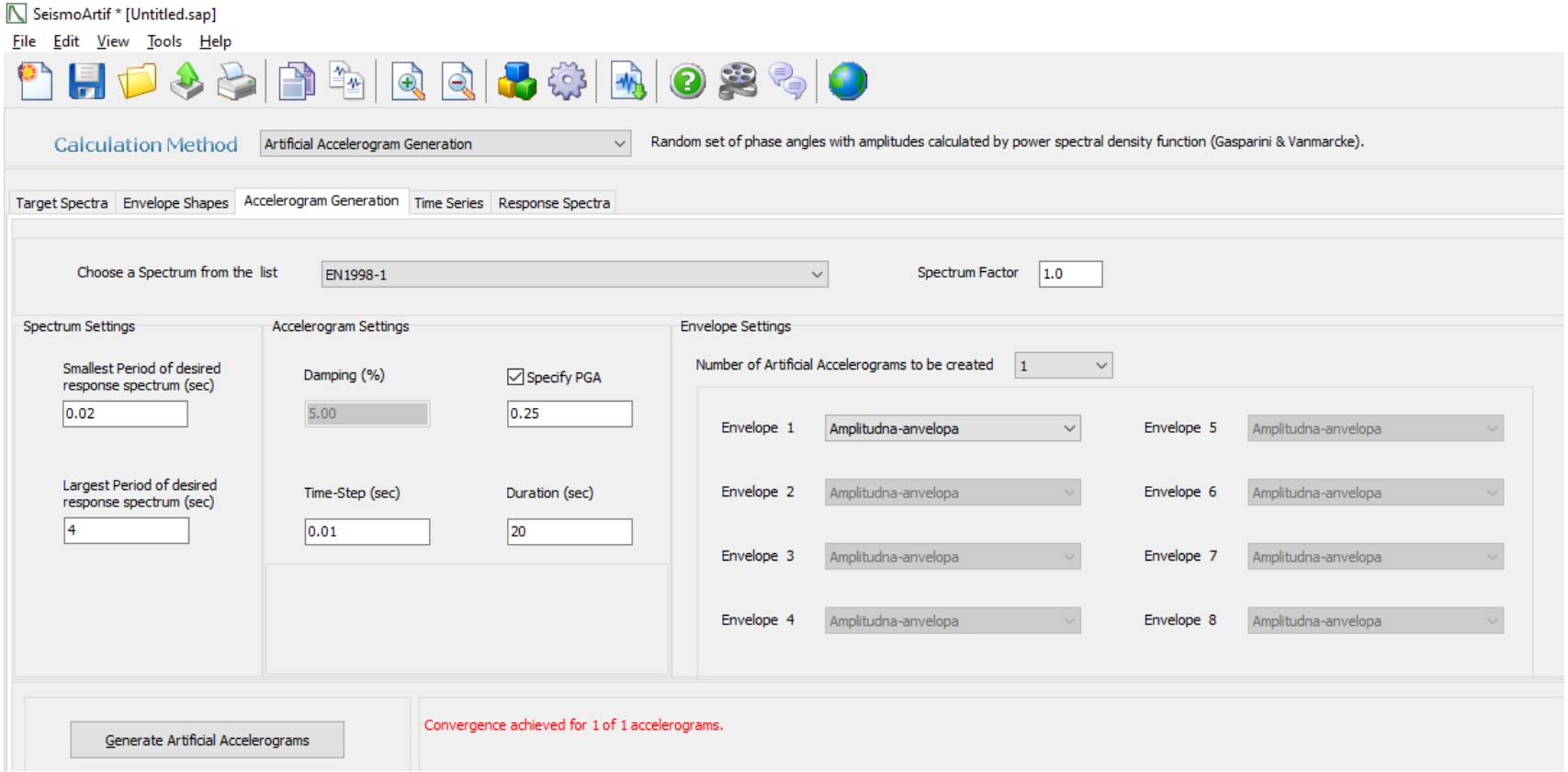


- **Generisanje akcelerograma**
  - Računarski softver – SeismoArtif (https://www.seismosoft.com/)
    - Izbor amplitudne anvelope



Seizmički hazard

- **Generisanje akcelerograma**
  - Računarski softver – SeismoArtif (https://www.seismosoft.com/)
    - Parametri za generisanje



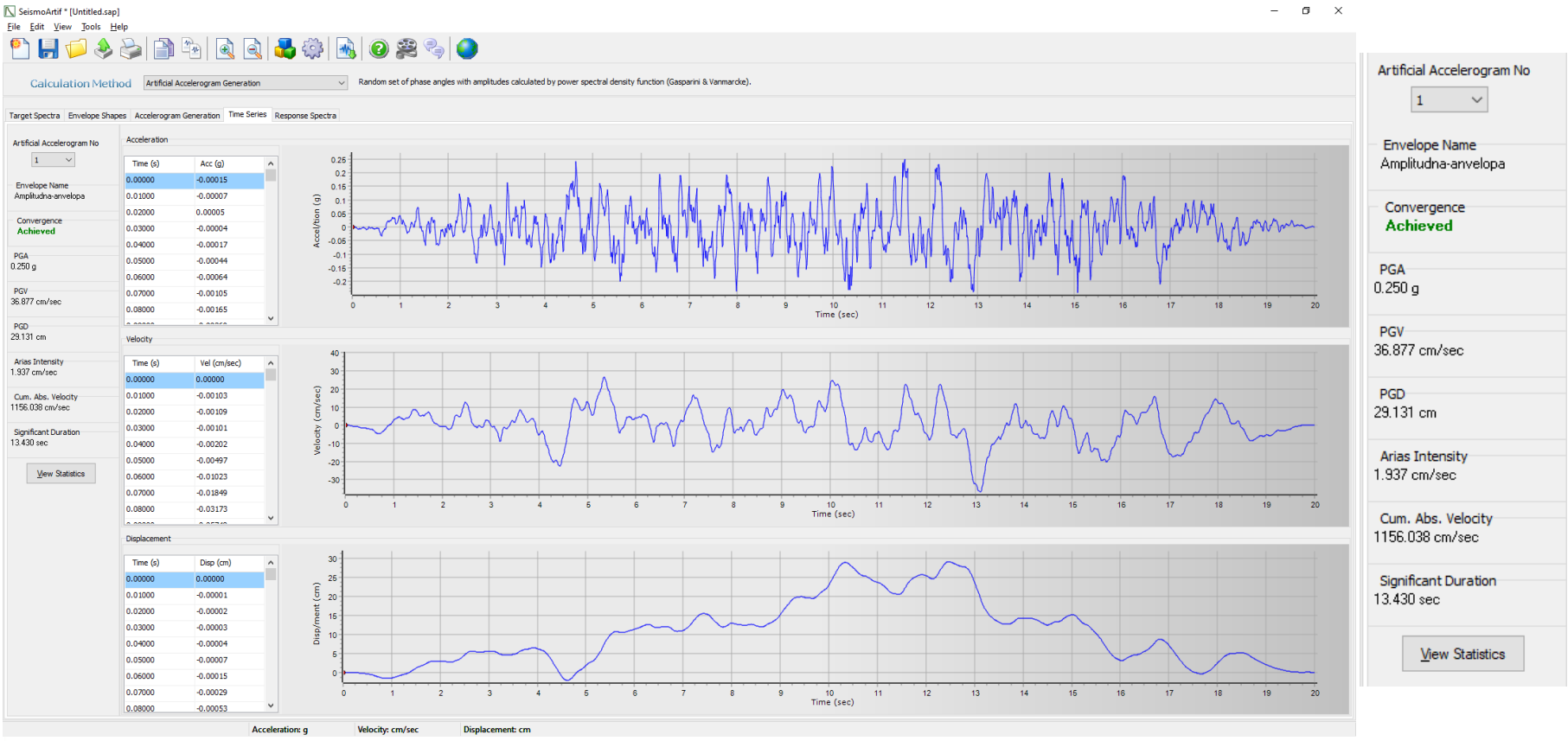
Seizmički hazard

Overall Statistics for Target Spectrum EN1998-1

Accelerogram No.	Envelope Name	Mean Error (%)	Coeff. of Variation (%)	PGA (g)	PGV (cm/sec)
1	Amplitudna-anvelopa	7.51	9.23	0.250	36.877
Average	Converged only	7.51	9.23	0.250	36.877
Average	All	7.51	9.23	0.250	36.877

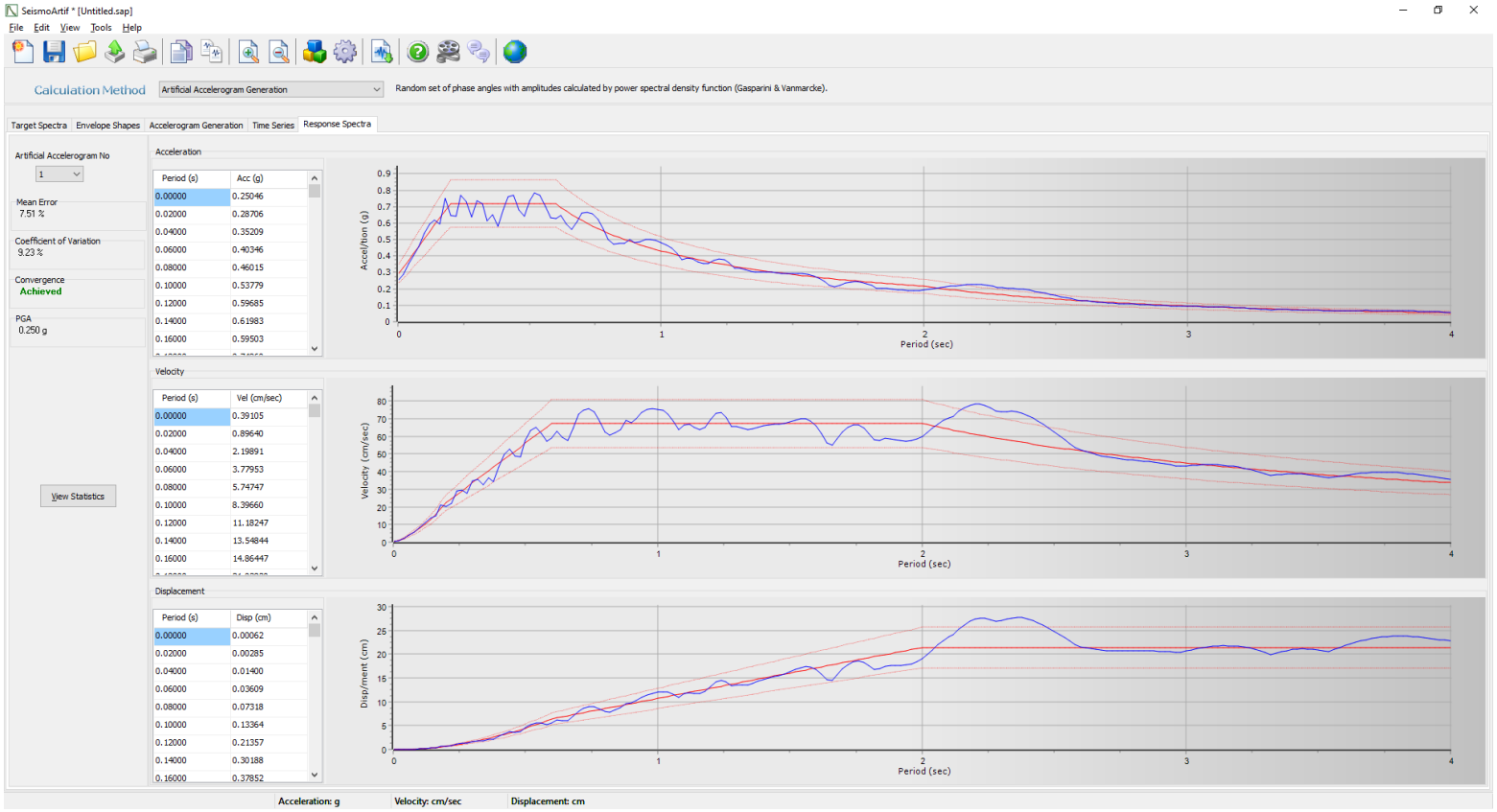
PGD (cm)	Arias Intensity (cm/sec)	Cum. Abs. Velocity (cm/sec)	Significant Duration (sec)	Convergence
29.131	1.937	1156.038	13.430	Achieved
29.131	1.937	1156.038	13.430	1 / 1
29.131	1.937	1156.038	13.430	1 / 1

- **Generisanje akcelerograma**
  - Računarski softver – SeismoArtif (https://www.seismosoft.com/)
    - Generisani zapisi



Seizmički hazard

- **Generisanje akcelerograma**
  - Računarski softver – SeismoArtif (https://www.seismosoft.com/)
    - Spektri odgovora generisanog akcelerograma



Seizmički hazard

- **Fourier-ov spektar**
  - Pored spektra odgovora za određivanje frekventnih karakteristika akcelerograma, koriste se Fourier-ovi spektri
  - Za bilo koji akcelerogram ag(t) koji traje od t = 0 do t = t_n, Fourier-ov spektar se određuje na sledeći način

$$F(\omega) = \int_0^{t_n} a_g(\tau)\exp(-i\omega\tau)d\tau$$

  - Fourier-ov amplitudni spektar predstavlja kvadratni koren sume kvadrata realnog i imaginarnog dela Fourier-ovog spektra F(ω)

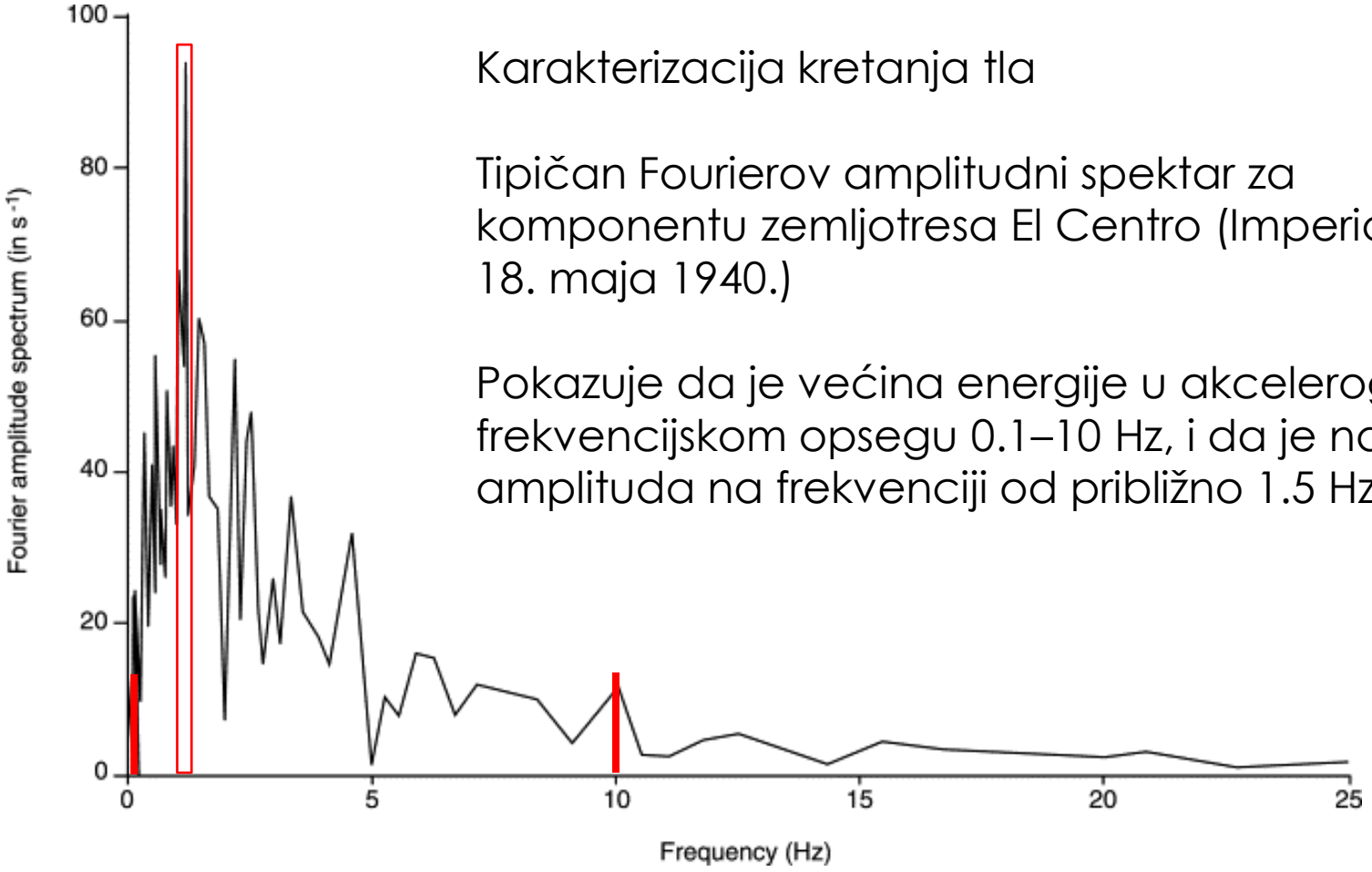
$$FS \equiv |F(\omega)| = \sqrt{\left[\int_0^{t_n} a_g(\tau)\cos(\omega\tau)d\tau\right]^2 + \left[\int_0^{t_n} a_g(\tau)\sin(\omega\tau)d\tau\right]^2}$$

ima jedinicu brzine

  - Predstavljaju sličnu meru kao spektri relativnih brzina S_v

Seizmički hazard

- **Fourier-ov spektar**



Karakterizacija kretanja tla

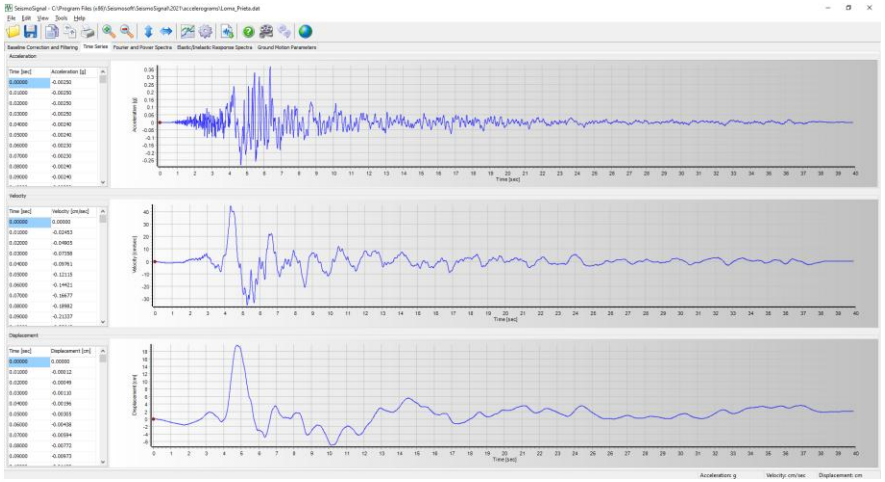
Tipičan Fourierov amplitudni spektar za komponentu zemljotresa El Centro (Imperial Vallei, 18. maja 1940.)

Pokazuje da je većina energije u akcelerogramu u frekvencijskom opsegu 0.1–10 Hz, i da je najveća amplituda na frekvenciji od približno 1.5 Hz

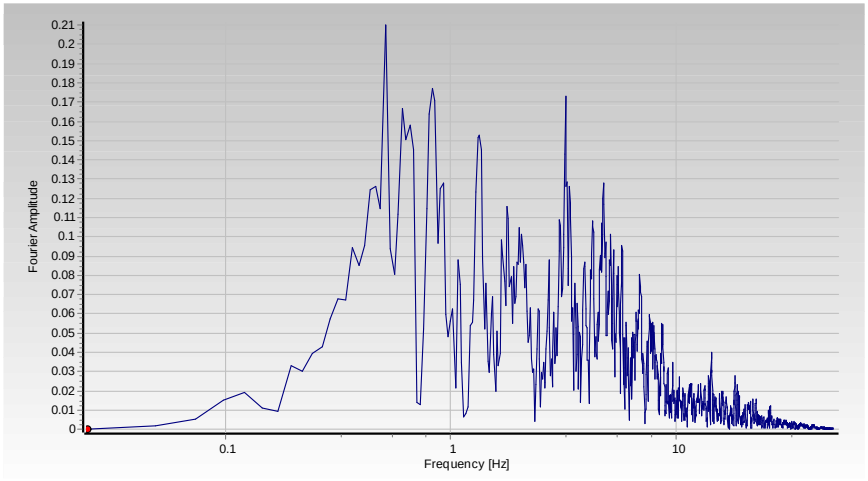
Seizmički hazard

- **Fourier-ov spektar**
  - Računarski softver – SeismoSignal (https://www.seismosoft.com/)

Zapis ubrzanja, brzine i pomeranja za jedan zemljotres



Fourier-ov spektar



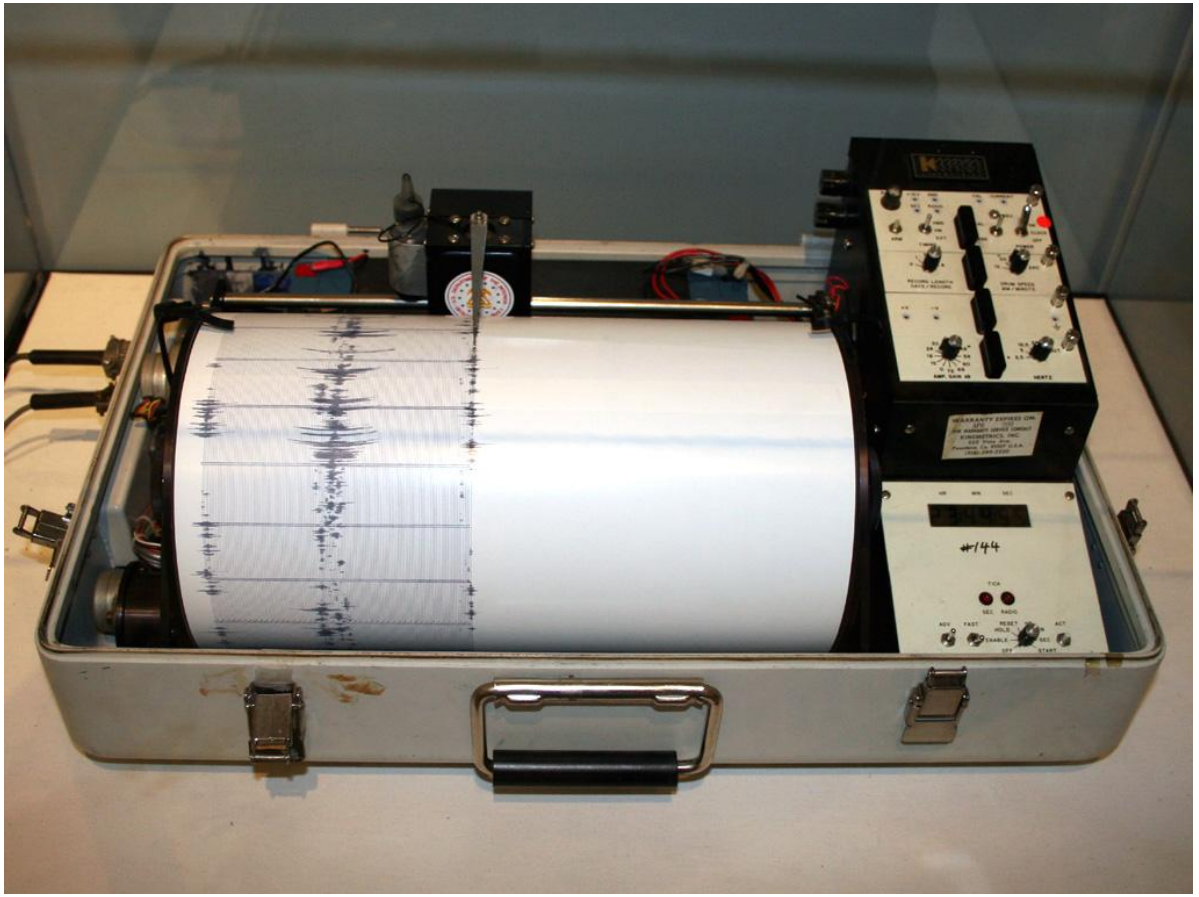
Seizmički hazard

- **Seizmometrija – uređaji**
  - **Osnovni tipovi uređaja**
    - Seizmograf (seizmometar)
    - Akcelerograf (akcelerometar)
    - itd.
  - **Seizmograf**
    - Registruje pomeranje (ili brzinu) oscilovanja tla
    - Zapis seizmografa naziva se seizmogram (grafički zapis)
    - Seizmometri mere kretanje u horizontalnom (obično istok-zapad i sever-jug) i vertikalnom pravcu
    - Seizmograf je u principu klatno (masa na opruzi i prigušivač) sa svojstvenim periodom bitno većim od periode vibacije tla usled zemljotresa
    - Zbog inercije klatno teži da održi stanje mirovanja za vreme zemljotresa, dok se kućište kreće, pa se na taj način beleži njihova međusobna razlika položaja i prikazuje preko seizmograma



Seizmički hazard

- **Seizmometrija – uređaji**
  - **Seizmograf**



Seizmički hazard

- **Seizmometrija – uređaji**
  - **Akcelerograf**
    - Registruje ubrzanje kretanja tla
    - Mere ubrzanja u horizontalnom (obično istok-zapad i sever-jug) i vertikalnom pravcu
    - Zbog velike sopstvene frekvencije sistema trokomponentnog klatna (obično između 25 i 30 Hz), ovaj uređaj praktično direktno registruje ubrzanje tla i prikazuje ga kroz akcelerogram

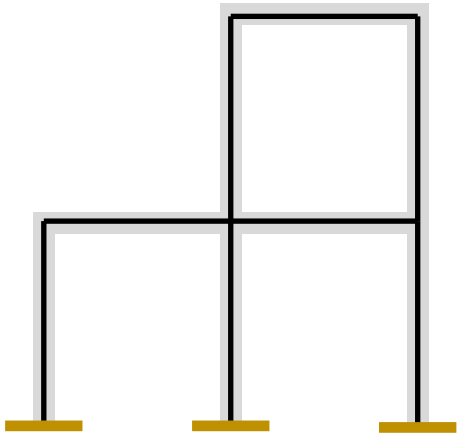


Dinamika konstrukcija

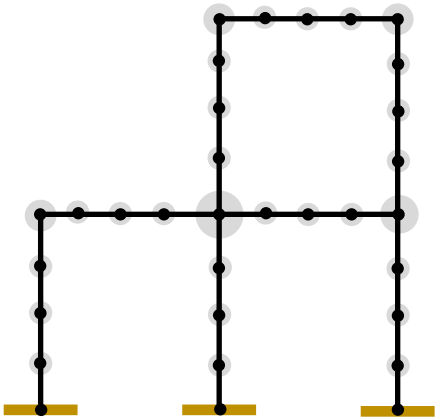
Rekapitulacija osnovnih jednačina za linearnu seizmičku analizu konstrukcija

Dinamički modeli

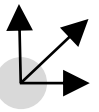
Kontinualno raspodeljene mase



Diskretno raspodeljene mase

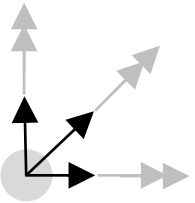


Masa
Mera inertnosti pri translatornom kretanju

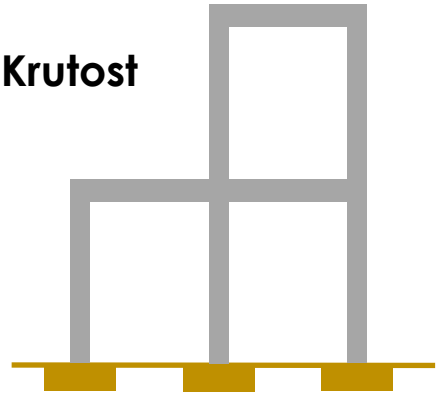


(Maseni) moment inercije
Mera inertnosti pri obrtanju





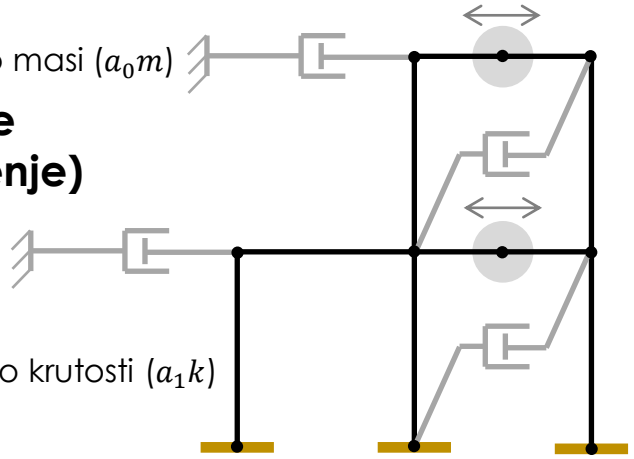
Krutost



Proporcionalno masi $(a_0 m)$

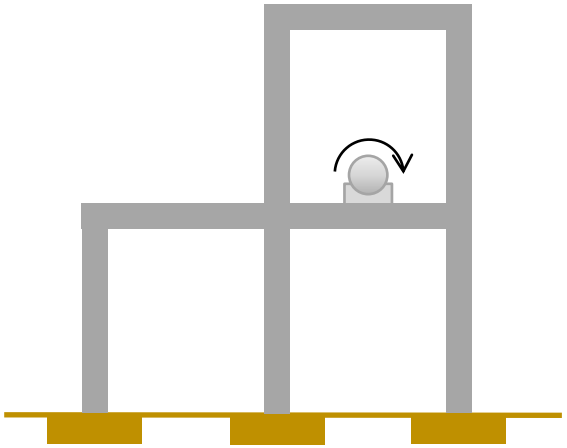
Viskozno prigušenje (Rayleigh-jevo prigušenje)

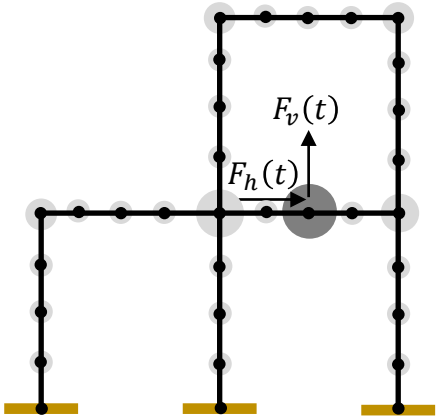
Proporcionalno krutosti $(a_1 k)$



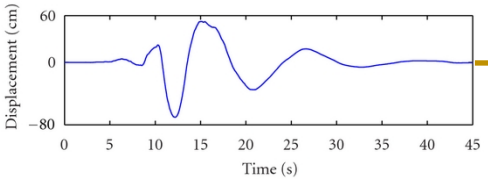
Dinamički modeli

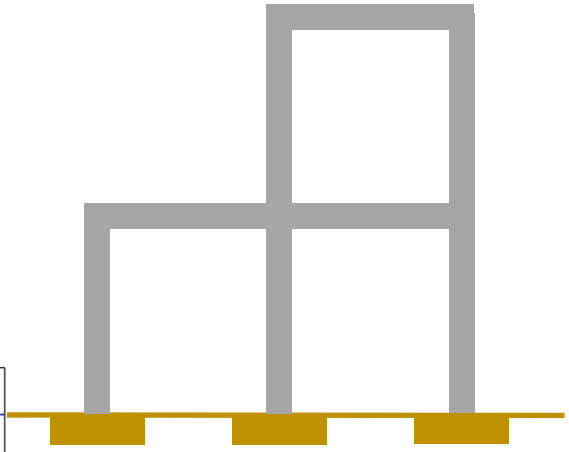
Harmonijska sila

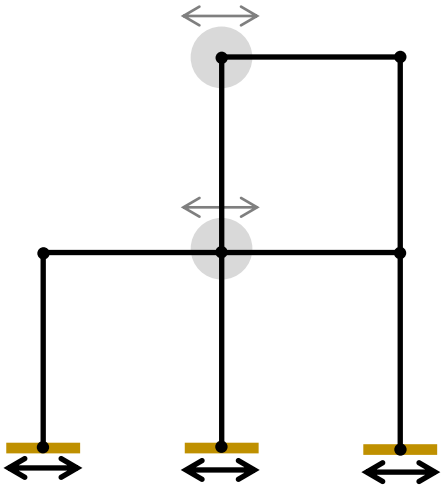




Prinudno pomeranje osnove



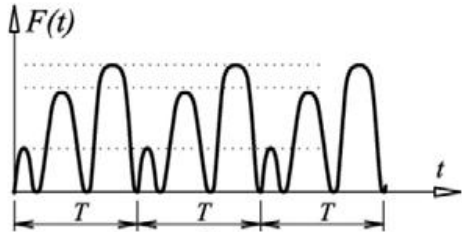




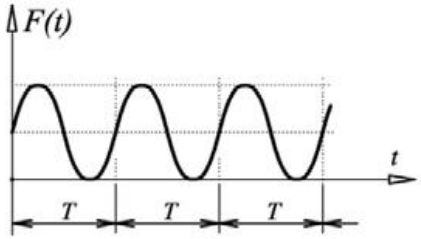
Dinamički modeli

Dinamička dejstva se odlikuju promenom intenziteta u toku vremena pri kojem se uticaj nastalih inercijalnih sila ne može zanemariti pa je neophodno da se vrši dinamička analiza odgovora sistema

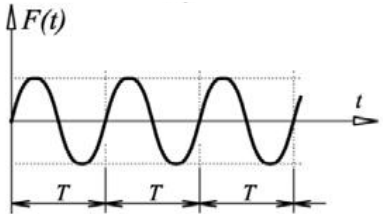
Periodično dejstvo
Ponavlja se u jednakim vremenskim intervalima



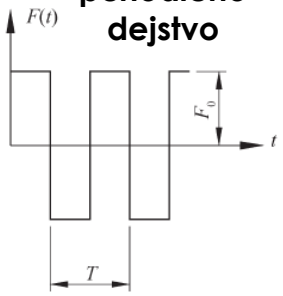
Harmonijsko periodično dejstvo
Amplituda sile se menja po harmonijskoj funkciji sinusa ili kosinusa
Poseban slučaj periodičnog dejstva



Oscilatorno dejstvo
Srednja vrednost harmonijskog periodičnog dejstva iznosi nula

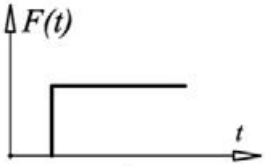


Neharmonijsko periodično dejstvo

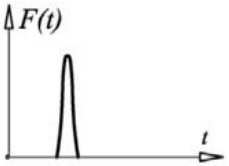


Udarno dejstvo – Naglo naneto

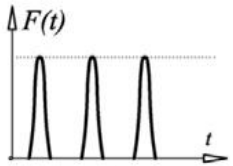
Ostaje duže vreme



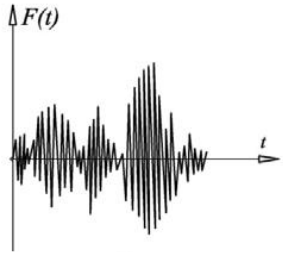
Impuls
Deluje veoma kratko vreme



Serija impulsa
Periodično promenljivo



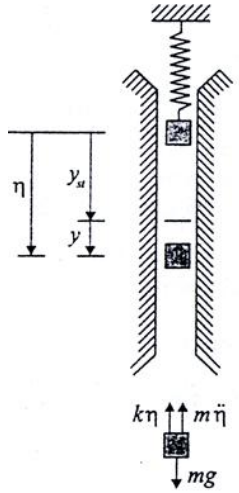
Slučajna (stihijska, stohastička) dejstva
Kroz vreme se menja nepravilno
Aperiodično dejstvo



Dinamičko temperaturno dejstvo – npr. pri dejstvu požara mogu sa se jave inercijane sile
Dinamičko pomeranje oslonaca – npr. pri dejstvu **zemljotresa** (proizvoljno pomeranje oslonaca)

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Slobodne neprigušene vibracije (oscilacije)**



masa m ... [masa … kg]
krutost k ... [sila/dužina … N/m … kg/s^2]

SDOF
Single-Degree-Of-Freedom

- Linearna homogena diferencijalna jednačina drugog reda sa konstantnim koeficijentima

$$m\ddot{y}(t) + ky(t) = 0 \qquad \ddot{y}(t) + \omega^2 y(t) = 0$$

Komentar:
svaki mehanički elastični sistem vibrira oko svog statičkog ravnotežnog položaja

  - gde je ω svojstvena (ili prirodna) ugaona frekvencija ili svojstvena kružna frekvencija

$$\omega = \sqrt{k/m} \ \ [\mathrm{rad/s}] \ \text{ili} \ \ [1/\mathrm{s}]$$

Komentar:
k i *m* su prirodne karakteristike sistema

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Slobodne neprigušene vibracije**
  - Rešenje difrencijalne jednačne

$$y(t) = \frac{v_0}{\omega}\sin(\omega t) + y_0\cos(\omega t)$$

ili

$$y(t) = C\sin(\omega t + \alpha)$$

  - gde su
    - amplituda vibracija

$$C = \sqrt{\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2 + y_0^2}$$

    - ugao $(\omega t + \alpha)$ je **faza vibracija** ili **fazni ugao**
    - ugao α je **fazna razlika**

$$tg(\alpha) = \frac{y_0\omega}{v_0} \qquad \cos(\alpha) = \frac{v_0}{\sqrt{\omega^2 y_0^2 + v_0^2}} \qquad \sin(\alpha) = \frac{y_0}{\sqrt{\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2 + y_0^2}}$$

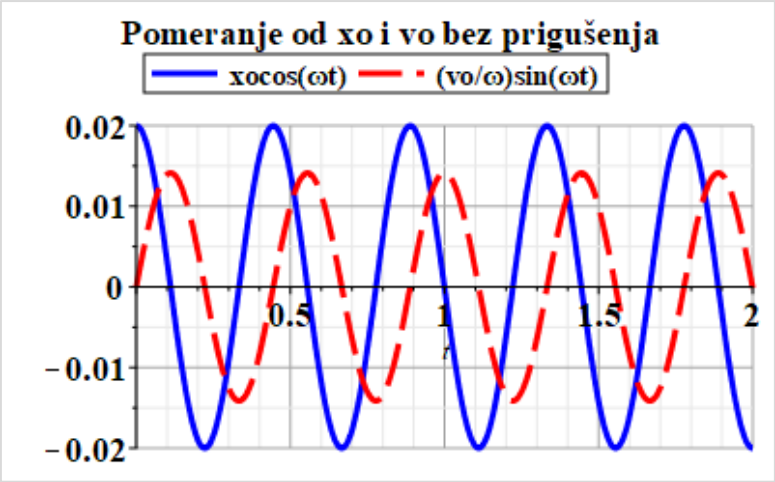
Komentari:
- Dva harmonijska kretanja (jer su trigonometrijske funkcije istovremeno i harmonijske) koja imaju istu svojstvenu kružnu frekvenciju, a različite amplitude
- Harmonijske slobodne neprigušene vibracije

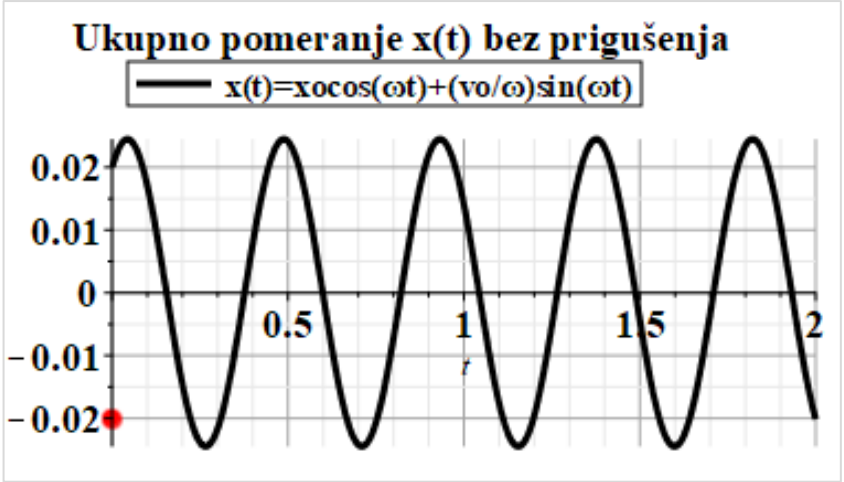
Komentar:
Periodično, harmonijsko, neprigušeno i oscilatorno kretanje

Komentari:
- ω i T ne zavise od početnih uslova i predstavljaju nepromenljive karakteristike sistema (zavise od krutosti i mase dinamičkog modela)
- C i α zavise od početnih uslova

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Slobodne neprigušene vibracije**
  - Period svojstvenih vibracija: $\boldsymbol{T = 2\pi/\omega [s]}$
  - Svojstvena frekvencija: $\boldsymbol{f = 1/T = \omega/2\pi [Hz]}$
  - Tehnička frekvencija: $\boldsymbol{n = 60f = 60/T [cik/min]}$
  - Kretanje $y(t) = \frac{v_0}{\omega}\sin(\omega t) + y_0\cos(\omega t)$ se sastoji od dva dela
    - Proporcionalno $\cos(\omega t)$ i zavisi od početnog pomeranja y_0
    - Proporcionalno $\sin(\omega t)$ i zavisi od početne brzine v_0



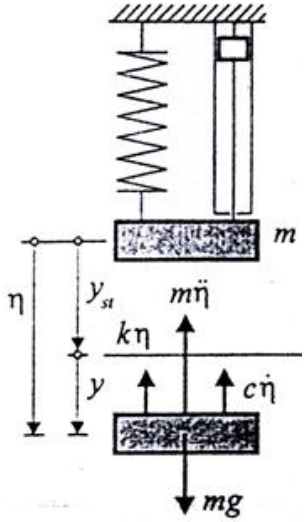


Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Slobodne prigušene vibracije**
  - Diferencijalna jednačina kretanja

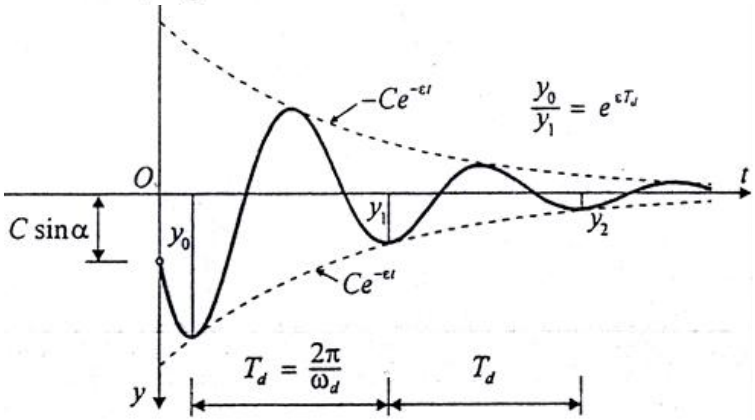
$$\ddot{y} + 2\varepsilon\dot{y} + \omega^2 y = 0$$

    - gde je koeficijent prigušenja $\varepsilon = c/(2m)$
  - Priroda rešenja zavisi od prigušenja i razlikuju se tri slučaja

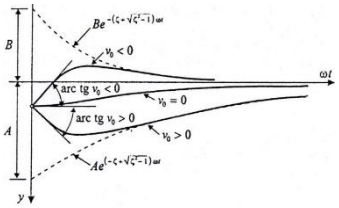


Viskozno prigušenje (proporcionalno brzini)
c ... [masa/vreme … kg/s]

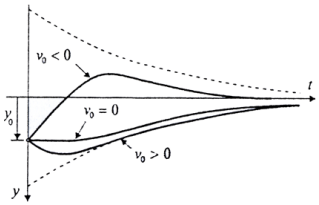
    - **Prvi slučaj: $\varepsilon < \omega$**
      - **Malo ili podkritično prigušenje**
      - **Uobičajeno kod građevinskih konstrukcija**



    - Drugi slučaj: $\varepsilon > \omega$
      - Nadkritično prigušenje



    - Treći slučaj: $\varepsilon = \omega$
      - Kritično prigušenje



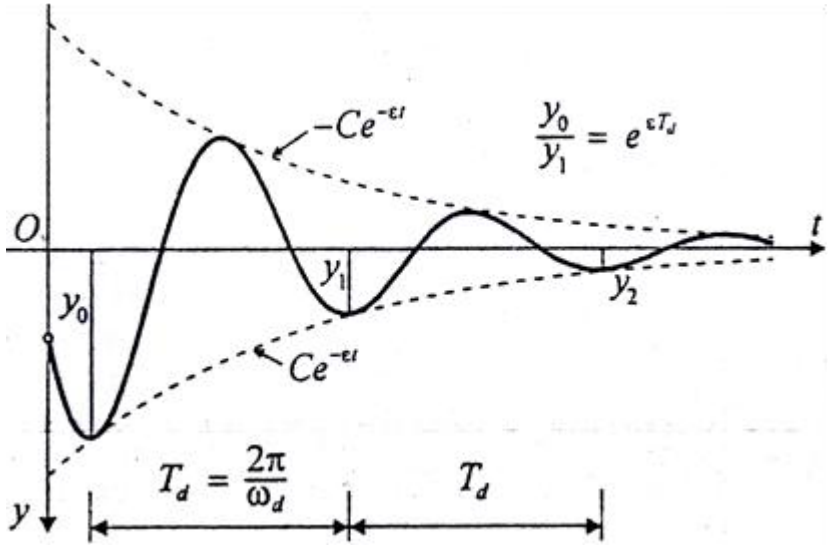
Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Slobodne prigušene vibracije**
  - Prvi slučaj: $\varepsilon < \omega$
    - Rešenje difrencijalne jednačne

$$y(t) = e^{-\varepsilon t}\left(\frac{v_0 + \varepsilon y_0}{\omega_d}\sin(\omega_d t) + y_0\cos(\omega_d t)\right)$$

    - ili

$$y(t) = Ce^{-\varepsilon t}\sin(\omega_d t + \alpha)$$



Komentari:
- Aperiodično kretanje jer se vremenom maksimalna pomeranja od ravnotežnog položaja smanjuju
- Harmonijsko kretanje oscilatornog karaktera jer je funkcija sinusa harmonijska, a interval vremena koji prođe između dve susedne amplitude istog znaka uvek je isti i iznosi T_d

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Slobodne prigušene vibracije**
  - Prvi slučaj: $\varepsilon < \omega;\ \zeta < 1$
    - Amplituda

$$Ce^{-\varepsilon t}$$

gde je $$C = \sqrt{\left(\frac{v_0 + \varepsilon y_0}{\omega_d}\right)^2 + y_0^2}$$

Fazna razlika

$$tg(\alpha) = \frac{y_0 \omega_d}{v_0 + \varepsilon y_0}$$

    - Kružna frekvencija

$$\omega_d = \omega\sqrt{1 - \zeta^2}\,[\mathrm{rad/s}]$$

Period

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d}\,[\mathrm{s}]$$

Frekvencija

$$f_d = \frac{1}{T_d} = f\sqrt{1 - \zeta^2}\,[\mathrm{Hz}]$$

    - Relativno prigušenje

$$\zeta = \frac{\varepsilon}{\omega} = \frac{c}{2m\omega} = \frac{c}{c_{kr}}$$

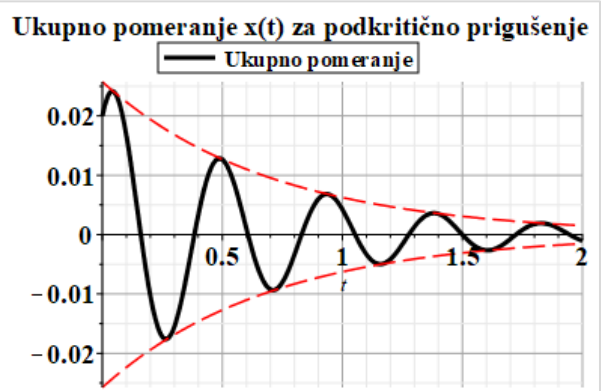
Kritično prigušenje

$$c_{kr} = 2m\omega = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\sqrt{km} = \frac{2k}{\omega}$$

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

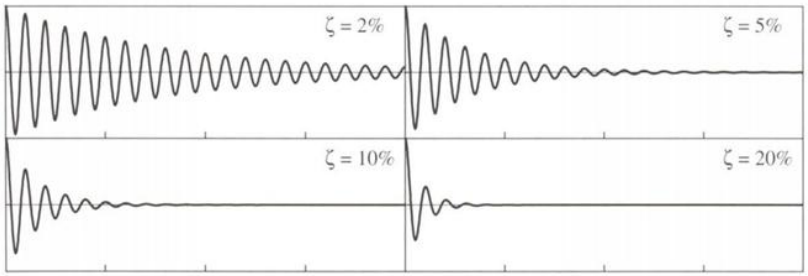
- **Slobodne prigušene vibracije**
  - Prvi slučaj: $\zeta < 1$





  - Relativno prigušenje

Nivo naprezanja	Vrsta konstrukcije	Relativno prigušenje $\zeta = \frac{c}{\omega}$
Naprezanja manja od 50% granice tečenja	a) Cevovodi i mašinska oprema	0.01 – 0.02
	b) Zavarene konstrukcije, prethodno napregnuti beton i armirani beton sa armaturom u obe zone preseka	0.02 – 0.03
	c) Armirani beton sa dosta prslina	0.03 – 0.05
	d) Čelične konstrukcije sa vijcima ili zakivcima, drvene konstrukcije	0.05 – 0.07
Naprezanja nešto manja od granice tečenja	a) Cevovodi i mašinska oprema	0.02 – 0.03
	b) Zavarene konstrukcije i dobro prednapregnuti beton	0.05 – 0.07
	c) Delimično prednapregnuti beton	0.07 – 0.10
	d) Armirani beton	0.07 – 0.10
	e) Zakovane ili vijcima povezane čelične konstrukcije, drvene konstrukcije povezane zavrtnjima	0.10 – 0.15
	f) Drvene konstrukcije povezane žlebovima	0.15 – 0.20



Komentari:
- Periodi T i T_d se vrlo malo razlikuju
- Amplituda se vrlo brzo priguši

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Proizvoljno promenljiva sila – Duhamel-ov integral**
  - Za linearno ponašanje sistema važi superpozicija, pa dobijamo izraz za ukupno pomeranje u sledećem obliku (integral konvolucije ili integral superpozicije ili Duhamel-ov integral)

$$\boldsymbol{y(t) = \int_0^t F(\tau) g(t-\tau) d\tau}$$

Reagovanje sistema na jedinični impuls

$$g(t) = \frac{1}{m\omega}\sin(\omega t)$$

$$g(t) = \frac{1}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega t}\sin(\omega_d t)$$

  - Ukoliko postoje početni uslovi jednačina kretanja glasi:
    - bez prigušenja ($\zeta = 0$)

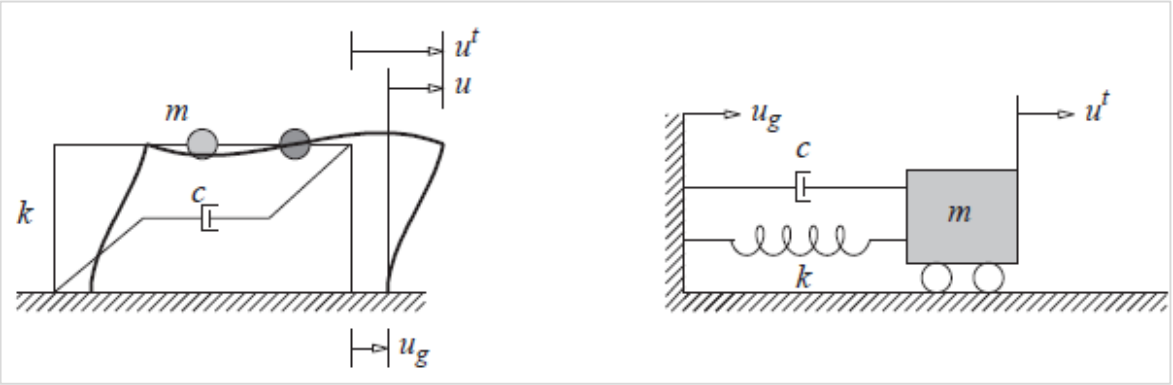
$$\boldsymbol{y(t) = \frac{v_0}{\omega}\sin(\omega t) + y_0\cos(\omega t) + \frac{1}{m\omega}\int_0^t F(\tau)\sin[\omega(t-\tau)]d\tau}$$

    - sa prigušenjem ($0 < \zeta < 1$)

$$\boldsymbol{y(t) = e^{-\zeta\omega t}\left(\frac{v_0 + \zeta\omega y_0}{\omega_d}\sin(\omega_d t) + y_0\cos(\omega_d t)\right) + \frac{1}{m\omega_d}\int_0^t F(\tau)e^{-\zeta\omega(t-\tau)}\sin[\omega_d(t-\tau)]d\tau}$$

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Proizvoljno pomeranje osnove (zemljotres)**



  - **Inercijalna sila** $m\ddot{u}^t$ je proporcionalna apsolutnom ubrzanju $\ddot{u}^t$
  - **Sila prigušenja** $c\dot{u}$ je proporcionalna relativnoj brzini $\dot{u}$ (unutrašnje viskozno prigušenje)
  - **Sila elastičnog otpora** ku koji pruža konstrukcija u pravcu kretanja mase je proporcionalna relativnom pomeranju u
  - Pomeranje konstrukcije kao krutog tela iznosi u_g (**pomeranje osnove**)
  - Dejstvo zemljotresa se najčešće uvodi preko vremenskog zapisa ubrzanja tla (**akcelerogram**)

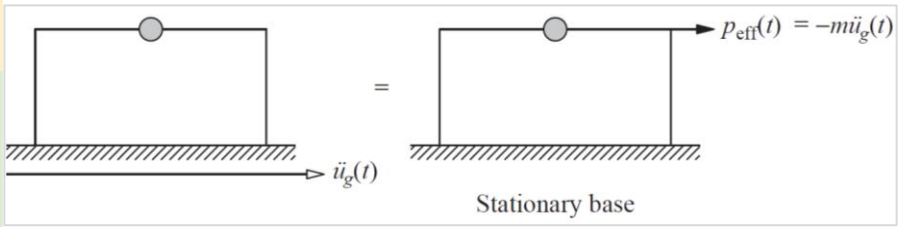
Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Proizvoljno pomeranje osnove (zemljotres)**
  - Ukupno pomeranje u odnosu na početni položaj (apsolutno pomeranje mase) $u^t = u_g + u$
  - Diferencijalna jednačina kretanja glasi

$$\boldsymbol{m\ddot{u}^t + c\left(\dot{u}^t - \dot{u}_g\right) + k\left(u^t - u_g\right) = 0} \qquad \boldsymbol{m\left(\ddot{u}_g + \ddot{u}\right) + c\dot{u} + ku = 0}$$

  - i nakon sređivanja sledi

$$\boldsymbol{m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g = p_{eff} \quad \Rightarrow \quad \ddot{u} + 2\zeta\omega\dot{u} + \omega^2 u = -\ddot{u}_g}$$



Komentar:
Problem se svodi na prinudne prigušene vibracije usled proizvoljno promenljive sile $p_{eff} = -m\ddot{u}_g$ (tzv. efektivna sila zemljotresa)

- **Prethodni zaključak važi i za diskretne sisteme sa više stepeni slobode (biće komentarisano kasnije)**

Komentar:
Diferencijalna jednačina kretanja može da se prikaže i na drugi način, tj. u sledećem obliku

$$\boldsymbol{m\ddot{u}^t + c\dot{u}^t + ku^t = c\dot{u}_g + ku_g}$$

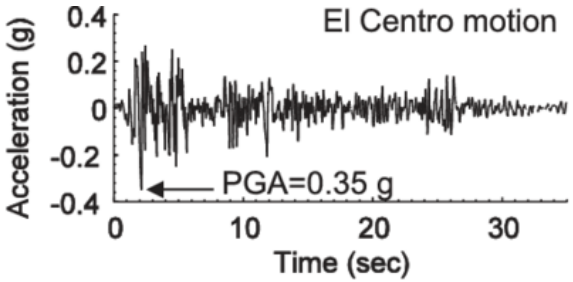
koji se, zbog toga što se zemljotresno dejstvo obično zadaje u vidu akcelerograma, retko primenjuje

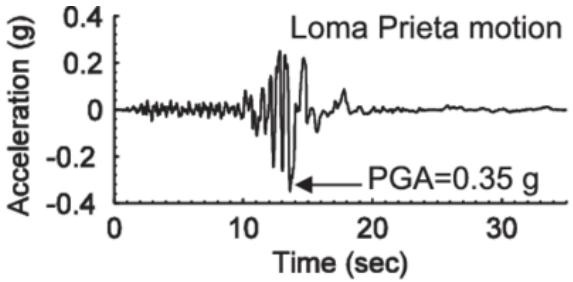
Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

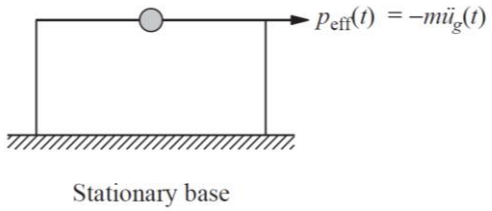
- **Proizvoljno pomeranje osnove (zemljotres)**
  - Kod zemljotresnog dejstva uobičajeno je da se usvoje homogeni početni uslovi i podkritično prigušenje (uobičajeno za građevinske konstrukcije). Rešenje za proizvoljno promenljivu silu $p_{eff} = -m\ddot{u}_g$ može da se odredi primenom Duhamel-ovog integrala

$$u(t) = -\frac{1}{\omega_d}\int_0^t \ddot{u}_g(\tau)e^{-\zeta\omega(t-\tau)}\sin[\omega_d(t-\tau)]d\tau$$

  - Integral može da se odredi samo ako je dejstvo dato u analitičkom obliku i sa „dovoljno jednostavnom“ funkcijom promene
  - Za zemljotresno dejstvo (akcelerogram) prethodni uslov nije ispunjen ako se posmatra čitava vremenska istorija

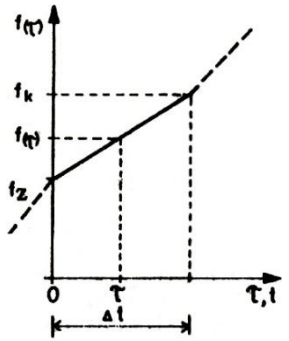






Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Numerička integracija Duhamel-ovog integrala**
  - Ako se ubrzanje tla između dva susedna snimljena podatka aproksimira pravom linijom, a samim tim i promena opterećenja, moguće je numerički rešiti inegral iz prethodne jednačine za zadati akcelerogram



Linearna promena opterećenja f po vremenskim intervalima Δt

  - Analizirano vreme podeli se na vremenske intervale Δt (koji npr. odgovaraju vremenskim intervalima snimljenih ubrzanja tla tokom zemljotresa; biće kasnije komentarisano)
  - Najbolje je za numerički proračun da je vremenska dužina intervala konstantna (ovo odgovara akcelerogramu), mada može biti i promenljiva
  - Početno pomeranje i početna brzina za naredni interval odgovaraju pomeranju i brzini na kraju prethodnog intervala

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Numerička integracija Duhamel-ovog integrala**
  - Izrazi za pomeranje, brzinu i ubrzanje mogu da se napišu na sledeći način (indeks z – početak intervala; indeks *k* – kraj intervala; *f* – dejstvo (za zemljotres $f = -m\ddot{u}_g$))

$$\boldsymbol{u_k = Af_z + Bf_k + Cu_z + D\ddot{u}_z}$$

$$\boldsymbol{\dot{u}_k = A'f_z + B'f_k + C'u_z + D'\dot{u}_z}$$

$$\boldsymbol{\ddot{u}_k = (f_k - c\dot{u}_k - ku_k)/m}$$

$$A = \frac{1}{k\omega_d \Delta t}\left\{e^{-\zeta\omega\Delta t}\left[(1-2\zeta^2-\zeta\omega\Delta t)sin(\omega_d\Delta t) - \left(\frac{2\zeta\omega_d}{\omega}+\omega_d\Delta t\right)cos(\omega_d\Delta t)\right] + \frac{2\zeta\omega_d}{\omega}\right\}$$

$$B = \frac{1}{k\omega_d \Delta t}\left\{e^{-\zeta\omega\Delta t}\left[-(1-2\zeta^2)sin(\omega_d\Delta t) + \frac{2\zeta\omega_d}{\omega}cos(\omega_d\Delta t)\right] + \omega_d\Delta t - \frac{2\zeta\omega_d}{\omega}\right\}$$

$$C = e^{-\zeta\omega\Delta t}\left[cos(\omega_d\Delta t) + \frac{\zeta\omega}{\omega_d}sin(\omega_d\Delta t)\right] \qquad D = \frac{1}{\omega_d}e^{-\zeta\omega\Delta t}sin(\omega_d\Delta t)$$

$$A' = \frac{1}{k\omega_d \Delta t}\left\{e^{-\zeta\omega\Delta t}[(\zeta\omega+\omega^2\Delta t)sin(\omega_d\Delta t) + \omega_d\Delta t cos(\omega_d\Delta t)] - \omega_d\right\}$$

$$B' = \frac{1}{k\omega_d \Delta t}\left[-e^{-\zeta\omega\Delta t}[\zeta\omega sin(\omega_d\Delta t) + \omega_d cos(\omega_d\Delta t)] + \omega_d\right]$$

$$C' = -\frac{\omega^2}{\omega_d}e^{-\zeta\omega\Delta t}sin(\omega_d\Delta t) \qquad D' = e^{-\zeta\omega\Delta t}\left[cos(\omega_d\Delta t) - \frac{\zeta\omega}{\omega_d}sin(\omega_d\Delta t)\right]$$

Komentari:

- Rešenje može da se primeni za proizvoljno promenljivo dinamičko dejstvo f
- Za zemljotresno dejstvo koristi se $p_{eff} = -m\ddot{u}_g$
- Izračunate vrednosti pomeranja tačne su za dejstvo sastavljeno od linearnih sektora bez obzira na trajanje intervala Δt
- Trajanje intervala proračuna Δt, između ostalog, diktira i opterećenje (biće komentarisano kasnije)
- U opštem slučaju tačnost rezultata se poboljšava skraćivanjem trajanja intervala proračuna Δt (biće komentarisano kasnije)
- Pošto se rešenje pomoću Duhamel-ovog integrala zasniva na superpoziciji metoda se koristi samo za analizu u lineranom području

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Numerička integracija**
  - **Newmark-ov postupak sa konstantnim (prosečnim) ubrzanjem**
    - Pretpostavkom o promeni ubrzanja tokom intervala diferencijalnu jednačinu kretanja pretvaramo u algebarsku i dobijamo rešenja u diskretnim trenucima vremena
    - Jednačina kretanja koje se pišu za trenutak t_{i+1} pa ovaj postupak naziva *implicitni postupak*
    - **Postupak proračuna**
    - **Inicijalni proračun (jednom na početku)**
    - **1)** Početno pomeranje $u(0) = u_0$ i početna brzina $\dot{u}(0) = \dot{u}_0 = v_0$ su zadati
    - **2)** Na osnovu početnih uslova određuje se početno ubrzanje iz izraza

$$\ddot{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{0}} = (\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{0}} - \boldsymbol{c}\dot{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{0}} - \boldsymbol{k}\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{0}})/\boldsymbol{m}$$

    - **3)** Ako je dužina intervala Δt konstantna (uobičajeno) zamenjujuća krutost $\bar{k}$ je konstantna i određuje se jednom na početku proračuna

$$\bar{\boldsymbol{k}} = \frac{\boldsymbol{4m}}{\boldsymbol{\Delta t^2}} + \frac{\boldsymbol{2c}}{\boldsymbol{\Delta t}} + \boldsymbol{k}$$

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Numerička integracija**
  - **Newmark-ov postupak sa konstantnim (prosečnim) ubrzanjem**
    - **Postupak proračuna**
    - **U svakom koraku**
    - **4)** Proračun zamenjujućeg opterećenja $\bar{f}$

$$\bar{\boldsymbol{f}} = \boldsymbol{f}_{i+1} + \left[\frac{\boldsymbol{4}}{\boldsymbol{\Delta t^2}}\boldsymbol{u}_i + \frac{\boldsymbol{4}}{\boldsymbol{\Delta t}}\dot{\boldsymbol{u}}_i + \ddot{\boldsymbol{u}}_i\right]\boldsymbol{m} + \left[\frac{\boldsymbol{2}}{\boldsymbol{\Delta t}}\boldsymbol{u}_i + \dot{\boldsymbol{u}}_i\right]\boldsymbol{c}$$

    - **5)** Proračun pomeranja na kraju intervala u_{i+1}

$$\boldsymbol{u}_{i+1} = \bar{\boldsymbol{f}}/\bar{\boldsymbol{k}}$$

    - **6)** Proračun brzine na kraju intervala $\dot{u}_{i+1}$

$$\dot{\boldsymbol{u}}_{i+1} = \frac{\boldsymbol{2}}{\boldsymbol{\Delta t}}(\boldsymbol{u}_{i+1} - \boldsymbol{u}_i) - \dot{\boldsymbol{u}}_i$$

    - **7)** Proračun ubrzanja na kraju intervala $\ddot{u}_{i+1}$

$$\ddot{\boldsymbol{u}}_{i+1} = \frac{\boldsymbol{4}}{\boldsymbol{\Delta t^2}}(\boldsymbol{u}_{i+1} - \boldsymbol{u}_i) - \frac{\boldsymbol{4}}{\boldsymbol{\Delta t}}\dot{\boldsymbol{u}}_i - \ddot{\boldsymbol{u}}_i \qquad \text{ili} \qquad \ddot{\boldsymbol{u}}_{i+1} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{f}_{i+1} - \boldsymbol{c}\dot{\boldsymbol{u}}_{i+1} - \boldsymbol{k}\boldsymbol{u}_{i+1})$$

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Numerička integracija**
  - **Metoda centralnih razlika**
    - Posmatraju se tri trenutka vremena t_{i-1}, t_i i t_{i+1} pri čemu je $t_{i\mp1} = t_i \mp \Delta t$
    - Koriste se relacije konačnih razlika
    - Nepoznato pomeranje u_{i+1} u trenutku t_{i+1} određuje se iz jednačina kretanja koje su napisane za trenutak t_i pa ovaj postupak spada u tzv. *postupke eksplicitne integracije*
    - **Postupak proračuna**
    - **Inicijalni proračun (jednom na početku)**
    - **1)** Početno pomeranje $u(0) = u_0$ i početna brzina $\dot{u}(0) = \dot{u}_0 = v_0$ su zadati
    - **2)** Na osnovu početnih uslova određuje se početno ubrzanje iz izraza

$$\ddot{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{0}} = (\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{0}} - \boldsymbol{c}\dot{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{0}} - \boldsymbol{k}\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{0}})/\boldsymbol{m}$$

    - **3)** Proračun fiktivnog pomeranja u_{-1}

$$\boldsymbol{u}_{-\boldsymbol{1}} = \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{0}} - \boldsymbol{\Delta t}\dot{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{0}} + \frac{\boldsymbol{\Delta t}^{\boldsymbol{2}}}{\boldsymbol{2}}\ddot{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{0}}$$

    - **4)** Proračun ekvivalentne mase M^*

$$\boldsymbol{M}^* = \frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{\Delta t}^{\boldsymbol{2}}} + \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{2\Delta t}}$$

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Numerička integracija**
  - **Metoda centralnih razlika**
    - **Postupak proračuna**
    - **U svakom koraku**
    - **5)** Proračun ekvivalentnog opterećenja f_i^*

$$\boldsymbol{f_i^* = f_i - \left[\frac{m}{\Delta t^2} - \frac{c}{2\Delta t}\right] u_{i-1} - \left[k - \frac{2m}{\Delta t^2}\right] u_i}$$

    - **6)** Proračun pomeranja y_{i+1}

$$\boldsymbol{u_{i+1} = f_i^*/M^*}$$

    - **7)** Proračun brzine $\dot{u}_i$

$$\boldsymbol{\dot{u}_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta t}}$$

    - **8)** Proračun ubrzanja $\ddot{u}_i$

$$\boldsymbol{\ddot{u}_i = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{\Delta t^2}}$$

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Numerička integracija**
  - **Komentari za tačnost i stabilnost metoda**
    - Newmark-ov postupak sa konstantnim (prosečnim) ubrzanjem je numerički bezuslovno stabilna metoda
    - Metoda centralnih razlika je uslovno stabilna metoda, a rešenje je numerički stabilno ako je ispunjeno sledeće

$$\Delta t \leq T/\pi$$

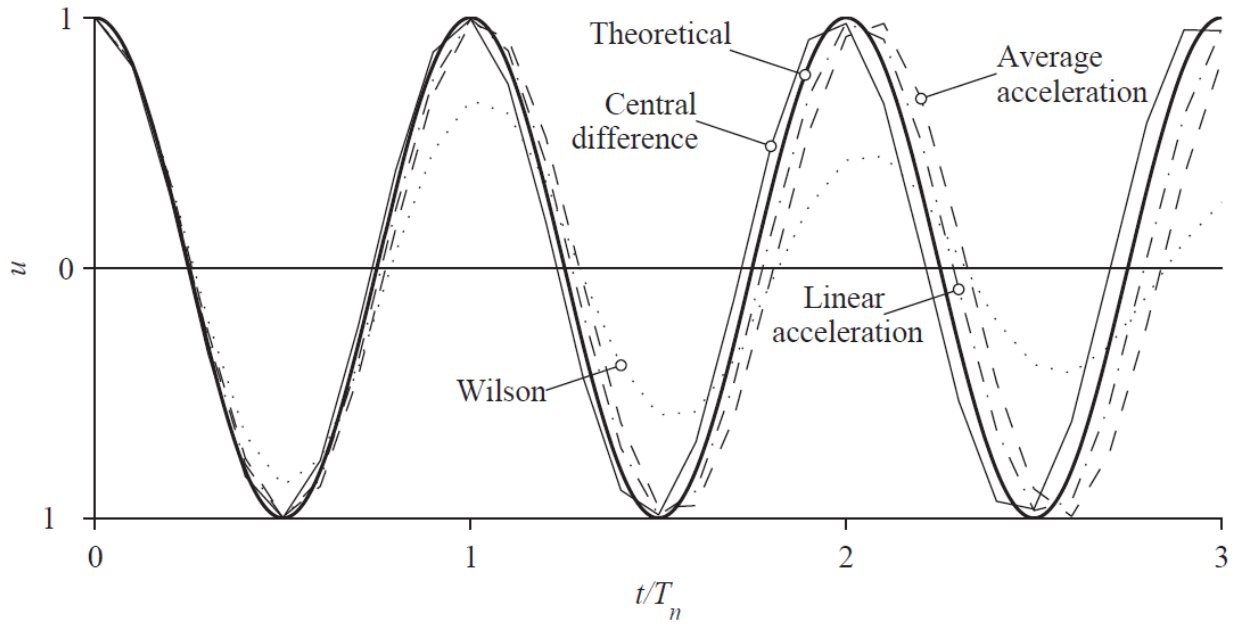
    - Iskustvo pokazuje da je za odgovarajuću tačnost potrebno usvojiti

$$\Delta t \leq T/10$$

      - gde je T svojstveni period vibracija
    - Kod izbora trajanja intervala Δt treba uzeti u obzir i vremenski tok dinamičkog opterećenja jer u proračun ulaze samo veličine opterećenja na granicama između intervala. Interval se bira na takav način da se promene (lomovi, vrhovi i sl.) opterećenja podudaraju sa granicama intervala
    - Kod zemljotresnog opterećenja, gde su vrednosti akcelerograma date obično u intervalima između 0,005 s do 0,02 s, obično se taj interval uzima za interval numeričke integracije u praktičnim proračunima tako da su najčešće zadovoljeni prethodni uslovi

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Numerička integracija**
  - **Komentari za tačnost i stabilnost metoda**
    - U opštem slučaju uticaj grešaka kod stabilnih metoda može da bude sličan uticaju prigušenja, tj. može da produžava period i može da smanjuje amplitudu



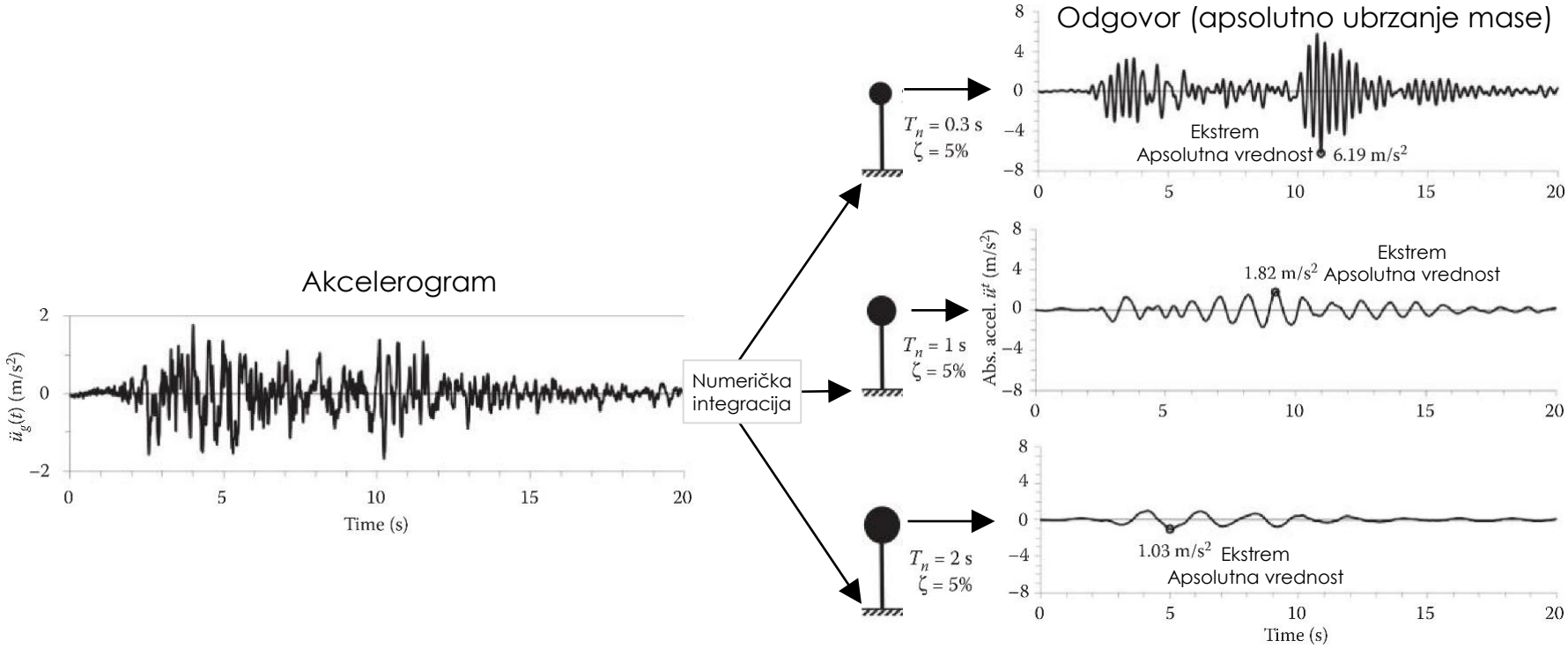
$$\Delta t / T_n = 0.1$$

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Spektar odgovora**
  - Kod dimenzionisanja konstrukcije obično nas zanimaju maksimalne veličine odgovora sistema dok je vremenski tok odgovora od manjeg interesa
  - Korisno je za praksu imati takav dijagram sa koga može odmah da se očita veličina apsolutno maksimalnog odgovora za različite konstrukcije
  - Takav dijagram se naziva Spektar odgovora (pod odgovorom se podrazumeva npr. relativno pomeranje, relativna brzina, apsolutno ubrzanje, itd.)
  - Spektar prikazuje maksimalne veličine odgovora za sisteme sa jednim stepenom slobode kretanja za određeno dejstvo (npr. zemljotres)
  - Na apscisi spektra obično se nanosi svojstveni period vibracija ili svojstvena kružna frekvencija (neprigušene vibracije), a na ordinati maksimalna vrednost odgovora pa se na taj način formira spektralna kriva za jedan nivo prigušenja
  - Za različite vrednosti prigušenja daju se različite spektralne krive
  - U spektru odgovora nema nikakvih informacija o vremenskom trenutku u kome je ostvarem maksimaln odgovor, a to pravi određene probleme kod sistema sa više stepeni slobode (biće komentarisano kasnije)
  - Spektar odgovora važi samo za ono opterećenje i prigušenje za koje je izračunat
  - Koristi se, između ostalog, u dinamičkoj analizi konstrukcija izloženih zemljotresu

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

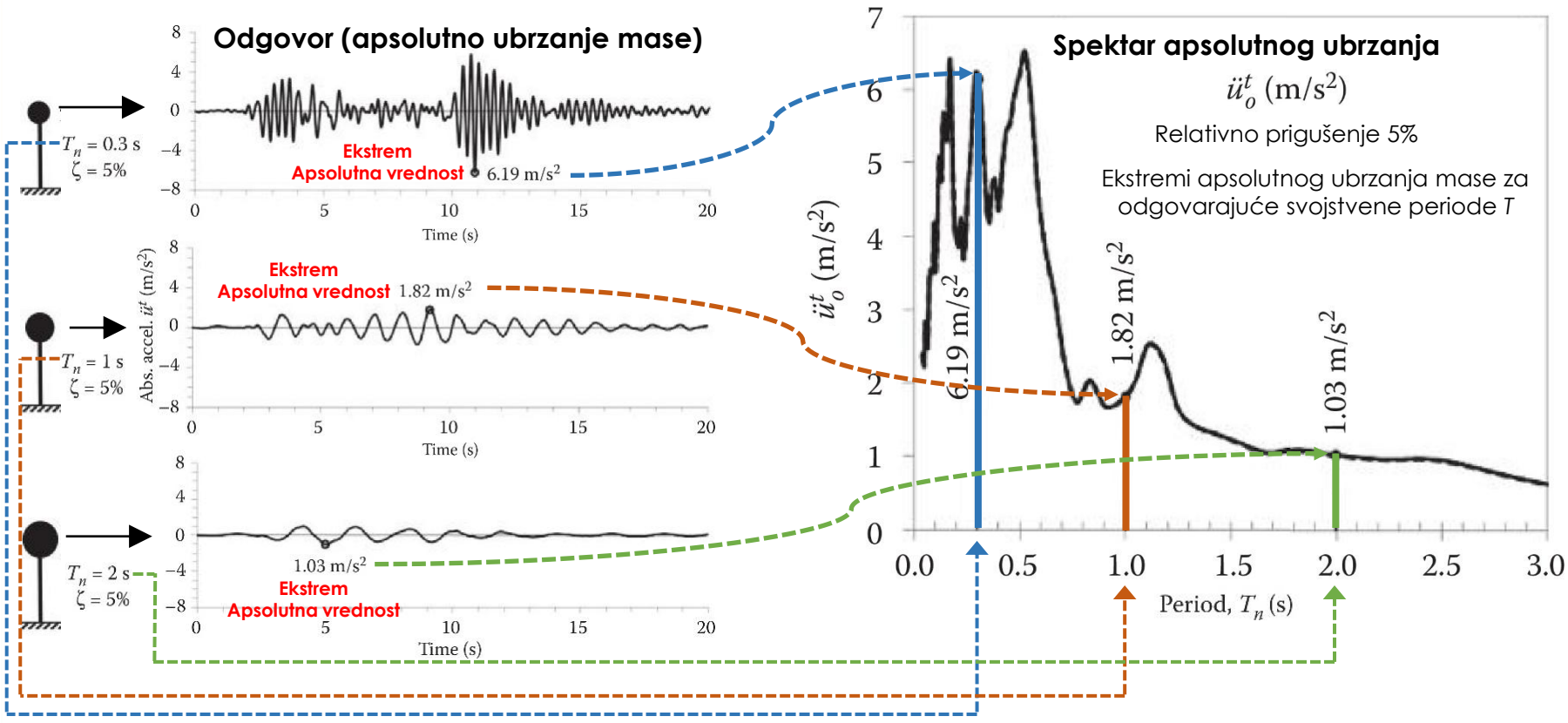
- **Spektar odgovora**
  - **Konstruisanje spektra za jedan akcelerogram i jedan nivo prigušenja**
    - Za zemljotresno dejstvo (proizvoljno promenljivo dejstvo) spektar odgovora se konstruiše tako što se određuju pojedine vrednosti (tačke) na spektru primenom numeričke integracije



Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

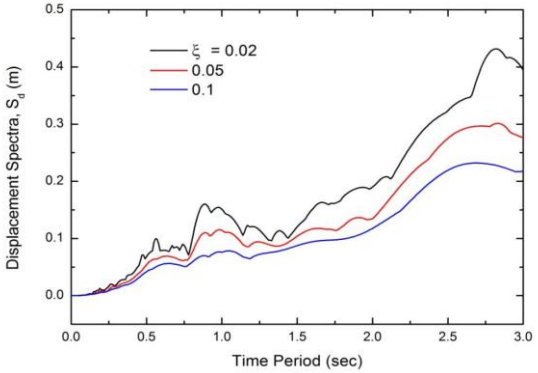
Komentar:
Opisanim postupkom za određivanje spektra apsolutnog ubrzanja određuju se i spektri za bilo koji drugi odgovor

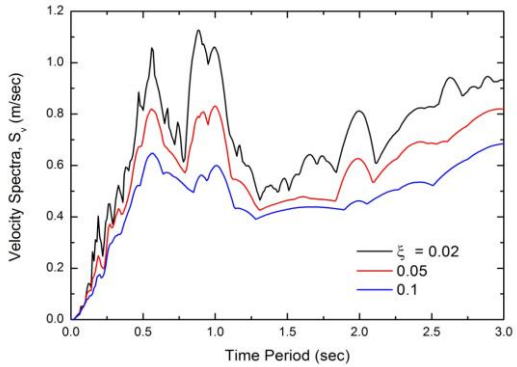
- **Spektar odgovora**
  - **Konstruisanje spektra za jedan akcelerogram i jedan nivo prigušenja**

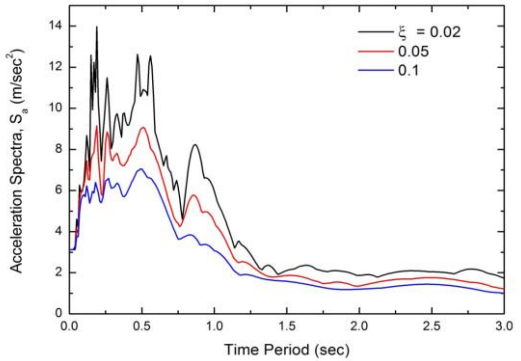


Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

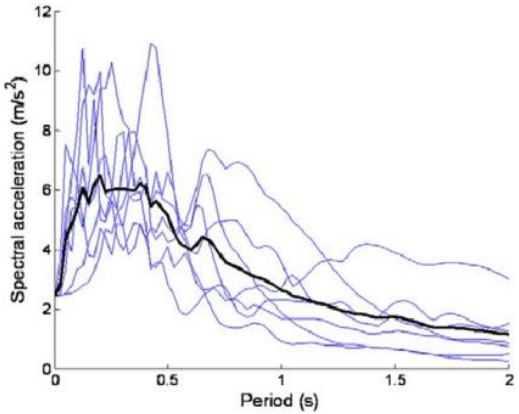
- **Spektar odgovora**
  - **Spektri za jedan akcelerogram i više različitih nivoa prigušenja**







  - **Spektri za više akcelerograma (plave linije), jedan nivo prigušenja i njihov prosečan spektar (crna linija)**



Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Spektar odgovora**
  - **Relativno pomeranje** SDOF sistema usled zemljotresnog dejstva je dato Duhamel-ovim integralom

$$u(t) = -\frac{1}{\omega_d}\int_0^t \ddot{u}_g(\tau)e^{-\zeta\omega(t-\tau)}\sin[\omega_d(t-\tau)]\,d\tau = -\frac{1}{\omega_d}D(t)$$

    - gde je

$$D(t) = \int_0^t \ddot{u}_g(\tau)e^{-\zeta\omega(t-\tau)}\sin[\omega_d(t-\tau)]d\tau$$

  - **Relativna brzina** (izvod po vremenu proizvoda funkcija pod integralom) glasi

$$\dot{u}(t) = -\zeta\omega\overbrace{\left(-\frac{1}{\omega_d}\right)\int_0^t \ddot{u}_g(\tau)e^{-\zeta\omega(t-\tau)}\sin[\omega_d(t-\tau)]\,d\tau}^{u(t)} - \frac{1}{\omega_d}\omega_d\int_0^t \ddot{u}_g(\tau)e^{-\zeta\omega(t-\tau)}\cos[\omega_d(t-\tau)]d\tau$$

$$\dot{u}(t) = -\zeta\omega u(t) - \int_0^t \ddot{u}_g(\tau)e^{-\zeta\omega(t-\tau)}\cos[\omega_d(t-\tau)]d\tau$$

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Spektar odgovora**
  - **Apsolutno ubrzanje** određuje se na sledeći način

$m\ddot{u}^t + c\dot{u} + ku = 0 / \cdot (1/m) \qquad \ddot{u}^t + 2\zeta\omega\dot{u} + \omega^2 u = 0 \qquad \boldsymbol{\ddot{u}^t = -\omega^2 u - 2\zeta\omega\dot{u}}$

  - **Spektri odgovora predstavljaju maksimalne veličine odgovora**
    - **Spektar relativnih pomeranja:** $S_d(T_n, \zeta) = |u(t, T_n, \zeta)|_{max}$
    - **Spektar relativnih brzina:** $S_v(T_n, \zeta) = |\dot{u}(t, T_n, \zeta)|_{max}$
    - **Spektar apsolutnih ubrzanja:** $S_a(T_n, \zeta) = |\ddot{u}^t(t, T_n, \zeta)|_{max}$
  - U zemljotresnom inženjerstvu obično se umesto spektra apsolutnih ubrzanja koristi **spektar pseudo-ubrzanja**

$(\ddot{u}^t = -\omega^2 u - 2\zeta\omega\dot{u}) \qquad S_{pa} = \omega^2 S_d \qquad S_{pa} \cong S_a$

Komentar:
Kada nema prigušenja $S_{pa} = S_a$

  - U zemljotresnom inženjerstvu obično se umesto spektra relativnih brzina koristi **spektar pseudo-brzina** (videti naredni slajd)

$S_{pv} = \omega S_d \qquad S_{pv} \cong S_v$

Komentar:
Kada nema prigušenja S_{pv} nije jednako sa S_v

  - Zbog *male* razlike u veličini perioda (kružnih frekvencija) prigušenih i neprigušenih vibracija ($0{,}0 < \zeta < 0{,}2$) za uobičajene građevinske konstrukcije usvaja se $\omega_d \cong \omega$

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

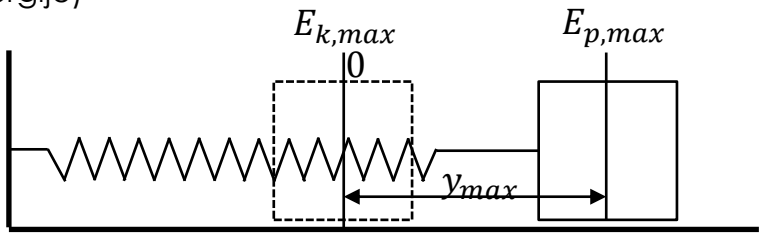
Komentar:
Zbog *male* razlike u veličini perioda (kružnih frekvencija) prigušenih i neprigušenih vibracija ($0{,}0 < \zeta < 0{,}2$) za uobičajene građevinske konstrukcije usvaja se $\omega_d \cong \omega$

- **Spektar odgovora**
  - **Za sistem bez prigušenja**

$$\omega u(t) = -\int_0^t \ddot{u}_g(\tau)\sin[\omega(t-\tau)]\,d\tau \qquad \dot{u}(t) = -\int_0^t \ddot{u}_g(\tau)\cos[\omega(t-\tau)]d\tau$$

  - $\omega u(t)$ i $\dot{u}(t)$ se razlikuju samo za član sin(...) i cos(...), a amplitude su iste pa se usvaja $S_{pv} = \omega S_d \cong S_v$

Komentar:
Slobodne vibracije bez prigušenja; Sistem je konzervativan
Potencijalna energija: $E_p = (1/2)ku^2$; Kinetička energija: $E_k = (1/2)mv^2$
Ukupna mehanička energija je konstantna tokom kretanja
$E = E_p + E_k = const.$ (Zakon o održanju totalne mehaničke energije)
Kada sistem prolazi kroz položaj ravnoteže:
$E_p = 0$ i $E = E_{k,max} = (1/2)mv_{max}^2 = (1/2)mS_{pv}^2$
Kada sistem zauzima „krajnji" položaj
$E = E_{p,max} = (1/2)ku_{max}^2 = (1/2)kS_d^2$ i $E_k = 0$
Zakon o održanju totalne mehaničke energije
$E_{p,max} = E_{k,max} \Rightarrow (1/2)kS_d^2 = (1/2)mS_{pv}^2 \Rightarrow S_{pv} = \omega S_d$



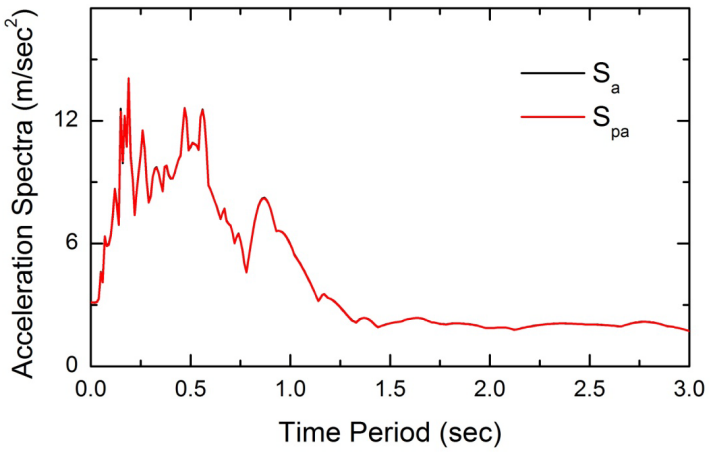
Veza važi za slobodne vibracije bez prigušenja, a ne za prinudne vibracije usled p_{eff} sa prigušenjem pa je $S_{pv} \approx S_v$ (videti izraz za relativnu brzinu)

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Spektar odgovora**

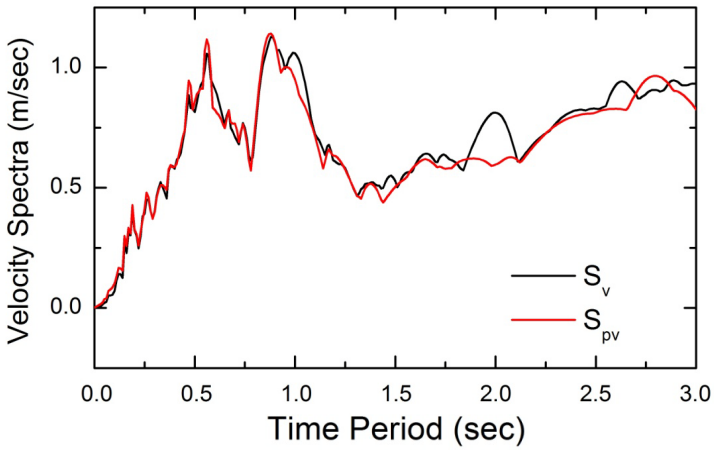
Jedan akcelerogram
$\zeta = 0{,}02$

$S_{pa} \approx S_a$



Komentar:
- Praktično su međusobno jednaki

$S_{pv} \approx S_v$



Komentari:
- Postoje „vidljive“ razlike u oblasti srednjih i dugih perioda
- Za uobičajene vrednosti prigušenja „male“ su razlike za kratke i srednje periode

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

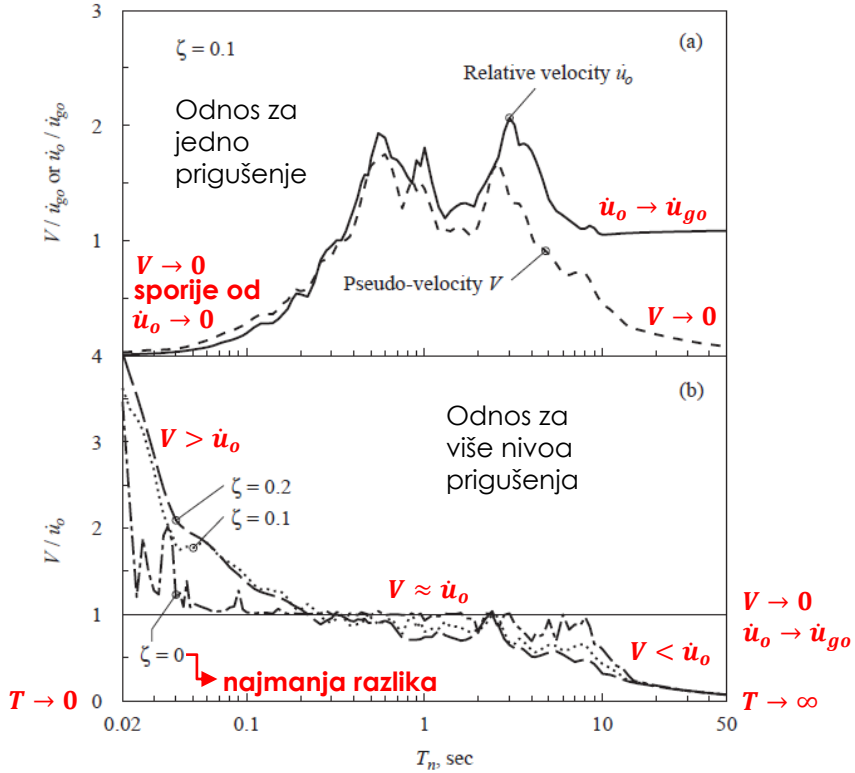
- **Spektar odgovora**

Oznake
u_o – spektar relativnih pomeranja
$\dot{u}_o$ – spektar relativnih brzina
$\ddot{u}_o^t$ – spektar apsolutnih ubrzanja

Jedan akcelerogram

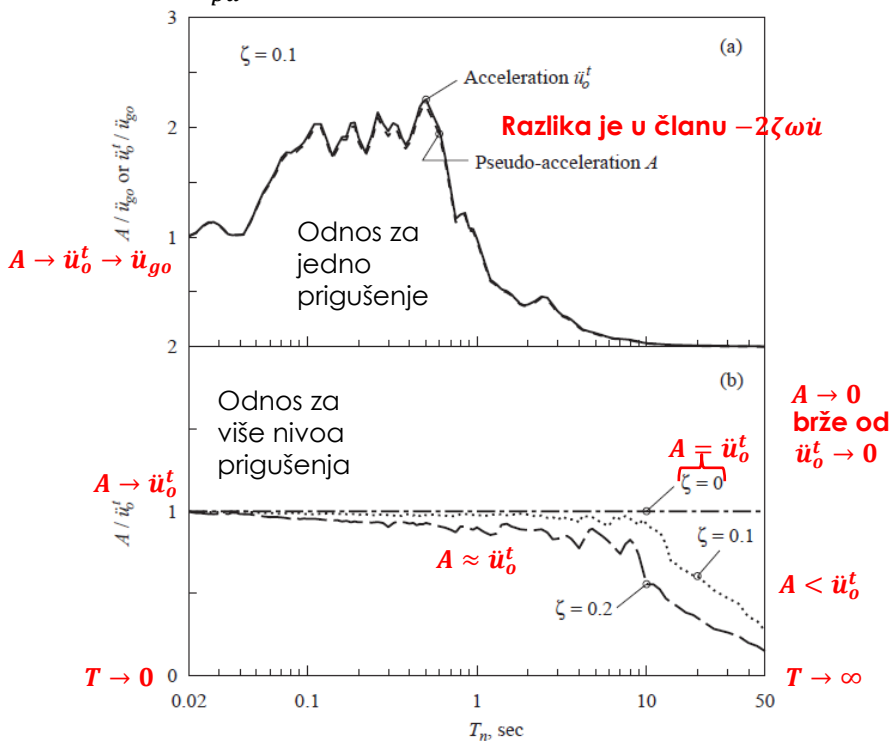
Oznake
$S_d = u_o$
$S_v = \dot{u}_o \quad S_{pv} = V$

Poređenje spektara relativnih i pseudo brzina



Oznake
$S_{pa} = A$

Poređenje spektara apsolutnih i pseudo ubrzanja



Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Spektar odgovora**
  - **Tripartitni (logaritamski) spektar (D-V-A spektar)**
    - Moguće je tri spektra prikazati na jednom grafiku (pseudoubrzanje A, pseudobrzina V i relativno pomeranje D)
    - Logaritamski prikaz pseudobrzine daje zajednički (tripartitni) spektar

$$A = 2\pi\, V / T_n = \hat{A}$$

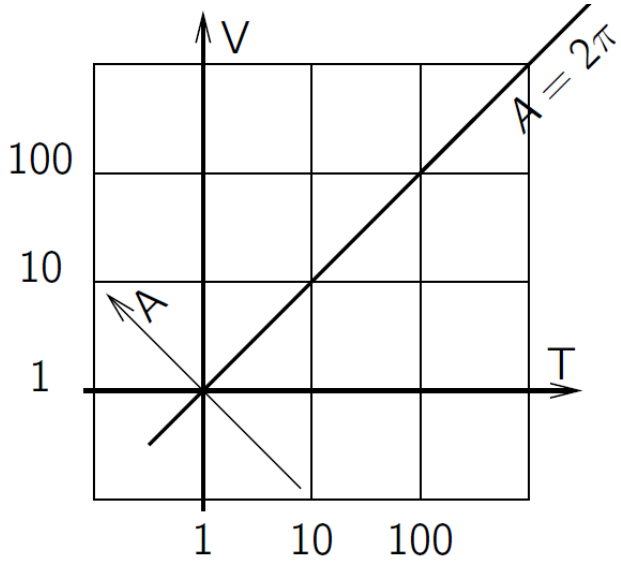
$$\log \frac{\hat{A}}{2\pi} = \log V - \log T_n$$

$$\log V = \log T_n + \log \frac{\hat{A}}{2\pi}$$

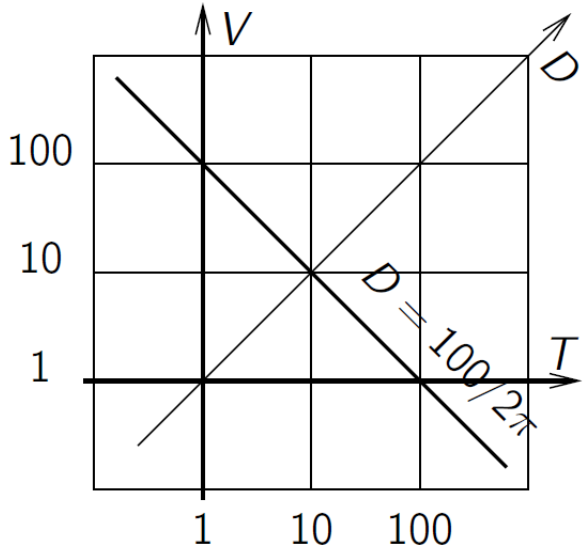
$$D = T_n\, V / 2\pi = \hat{D}$$

$$\log 2\pi\, \hat{D} = \log V + \log T_n$$

$$\log V = \log 2\pi\, \hat{D} - \log T_n$$



In the log-log plane straight lines at 45° are characterized by a constant value of A.

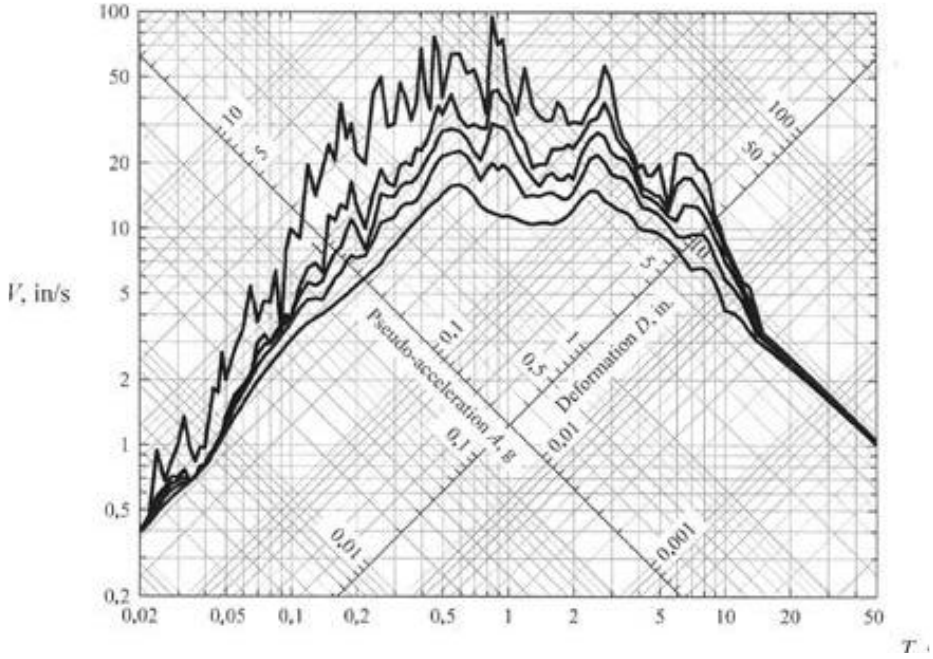


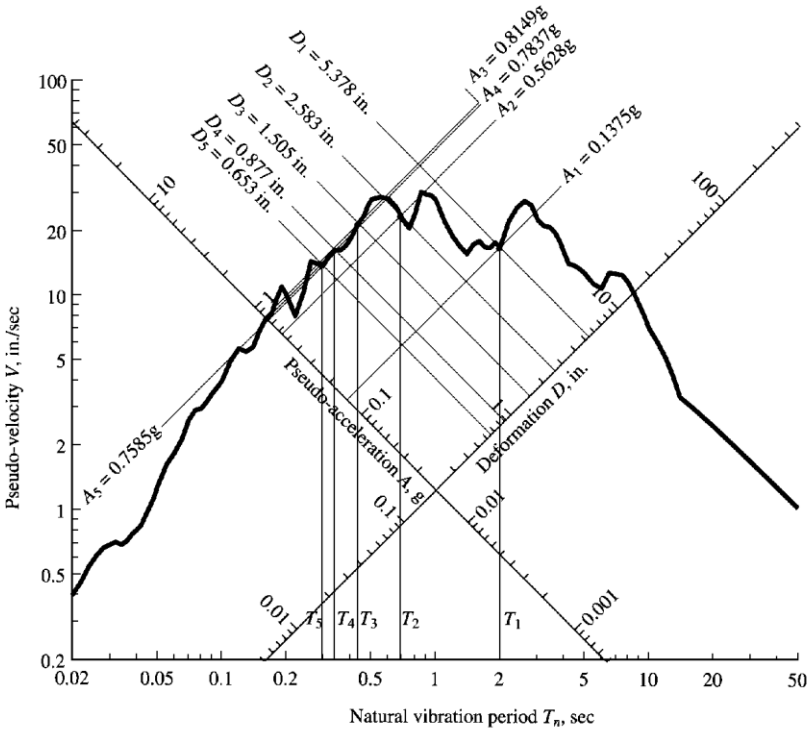
In the log-log plane straight lines at −45° are characterized by a constant value of D

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Spektar odgovora**
  - **D-V-A spektar**

$$\zeta = 0.00, 0.02, 0.05, 0.10, 0.20$$

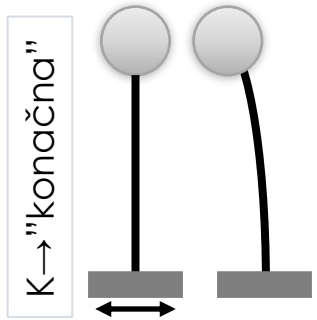




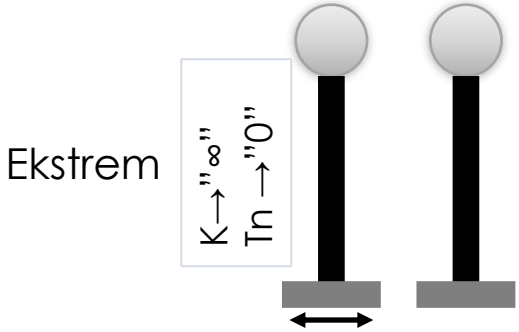
Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

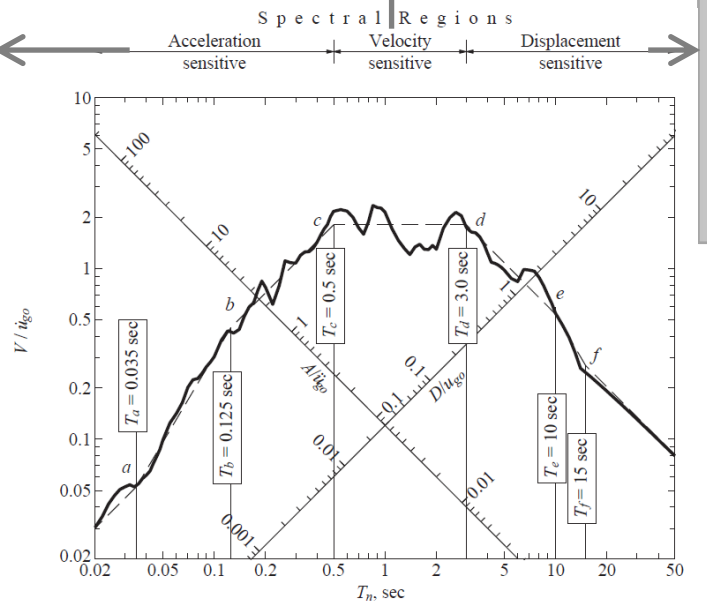
- **Spektar odgovora**
  - **D-V-A spektar**

„OBIČNE“ (srednje krute) KONSTRUKCIJE
- Srednji svojstveni periodi se poklapaju sa predominantnim periodama vibracija tla
- Vrednosti se nalaze približno između ~ 0,5 - 3,0 s
- Najvažniji parametar **brzina (energija zavisi od brzine)**
- Najviše energije se unosi sa svojstvenim periodama koje se poklapaju sa predominantnim periodama vibracija tla
- **Velocity-sensitive region**

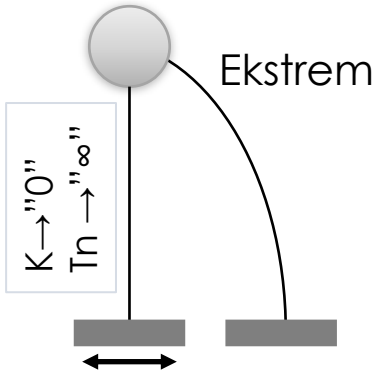


„KRUTE“ KONSTRUKCIJE
- Kratki svojstveni periodi vibracija (< ~ 0,5 s)
- Ubrzanje konstrukcije je približno jednako ubrzanju tla
- Najvažniji parametar **ubrzanje**
- Maksimalno ubrzanje tla je u dobroj korelaciji sa štetom
- **Acceleration-sensitive region**





„FLEKSIBILNE“ KONSTRUKCIJE
- Dugi svojstveni periodi (> ~ 3,0 s)
- Relativno pomeranje je približno jednako pomeranju tla
- Najvažniji parametar je **pomeranje**
- **Displacement-sensitive region**



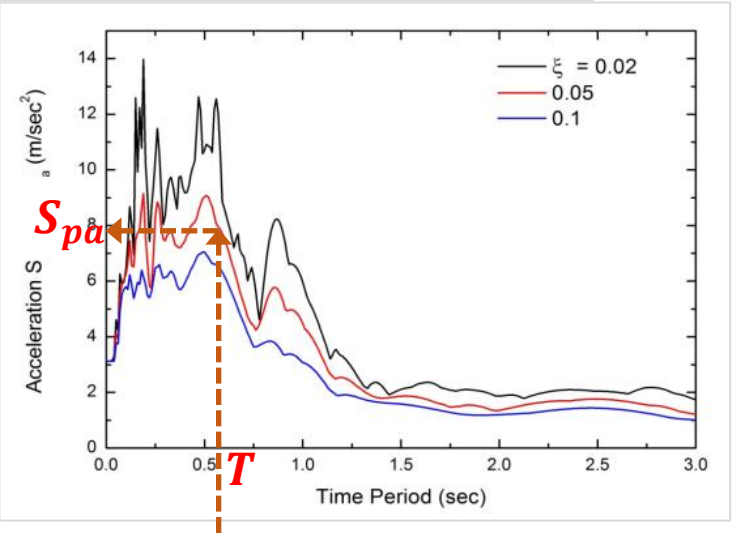
Komentar:
Od odnosa v_t/a_t (v_{max}/a_{max}) zavisi početak dela spektra sa konstantnim pseudobrzinama (videti deo predavanja *Seizmički hazard*)

Sistemi sa jednim stepenom slobode kretanja

- **Spektar odgovora**
  - **Primena**

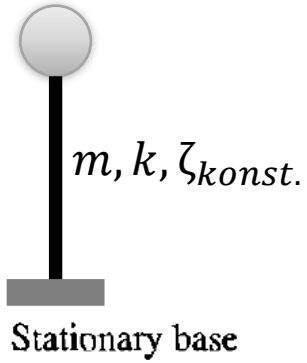
1

Odredi se spektar odgovora (npr. pseudo-ubrzanja) za jedan akcelerogram i više različitih nivoa prigušenja numeričkim postupkom



2

Analizira se sistem sa jednim stepenom slobode.
Određivanje perioda slobodnih neprigušenih vibracija T



3

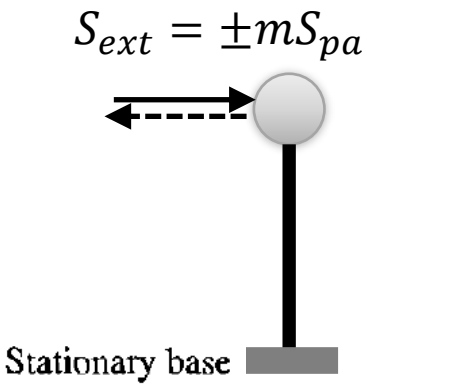
Odredi se pseudo-ubrzanje $S_{pa}(T, \zeta_{konst.})$

4

Odredi se seizmička sila
$S_{ext} = \pm m S_{pa}$

5

Statička analiza usled seizmičke sile i određivanje ekstremnog odgovora



Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Jednačine kretanja**

MDOF
Multiple-Degree-Of-Freedom

$$\mathbf{f}_I + \mathbf{f}_D + \mathbf{f}_S = \mathbf{p}(t)$$

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{p}(t)$$

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1j} & \cdots & m_{1N} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2j} & \cdots & m_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ m_{N1} & m_{N2} & \cdots & m_{Nj} & \cdots & m_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \vdots \\ \ddot{u}_N \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1N} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2j} & \cdots & c_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{N1} & c_{N2} & \cdots & c_{Nj} & \cdots & c_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \vdots \\ \dot{u}_N \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1j} & \cdots & k_{1N} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2j} & \cdots & k_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ k_{N1} & k_{N2} & \cdots & k_{Nj} & \cdots & k_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{Bmatrix}$$

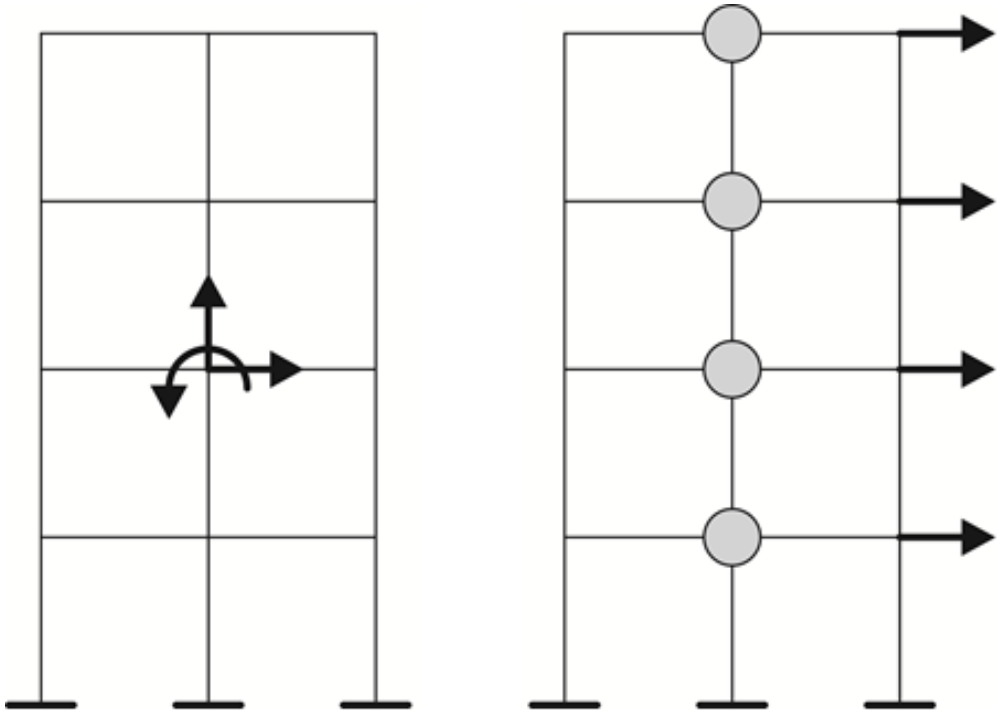
$$\begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ \vdots \\ p_N(t) \end{Bmatrix}$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Jednačine kretanja**
  - U opštem slučaju važi da je $m_{ij} \neq 0$, $c_{ij} \neq 0$ i $k_{ij} \neq 0$ kada je $i \neq j$
  - Postoje dva specijalna slučaja:
    - 1) $k_{ij} \neq 0$ i $m_{ij} = 0$ za $i \neq j$ (matrica mase je dijagonalna)
      - za ovakav sistem se kaže da je **statički ili elastično spregnut (dinamički ili inercijalno nespregnut)**
    - 2) $k_{ij} = 0$ i $m_{ij} \neq 0$ za $i \neq j$ (matrica krutosti je dijagonalna)
      - za ovakav sistem se kaže da je **dinamički ili inercijalno spregnut (statički ili elastično nespregnut)**
  - **Dinamički model za analizu uobičajenih građevinskih konstrukcija**
    - Statički ili elastično spregnut sistem (dinamički ili inercijalno nespregnut sistem)
    - Diskretno raspoređene mase (koncentrisane mase u čvorovima modela prema tzv. pripadajućim dužinama, površinama, zapreminama) i maseni momenti inercije (najčešće se zanemaruju)
    - Matrica prigušenja se formira kao linearna kombinacija matrice mase i matrice krutosti

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Kondenzacija stepeni slobode**
  - Prelazak sa modela za statičku analizu na model za dinamičku analizu, koji ima manji broj stepeni slobode od statičkog modela, može da se izvrši postupkom kondenzacije. Na taj način se eliminišu nebitni stepene slobode, a to su oni koji su vezani za male inercijalne sile



Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Kondenzacija stepeni slobode**
  - Diferencijalne jednačine kretanja

$$\mathbf{M\ddot{U}} + \mathbf{KU} = \mathbf{F}$$

  - Uzimajući u obzir podelu na bitne i nebitne stepene slobode uz pretpostavku da inercijalne sile uz nebitne stepene slobode nemaju nikakav uticaj na odgovor sistema (index b predstavlja bitne, a index n nebitne stepene slobode) sledi

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_n \\ \ddot{\mathbf{U}}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{nn} & \mathbf{K}_{nb} \\ \mathbf{K}_{bn} & \mathbf{K}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n \\ \mathbf{U}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{F}_b \end{bmatrix}$$

  - Prvi sistem jednačina glasi

$$\mathbf{K}_{nn}\mathbf{U}_n + \mathbf{K}_{nb}\mathbf{U}_b = \mathbf{0}$$

  - iz koga određujemo vezu između nebitnih i bitnih stepeni slobode pomeranja

$$\mathbf{U}_n = -\mathbf{K}_{nn}^{-1}\mathbf{K}_{nb}\mathbf{U}_b$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Kondenzacija stepeni slobode**
  - Drugi sistem jednačina glasi

$$\mathbf{M}_{bb}\ddot{\mathbf{U}}_b + \mathbf{K}_{bn}\mathbf{U}_n + \mathbf{K}_{bb}\mathbf{U}_b = \mathbf{F}_b$$

  - Koristeći $\mathbf{U}_n = -\mathbf{K}_{nn}^{-1}\mathbf{K}_{nb}\mathbf{U}_b$ sledi

$$\mathbf{M}_{bb}\ddot{\mathbf{U}}_b + (\mathbf{K}_{bb} - \mathbf{K}_{bn}\mathbf{K}_{nn}^{-1}\mathbf{K}_{nb})\mathbf{U}_b = \mathbf{F}_b$$

  - Kondenzovana matrica krutosti glasi

$$\mathbf{K}_c = \mathbf{K}_{bb} - \mathbf{K}_{bn}\mathbf{K}_{nn}^{-1}\mathbf{K}_{nb}$$

  - Veza između bitnih i nebitnih stepeni slobode je statička pa se zbog toga postupak naziva i statička kondenzacija
  - Napomene
    - Za slučaj dinamičkog dejstva koje deluje u pravcu bitnih stepeni slobode, zatim za sistem koji ima koncentrisane mase i čije je prigušenje jednako nuli prethodno opisanim postupkom statičke kondenzacije ne činimo nikakvu grešku
    - U opštim slučajevima, kada prethodno navedene pretpostavke nisu ispunjene, i dalje upotrebljavamo postupak statičke kondenzacije ali pri tome u proračun uvodimo određenu grešku jer je statička veza između bitnih i nebitnih stepeni slobode približna

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Slobodne neprigušene vibracije**
  - Diferencijalne jednačine kretanja u matričnom obliku

$$[m]\{\ddot{u}\} + [k]\{u\} = \{0\} \qquad \text{ili} \qquad \mathbf{M\ddot{U}} + \mathbf{KU} = \mathbf{0}$$

- gde su
  - matrica masa $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_n \end{bmatrix}$
  - matrica krutosti $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix}$
  - vektor pomeranja $\mathbf{U} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix}$ i vektor ubrzanja $\ddot{\mathbf{U}} = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \vdots \\ \ddot{u}_n \end{Bmatrix}$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Slobodne neprigušene vibracije – svojstvene vrednosti**
  - Pretpostavlja se da sve mase vrše sinhrone i sinfazne vibracije harmonijskog tipa. Tada će mase vibrirati istom frekvencijom i istom fazom. Sve mase prolaze istovremeno kroz ravnotežni položaj, a razlikuju se amplitude. Rešenje se traži u obliku:

$$u_i = A_i \sin(\omega t + \alpha) \qquad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} \sin(\omega t + \alpha) = \mathbf{A} \sin(\omega t + \alpha)$$

$$\ddot{\mathbf{u}} = -\mathbf{A}\omega^2 \sin(\omega t + \alpha)$$

  - Ako se rešenje unese u jednačine kretanja dobija se sistem homogenih linearnih algebarskih jednačina

$$\left.\begin{aligned} &(k_{11} - m_1\omega^2)A_1 + k_{12}A_2 + k_{13}A_3 + \ldots + k_{1n}A_n = 0 \\ &k_{21}A_1 + (k_{22} - m_2\omega^2)A_2 + k_{23}A_3 + \cdots + k_{2n}A_n = 0 \\ &\cdots \\ &k_{n1}A_1 + k_{n2}A_2 + k_{n3}A_3 + \cdots + (k_{nn} - m_n\omega^2)A_n = 0 \end{aligned}\right\} \mathbf{KA} - \omega^2\mathbf{MA} = 0 \Rightarrow (\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M})\mathbf{A} = \mathbf{0}$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Slobodne neprigušene vibracije – svojstvene vrednosti**
  - U matematičkom smislu prethodna jednačina predstavlja problem svojstvenih vrednosti para matrica $\mathbf{K}$ i $\mathbf{M}$
  - Da bi se odredilo netrivijalno rešenje (potrebno je odrediti ω^2 za koje postoje netrivijalna rešenja za $\mathbf{A}$) determinanta koeficijenata uz nepoznate mora da bude jednaka nuli. Na taj način se dobija jednačina n-tog stepena u odnosu na nepoznate kvadrate svojstvenih kružnih frekvencija (karakteristični polinom ili karakteristična jednačina ili frekventna jednačina)

$$\mathbf{det}(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M}) = \mathbf{0}$$

  - Iz frekventne jednačine određuje se *n* nepoznatih svojstvenih kružnih frekvencija, pri čemu se za svaku od ovih kružnih frekvencija ostvaruju sinhrone i sinfazne oscilacije
  - Rešenja frekventne jednačine su svojstvene kružne frekvencije sistema
    - ω_1 se naziva prva ili osnovna svojstvena kružna frekvencija ($T_1 = 2\pi/\omega_1$ – prvi ili osnovni svojstveni period vibracija)

$$\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \cdots < \omega_n$$

$$T_1 > T_2 > T_3 > \cdots > T_n$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

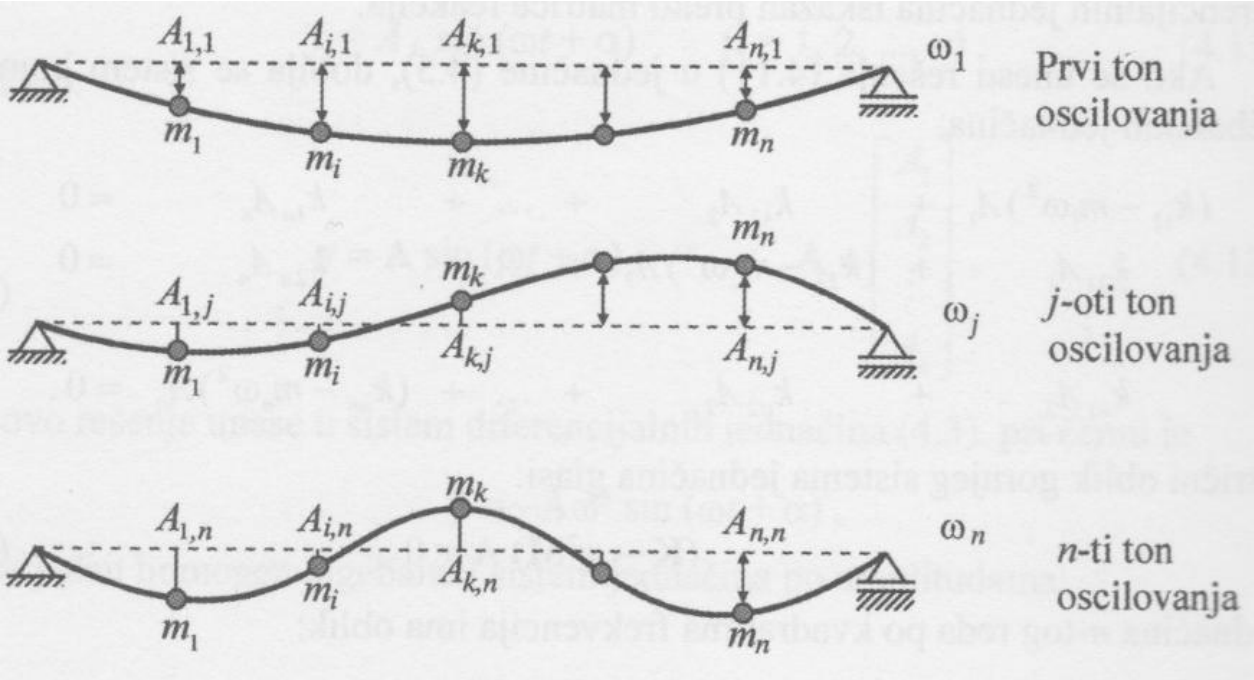
- **Slobodne neprigušene vibracije – svojstvene vrednosti**
  - Nakon određivanja svojstvenih kružnih frekvencija (pri čemu svakoj ω_i odgovara jedno netrivijalno rešenje za vektor $\mathbf{A}_i$) amplitude ne mogu da se odrede eksplicitno jer je sistem jednačina homogen već se mogu odrediti samo količnici nepoznatih amplituda, tj. amplitude se mogu odrediti sa tačnošću do na konstantu
  - Svakoj od svojstvenih kružnih frekvencija ω_i odgovara netrivijalno rešenje za vektor $\mathbf{A}_i$, tj. važi sledeća relacija

$$\mathbf{K}\mathbf{A}_i = \omega_i^2 \mathbf{M}\mathbf{A}_i$$

    - gde je A_i vektor čiji su elementi konstante i koji se naziva karakteristični vektor ili svojstveni vektor ili modalni vektor, a predstavlja oblik (formu) vibracija *i*-tog tona, a naziva se i priridni ili svojstveni oblik (forma) vibracija *i*-tog tona (*i*-ti ton vibracija)
  - Ako se jednom od elemenata svojstvenog vektora $\mathbf{A}_i$ dodeli neka vrednost onda se iz sistema jednačina ostalih *n*-1 elemenata može jednoznačno odrediti. Ovaj postupak se naziva **normalizacija svojstvenih vektora** i dobijeni svojstveni vektori su **normirani svojstveni vektori**

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Slobodne neprigušene vibracije – svojstvene vrednosti**
  - Svojstveni oblici vibracija (tonovi vibracija)



Komentari:

- Svaki ton vibracija određen je vektorom amplituda
- Količnici amplituda su ili bezdimenzionalni brojevi u slučaju kada pomeranja svih masa imaju iste merne jedinice, na primer metar ili imaju dimenziju npr. metar/rad ako su generalisana pomeranja nekih diskretnih masa dužine, a nekih uglovi rotacije

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Slobodne neprigušene vibracije – svojstvene vrednosti**
  - Stvarno kretanje masa u opštem slučaju jednako je linearnoj kombinaciji kretanja pri pojedinim tonovima
  - Poznavanje svojstvenih oblika i svojstvenih kružnih frekvencija osnovni je podatak za praćenje dinamičkog ponašanja pri određenim dinamičkim dejstvima
  - Da bi se ostvarili svojstveni oblici, tj. da bi sistem vibrirao u nekom od svojih svojstvenih oblika moraju se zadati takvi početni uslovi koji će izazvati generalisana pomeranja koja odgovaraju svojstvenom obliku
  - Razvijeni su mnogi numerički postupci za rešavanje problema svojstvenih vrednosti koji su implementirani u računarske softvere za strukturalnu analizu konstrukcija

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Slobodne neprigušene vibracije**
  - **Ortogonalnost svojstvenih oblika**
    - Uslov ortogonalnosti u odnosu na matricu mase i krutosti

$$\mathbf{A}_r^T\mathbf{M}\mathbf{A}_s = 0 \text{ za } r \neq s \qquad \mathbf{A}_r^T\mathbf{K}\mathbf{A}_s = 0 \text{ za } r \neq s$$

$$\mathbf{A}_r^T\mathbf{M}\mathbf{A}_s \neq 0 \text{ za } r = s \qquad \mathbf{A}_r^T\mathbf{K}\mathbf{A}_s \neq 0 \text{ za } r = s$$

    - U slučaju da je $r = s$ sledi:
      - Generalisana (modalna) masa za ton r $\quad M_r = \mathbf{A}_r^T\,\mathbf{M}\mathbf{A}_r$
      - Generalisana (modalna) krutost za ton r $\quad K_r = \mathbf{A}_r^T\,\mathbf{K}\mathbf{A}_r$

$$\omega_r^2 = \frac{K_r}{M_r}$$

    - Svojstveni oblici r i s su ortogonalni u odnosu na matricu masa i krutosti pa se ove matrice nazivaju još i težinske matrice

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Slobodne neprigušene vibracije**
  - **Ortonormiranje svojstvenih oblika**
    - Pogodno je svojstveni oblik vibracija $\mathbf{A}_r$ normirati na takav način da je ispunjen sledeći uslov

$$M_r = \mathbf{A}_r^T \mathbf{M}\mathbf{A}_r = 1$$

    - Da bi se prethodni uslov ispunio neophodno je svojstveni vektor $\mathbf{A}_r$ pomnožiti koeficijentom α da bi se dobile normirane vrednosti amplituda

$$\alpha\mathbf{A}_r^T\mathbf{M}\alpha\mathbf{A}_r = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{A}_r^T\mathbf{M}\mathbf{A}_r}} = \frac{1}{\sqrt{M_r}} \qquad \boldsymbol{\phi}_r = \frac{1}{\sqrt{M_r}}\mathbf{A}_r$$

    - S obzirom na to da su svojstveni oblici ortogonalni u ovakvom slučaju normiranja kaže se da su ortonormirani
    - Nakon prethodne normalizacije važi sledeće

$$K_r = \omega_r^2$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Slobodne neprigušene vibracije**
  - Modalni vektori mogu da se grupišu u kvadratnu matricu koja se naziva **modalna matrica**

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \cdots & \phi_{1,n} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & \cdots & \phi_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n,1} & \phi_{n,2} & \cdots & \phi_{n,n} \end{bmatrix}$$

  - Formira se dijagonalna matrica čiji su elementi kvadrati svojstvenih kružnih frekvencija (**spektralna matrica**)

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \omega_n^2 \end{bmatrix}$$

  - Sada rešenja problema svojstvenih vrednosti i uslovi ortogonalnosti mogu da se prikažu na sledeći način

$$\mathbf{K\Phi} = \mathbf{M\Phi\Omega} \qquad \mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{M\Phi} = \mathbf{I} \qquad \mathbf{\Phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{K\Phi} = \mathbf{\Omega}$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Modalna analiza** (ili metoda superpozicije svojstvenih oblika ili metoda transformacije u glavne koordinate ili metoda razvijanja po svojstvenim oblicima)
  - Sistem simultanih diferencijalnih jednačina kretanja može da se transformiše u sistem međusobno nezavisnih jednačina gde možemo svaku jednačinu rešavati metodama koje se koriste pri rešavanju sistema sa jednim stepenom slobode pomeranja. Da bi jednačine postale nezavisne matrice $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ i $\mathbf{K}$ moraju biti dijagonalne
  - Diferencijalne jednačine kretanja u matričnom obliku glase (prinudne prigušene vibracije)

$$\mathbf{M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F}$$

    - gde je $\mathbf{M}$ – matrica masa, $\mathbf{\ddot{U}}$ – vektor ubrzanja, $\mathbf{C}$ – matrica prigušenja, $\mathbf{\dot{U}}$ – vektor brzina, $\mathbf{K}$ – matrica krutosti, $\mathbf{U}$ – vektor pomeranja i $\mathbf{F}$ – vektor spoljašnjih sila
  - Uvodi se vektor $\mathbf{Y}$ (vektor transformisanih koordinata ili vektor normalnih koordinata ili vektor modalnih koordinata) koji je sa vektorom pomeranja $\mathbf{U}$ u sledećoj vezi (ključna zamisao je da se vektor pomeranja $\mathbf{U}$ izrazi pomoću svojstvenih vektora $\mathbf{\Phi}$)

$$\mathbf{U} = \mathbf{\Phi Y} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{\Phi}_i Y_i(t)$$

- Vektor pomeranja se izražava kao linearna kombinacija amplituda svojstvenih oblika vibracija
- Izraz predstavlja linearnu transformaciju generalisanih koordinata
- Matrica Φ je nezavisna od vremena

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Modalna analiza**
  - U prethodnoj jednačini matrica $\boldsymbol{\Phi}$ je matrica svojstvenih oblika (modalna matrica ili matrica transformacije)

$$\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\Phi}_1, \boldsymbol{\Phi}_2, \boldsymbol{\Phi}_3, \ldots, \boldsymbol{\Phi}_n] \qquad n - \text{broj stepeni slobode}$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \cdots & \phi_{1,n} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & \cdots & \phi_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n,1} & \phi_{n,2} & \cdots & \phi_{n,n} \end{bmatrix}$$

  - Vektori brzine i ubrzanja mogu da se predstave na sledeći način

$$\dot{\mathbf{U}} = \boldsymbol{\Phi}\dot{\mathbf{Y}} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Phi}_i \dot{Y}_i(t) \qquad \ddot{\mathbf{U}} = \boldsymbol{\Phi}\ddot{\mathbf{Y}} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Phi}_i \ddot{Y}_i(t)$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Modalna analiza**
  - Unoseći izraze za $\mathbf{U}$, $\dot{\mathbf{U}}$ i $\ddot{\mathbf{U}}$ u diferencijalne jednačine kretanja i množeći ih sa leve strane sa $\boldsymbol{\Phi}^T$ sledi

$$\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}\ddot{\mathbf{Y}} + \boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}\dot{\mathbf{Y}} + \boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{K}\boldsymbol{\Phi}\mathbf{Y} = \boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{F}$$

  - gde su

$\bar{\mathbf{M}} = \boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}$	$\bar{\mathbf{C}} = \boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}$	$\bar{\mathbf{K}} = \boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{K}\boldsymbol{\Phi}$	$\bar{\mathbf{F}} = \boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{F}$
Matrica generalisanih (modalnih) masa	Matrica generalisanih (modalnih) prigušenja	Matrica generalisanih (modalnih) krutosti	Vektor generalisanih (modalnih) sila

  - Sada diferencijalne jednačine kretanja mogu da se zapišu u sledećem obliku

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{Y}} + \bar{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{Y}} + \bar{\mathbf{K}}\mathbf{Y} = \bar{\mathbf{F}}$$

  - Matrice $\bar{\mathbf{M}}$ i $\bar{\mathbf{K}}$ su dijagonalne zbog uslova ortogonalnosti, dok matrica $\bar{\mathbf{C}}$ u opštem slučaju nije...

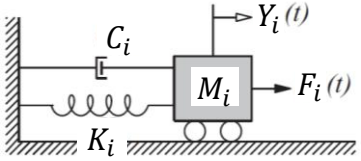
$$\bar{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_n \end{bmatrix} \qquad \bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_n \end{bmatrix}$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

$$\bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_n \end{bmatrix}$$

- **Modalna analiza**
  - ... međutim za sada se usvaja da je matrica $\mathbf{C}$ takva da jednačina $\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{C} \mathbf{\Phi}$ predstavlja način njene transformacije na dijagonalnu matricu. O definisanju matrice prigušenja biće reči kasnije
  - Na ovaj način sistem od n simultanih diferencijalnih jednačina prevodi se u sistem od n nezavisnih diferencijalnih jednačina po Y
  - Dinamičke karakteristike sistema su generalisana masa, generalisana krutost i generalisano prigušenje, a njegovo kretanje je opisano modalnim koordinatama
  - Diferencijalna jednačina kretanja *i*-tog tona (*i*-ta modalna jednačina)

$$M_i \ddot{Y}_i + C_i \dot{Y}_i + K_i Y = F_i \qquad i = 1,2,3,\ldots,n$$



  - gde su

$$M_i = \mathbf{\Phi}_i^T \mathbf{M} \mathbf{\Phi}_i \qquad C_i = \mathbf{\Phi}_i^T \mathbf{C} \mathbf{\Phi}_i \qquad K_i = \mathbf{\Phi}_i^T \mathbf{K} \mathbf{\Phi}_i \qquad F_i = \mathbf{\Phi}_i^T \mathbf{F}$$

Generalisana masa *i*-tog tona	Generalisano prigušenje *i*-tog tona	Generalisana krutost *i*-tog tona	Generalisana sila *i*-tog tona

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Modalna analiza**
  - Po analogiji sa sistemom koji ima jedan stepen slobode generalisano prigušenje računamo na sledeći način

$$C_i = 2\zeta_i \omega_i M_i$$

  - Veza između generalisane mase i generalisane krutosti glasi

$$K_i = \omega_i^2 M_i$$

  - Koristeći prethodne veze i deljenjem jednačine kretanja sa M_i sledi jednačina kretanja *i*-tog tona

$$\ddot{Y}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = \frac{F_i}{M_i} \qquad i = 1,2,3,\ldots,n$$

  - Prethodna jednačina se rešava metodama opisanim za sisteme sa jednim stepenom slobode kretanja (npr. za proizvoljno promenljivu silu može da se primeni numerička integracija)

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Modalna analiza**
  - Nakon rešavanja diferencijalnih jednačina kretanja za svaki ton posebno metodama koje se koriste za sistem sa jednim stepenom slobode vektor pomeranja u osnovnom koordinatnom sistemu određuje se na sledeći način

$$\mathbf{U}(t) = \mathbf{\Phi Y}(t) = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{\Phi}_i Y_i(t)$$

  - Ekvivalentno statičko opterećenje $\mathbf{F}_E(t)$ za analizu na statičkom modelu radi određivanja uticaja glasi

$$\mathbf{F}_E(t) = \mathbf{KU}(t) = \mathbf{K\Phi Y}(t) = \mathbf{K}\sum_{i=1}^{n} \mathbf{\Phi}_i Y_i(t)$$

ili

$$\mathbf{F}_E(t) = \mathbf{K\Phi Y}(t) = \mathbf{M\Phi\Omega Y}(t) = \mathbf{M}\sum_{i=1}^{n} \mathbf{\Phi}_i \omega_i^2 Y_i(t)$$

$$\mathbf{K\Phi} = \mathbf{M\Phi\Omega}$$

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \omega_n^2 \end{bmatrix}$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Modalna analiza**
  - Početni uslovi

$$\mathbf{U}_0 = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{Y}_0 \Rightarrow \mathbf{Y}_0 = \boldsymbol{\Phi}^{-1}\mathbf{U}_0 \qquad \dot{\mathbf{U}}_0 = \boldsymbol{\Phi}\dot{\mathbf{Y}}_0 \Rightarrow \dot{\mathbf{Y}}_0 = \boldsymbol{\Phi}^{-1}\dot{\mathbf{U}}_0$$

ili

$$\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{M}\mathbf{U}_0 = \boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}\mathbf{Y}_0 = \bar{\mathbf{M}}\mathbf{Y}_0 \Rightarrow \mathbf{Y}_0 = \bar{\mathbf{M}}^{-1}\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{M}\mathbf{U}_0$$

$$\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{M}\dot{\mathbf{U}}_0 = \boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}\dot{\mathbf{Y}}_0 = \bar{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{Y}}_0 \Rightarrow \dot{\mathbf{Y}}_0 = \bar{\mathbf{M}}^{-1}\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{M}\dot{\mathbf{U}}_0$$

  - U okviru modalne analize moguće je proračunom obuhvatiti samo određen broj svojstvenih vrednosti, koje dominantno utiču na odgovor, pa se na taj način dobija približno rešenje u odnosu na ono sa obuhvatanjem svih tonova u analizi ali se smanjuje obim numeričke analize
  - Svojstveni vektori koji su ortogonalni na vektor opterećenja ne utiču na odgovor sistema
  - Može da se primeni za proizvoljno promenljivo dinamičko dejstvo

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Modalna analiza**
  - Prigušenje
    - Kod klasično prigušenih sistema podrazumeva se da je sličan mehanizam prigušenja raspodeljen po celoj konstrukciji (npr. višespratna zgrada sa sličnim konstrukcijskim sistemom i materijalom po celoj visini)
    - Klasična matrica prigušenja predstavlja idealizaciju matrice prigušenja za prethodno opisanu pretpostavku
    - Rayleigh-jevo prigušenje (proporcionalno prigušenje)

$$\mathbf{C} = a_0\mathbf{M} + a_1\mathbf{K}$$

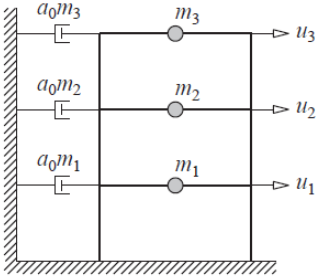
    - S obzirom na to da je matrica prigušenja definisana kao linearna kombinacija matrice masa $\mathbf{M}$ i matrice krutosti $\mathbf{K}$ za nju važi uslov ortogonalnosti i može da se primeni u modalnoj analizi (klasično prigušenje)
    - Ako usvojimo za dva tona *i* i *j* vrednosti relativnog prigušenja ζ_i i ζ_j možemo da odredimo koeficijente a_0 i a_1

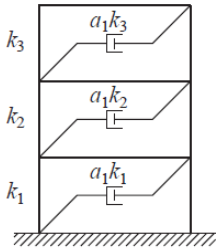
$$a_0 = 4\pi\frac{T_i\zeta_i - T_j\zeta_j}{T_i^2 - T_j^2} \qquad a_1 = \frac{1}{\pi}\frac{T_iT_j(T_i\zeta_j - T_j\zeta_i)}{T_i^2 - T_j^2}$$

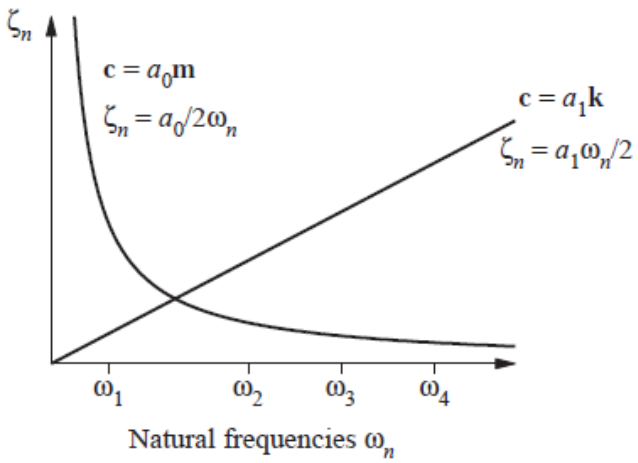
Komentar:
U slučaju $\zeta_i=\zeta_j=\zeta$:
$a_0 = \frac{4\pi\zeta}{T_i+T_j}$ $a_1 = \frac{\zeta}{\pi}\frac{T_iT_j}{T_i+T_j}$

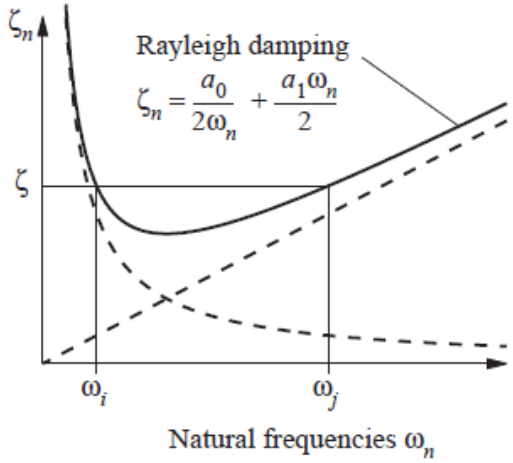
Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Modalna analiza**
  - Prigušenje
    - Rayleigh-jevo prigušenje









- Pretpostavka klasičnog prigušenja nije odgovarajuća kod sistema koji imaju dva ili više delova sa bitno raličitim nivoima prigušenja, kao npr. kod analize inteakcije tla i konstrukcije (u tlu ekvivalentno viskozno prigušenje iznosi 15% - 20%, a u konstrukciji 3% - 5%) ili kod sistema sa specijalnim uređajima za disipaciju energije ili kod sistema sa baznom izolacijom

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Modalna analiza**
  - **Pregled faza proračuna**
    - Formiranje matrice masa (dijagnalna matrica) i matrice krutosti (kondenzovana matrica krutosti)
    - Rešavanje problema svojstvenih vrednosti (svojstvene kružne frekvencije i svojstveni oblici vibracija)
    - Određivanje matrice prigušenja (Rayleigh-jevo prigušenje)
    - Formiranje modalnih jednačina i njihovo rešavanje metodama za sisteme sa jednim stepenom slobode kretanja
    - Određivanje odgovora sistema kombinujući rezultate iz modalnih jednačina koristeći izraze

$$\mathbf{U}(t) = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{\Phi}_i Y_i(t)$$

$$\mathbf{F}_E(t) = \mathbf{K} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{\Phi}_i Y_i(t) \quad \text{ili} \quad \mathbf{F}_E(t) = \mathbf{M} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{\Phi}_i \omega_i^2 Y_i(t)$$

  - Metoda je zasnovana na principu superpozicije pa se upotrebljava samo za linearno-elastične sisteme

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Direktna numerička integracija**
  - Naziv znači da se pre izvršavanja numeričke integracije ne vrši nikakva transformacija jednačine kao kod modalne analize pri čemu su obuhvaćeni svi stepeni slobode (svi tonovi)
  - Može da se primeni za određivanje odgovora za proizvoljno dinamičko dejstvo
  - Postupak je analogan postupku kod SDOF sistema
  - **Newmark-ov postupak sa konstantnim ubrzanjem**
    - **Postupak proračuna** (indeksi: *p* – početak intervala i *k* – kraj intervala)
      - **Samo jednom na početku**
        - Formiranje matrice krutosti K, matrice masa M, matrice prigušenja C (npr. Rayleigh-jevo prigušenje) i vektora opterećenja F(t)
        - Zadati su početni uslovi, tj. vektori $\mathbf{U}_0$ i $\dot{\mathbf{U}}_0$
        - Na osnovu početnih uslova određuje se vektor početnih ubrzanja

$$\ddot{\mathbf{U}}_0 = \mathbf{M}^{-1}\left(\mathbf{F}_0 - \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}_0 - \mathbf{K}\mathbf{U}_0\right)$$

        - Usvajanje koraka integracije Δt (biće komentarisano kasnije)
        - Određivanje zamenjujuće matrice krutosti $\bar{\mathbf{K}}$

$$\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + \frac{4}{\Delta t^2}\mathbf{M} + \frac{2}{\Delta t}\mathbf{C}$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Direktna numerička integracija**
  - **Newmark-ov postupak sa konstantnim ubrzanjem**
    - **Postupak proračuna** (indeksi: p – početak intervala i k – kraj intervala)
      - **Za svaki korak numeričke integracije**
        - Određivanje vektora zamenjujućeg opterećenja $\bar{\mathbf{F}}$

$$\bar{\mathbf{F}} = \mathbf{F}_k - \mathbf{F}_p + \mathbf{M}\left(\frac{4}{\Delta t}\dot{\mathbf{U}}_p + 2\ddot{\mathbf{U}}_p\right) + 2\mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}_p$$

        - Rešavanje sistema algebraskih jednačina i određivanje $\Delta\mathbf{U}$ $\quad \bar{\mathbf{K}}\Delta\mathbf{U} = \bar{\mathbf{F}}$
        - Određivanje vektora pomeranja, brzine i ubrzanja

$$\mathbf{U}_k = \mathbf{U}_p + \Delta\mathbf{U} \qquad \dot{\mathbf{U}}_k = \frac{2}{\Delta t}\Delta\mathbf{U} - \dot{\mathbf{U}}_p$$

$$\ddot{\mathbf{U}}_k = \frac{4}{\Delta t^2}\Delta\mathbf{U} - \frac{4}{\Delta t}\dot{\mathbf{U}}_p - \ddot{\mathbf{U}}_p \quad \text{ili} \quad \ddot{\mathbf{U}}_k = \mathbf{M}^{-1}\left(\mathbf{F}_k - \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}_k - \mathbf{K}\mathbf{U}_k\right)$$

    - Određivanje matrice prigušenja (Rayleigh-jevo prigušenje – neophodno je odrediti periode vibracija za dva tona za koje se usvaja relativno prigušenje)
    - Bezuslovno numerički stabilna metoda

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Direktna numerička integracija**
  - **Metoda centralnih razlika**
    - **Postupak proračuna**
      - **Samo jednom na početku**
        - Formiranje matrice krutosti K, matrice masa M, matrice prigušenja C (npr. Rayleigh-jevo prigušenje) i vektora opterećenja Q(t)
        - Usvajanje koraka integracije Δt (biće komentarisano kasnije)
        - Zadati su početni uslovi, tj. vektori $\mathbf{q}^0$ i $\dot{\mathbf{q}}^0$
        - Na osnovu početnih uslova određuje se vektor početnih ubrzanja

$$\ddot{\mathbf{q}}^0 = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{Q}^0 - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}^0 - \mathbf{K}\mathbf{q}^0)$$

        - Određivanje matrice koeficijenata uz nepoznate (ekvivalentna matrica mase)

$$\mathbf{M}^* = \frac{1}{\Delta t^2}\mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t}\mathbf{C}$$

        - Određivanje vektora fiktivnih generalisanih koordinata u trenutku vremena t_{-1}

$$\mathbf{q}^{-1} = \mathbf{q}^0 - \Delta t\dot{\mathbf{q}}^0 + \frac{\Delta t^2}{2}\ddot{\mathbf{q}}^0$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Direktna numerička integracija**
  - **Metoda centralnih razlika**
    - **Postupak proračuna**
      - **Za svaki korak numeričke integracije**
        - Određivanje

$$\mathbf{Q}^{*n} = \mathbf{Q}^{n} - \left(\frac{1}{\Delta t^2}\mathbf{M} - \frac{1}{2\Delta t}\mathbf{C}\right)\mathbf{q}^{n-1} - \left(\mathbf{K} - \frac{1}{2\Delta t^2}\mathbf{M}\right)\mathbf{q}^{n}$$

        - Rešavanje sistema jednačina

$$\mathbf{M}^{*}\mathbf{q}^{n+1} = \mathbf{Q}^{*n} \Rightarrow \mathbf{q}^{n+1}$$

        - Određivanje

$$\dot{\mathbf{q}}^{n} = \frac{1}{2\Delta t}(\mathbf{q}^{n+1} - \mathbf{q}^{n-1}) \qquad \ddot{\mathbf{q}}^{n} = \frac{1}{\Delta t^2}(\mathbf{q}^{n+1} - 2\mathbf{q}^{n} + \mathbf{q}^{n-1})$$

    - Uslovno numerički stabilna metoda (T_n je najmanji svojstveni period sistema)

$$\Delta t \leq \Delta t_{cr} = \frac{T_n}{\pi}$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Direktna numerička integracija**
  - **Napomene o metodama numeričke integracije**
    - Newmark-ovo postupak je bezuslovno stabilna metoda kod koga se jednačine kretanja pišu za kraj intervala pa spada u tzv. *postupke implicitne postupke*
    - Kod metode centralnih razlika vektor nepoznatih pomeranja za trenutak t_{i+1} određuje se iz jednačina kretanja koje su napisane za trenutak t_i pa ovaj postupak spada u tzv. *postupke eksplicitne integracije*
    - Metoda centralnih razlika je uslovno numerički stabilna pa vremenski interval mora da zadovolji sledeći uslov (T_n je svojstveni period sistema sa najkraćim trajanjem)

$$\boldsymbol{\Delta t \leq \Delta t_{cr} = \frac{T_n}{\pi}}$$

    - Iskustvo pokazuje da je za odgovarajuću tačnost potrebno usvojiti

$$\boldsymbol{\Delta t \leq T_n/10}$$

    - Prethodni uslov treba da bude ispunjen za sve tonove koje želimo dovoljno tačno da obuhvatimo pri analizi

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

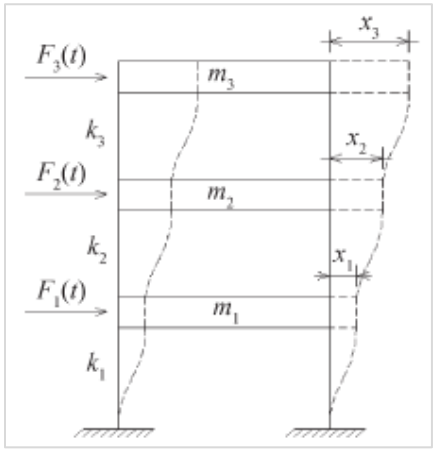
- **Direktna numerička integracija**
  - **Napomene o metodama numeričke integracije**
    - Tačnost se povećava smanjivanjem vremenskog intervala Δt
    - Kod izbora trajanja intervala Δt treba uzeti u obzir i vremenski tok dinamičkog opterećenja jer u proračun ulaze samo veličine opterećenja na granicama između intervala. Interval se bira na takav način da se promene(lomovi, vrhovi i sl.) opterećenja podudaraju sa granicama intervala
    - Kod zemljotresnog opterećenja, gde su vrednosti akcelerograma date obično u intervalima između 0,005 s do 0,02 s, obično se taj interval uzima za interval numeričke integracije u praktičnim proračunima tako da su zadovoljeni prethodni uslovi
- **Komentar**
  - Rešenja određena modalnom analizom ili direktnom integracijom za proizvoljno promenljivo dinamičko dejstvo međusobno su ista, naravno ako su modalnom analizom obuhvaćeni svi tonovi dinamičkog modela

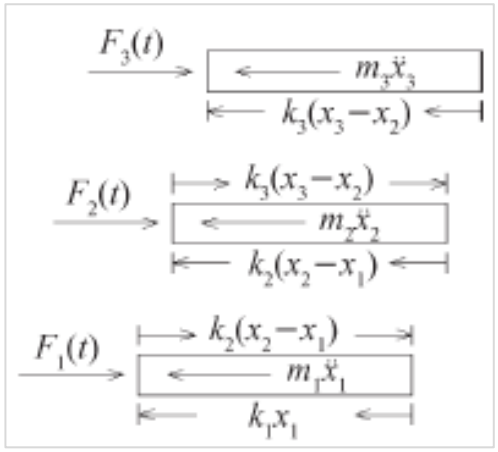
Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Određivanje uticaja u elementima konstrukcije**
  - Nakon određivanja generalisanih pomeranja u čvorovima na dinamičkom modelu, $\mathbf{U}_b$ (b – bitni stepeni slobode), koji ima manje stepeni slobode od statičkog modela određivanje uticaja u elementima konstrukcije može da se sprovede na dva načina
    - **Prvi način**
      - Odrede se ostala generalisana pomeranja (n – nebitni stepeni slobode) na statičkom modelu pomoću izraza $\mathbf{U}_n = -\mathbf{K}_{nn}^{-1}\mathbf{K}_{nb}\mathbf{U}_b$
      - Koristeći vezu između generalisanih sila u čvorovima elementa i generalisanih pomeranja čvorova elementa preko matrice krutosti određuju se generalisane sile u čvorovima elemenata pomoću izraza $\mathbf{R}_{el}\ (t) = \mathbf{k}_{el}\mathbf{u}(t)_{el}$ i nakon toga mogu da se odrede uticaji unutar elemenata konstrukcije
    - **Drugi način**
      - Odredi se ekvivalentno statičko opterećenje pomoću izraza $\mathbf{F}_E(t) = \mathbf{K}\mathbf{U}_b(t)$ nakon čega se na statičkom modelu određuju uticaji u elementima konstrukcije metodama statike konstrukcija

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Okviri sa potpuno krutim tavanicama (*Shear Building*)**





Bez prigušenja

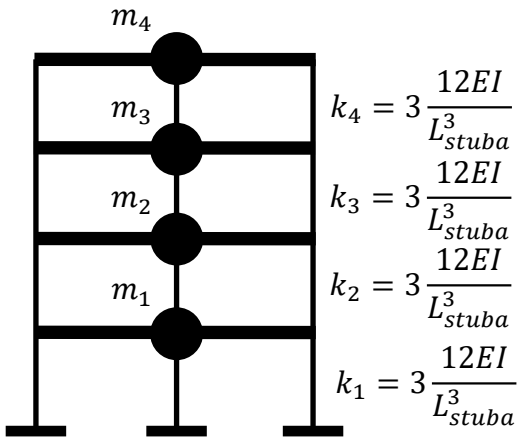
$$\sum H = 0 \Rightarrow k_i\left(x_i(t) - x_{i-1}(t)\right) - k_{i+1}\left(x_{i+1}(t) - x_i(t)\right) + m_i\ddot{x}_i(t) - F_i(t) = 0$$

$$m_i\ddot{x}_i + (k_i + k_{i+1})x_i - k_{i+1}x_{i+1} = F_i(t)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} (k_1+k_2) & -k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & (k_2+k_3) & -k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_i & (k_i+k_{i+1}) & -k_{i+1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_{i+1} & * & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & -k_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{n-1} & (k_{n-1}+k_n) & -k_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_n & k_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & * & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_n \end{bmatrix}$$

Svi stubovi imaju isto E, I i L



Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Proizvoljno pomeranje osnove (zemljotres)**
  - U opštem slučaju diferencijalne jednačine kretanja glase

$$\mathbf{M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F}$$

  - Veze između apsolutnih i relativnih pomeranja pri pomeranju osnove glase

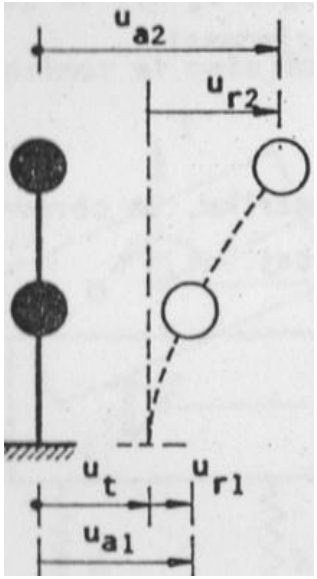
$$u_{a1} = u_{r1} + u_t \qquad u_{a2} = u_{r2} + u_t$$

  - odnosno u matričnom obliku

$$\mathbf{U}_a = \mathbf{U}_r + \mathbf{U}_t$$

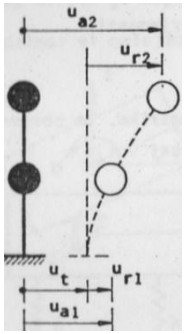
  - gde je

$$\mathbf{U}_t = \mathbf{1}u_t$$



  - Prethodni izraz važi kod konstrukcija u ravni koje su pobuđivane samo u jednom pravcu koji odgovara stepenima slobode kretanja masa

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

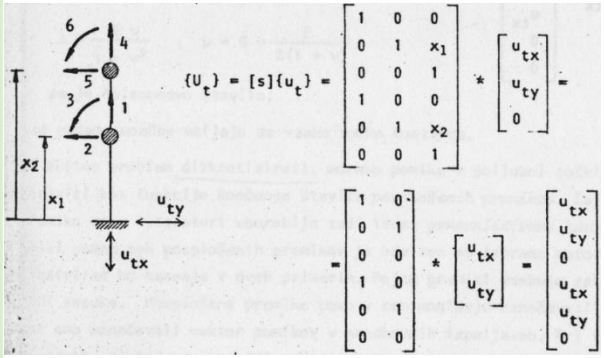


- **Proizvoljno pomeranje osnove (zemljotres)**
  - U opštem slučaju

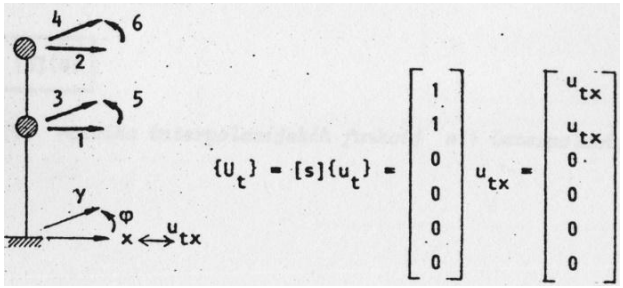
$$\mathbf{U}_t = \mathbf{s}\mathbf{u}_t$$

  - gde je $\mathbf{u}_t$ vektor koji sadrži komponente pomeranja tla u prostoru, a $\mathbf{s}$ je vektor uticajnih koeficijenata koji predstavljaju pomeranje krute konstrukcije, kruto ukleštene u tlo, kod jediničnih pomeranja tla u pojedinim pravcima. Za slučaj izbora stapena slobode kao na slici gore i pobuđivanja samo u pravcu stepeni slobode kretanja vector $\mathbf{s} = \{\mathbf{1}\}$

Prinudno pomeranje u horizontalnoj i vertikalnoj ravni



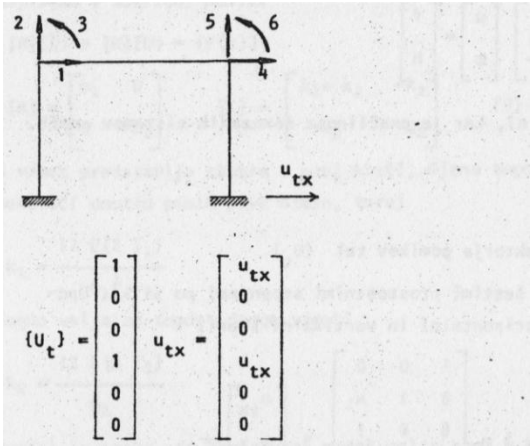
Prinudno pomeranje u x pravcu



Prinudno pomeranje pod uglom od 45°

$$\{s\}^T = [0.707 \quad 0.707 \quad 0.707 \quad 0.707 \quad 0 \quad 0]$$

Prinudno pomeranje u x pravcu



Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Proizvoljno pomeranje osnove (zemljotres)**
  - Koristeći prethodne veze, analogno kao kod sistema sa jednim stepenom slobode, sledi

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_a + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}_r + \mathbf{K}\mathbf{U}_r = 0$$

  - gde je $\ddot{\mathbf{U}}_a$ vektor apsolutnih ubrzanja, $\dot{\mathbf{U}}_r$ vektor relativih brzina i $\mathbf{U}_r$ vektor relativnih pomeranja. Prvi sabirak u jednačini kretanja je vektor inercijalnih sila, drugi sabirak je vektor sila unutrašnjeg viskoznog prigušenja i treći sabirak su sile elastičnog otpora
  - Sređivanjem se dobija ($\mathbf{U}_a = \mathbf{U}_r + \mathbf{U}_t$)

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_r + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}_r + \mathbf{K}\mathbf{U}_r = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_t$$

    - ili

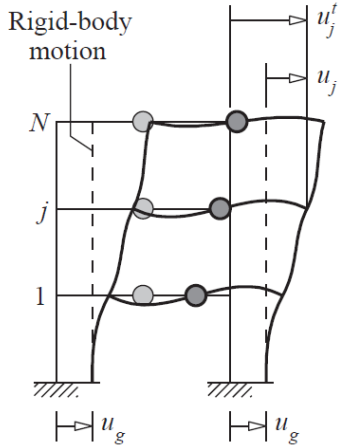
$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_a + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}_a + \mathbf{K}\mathbf{U}_a = \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}_t + \mathbf{K}\mathbf{U}_t$$

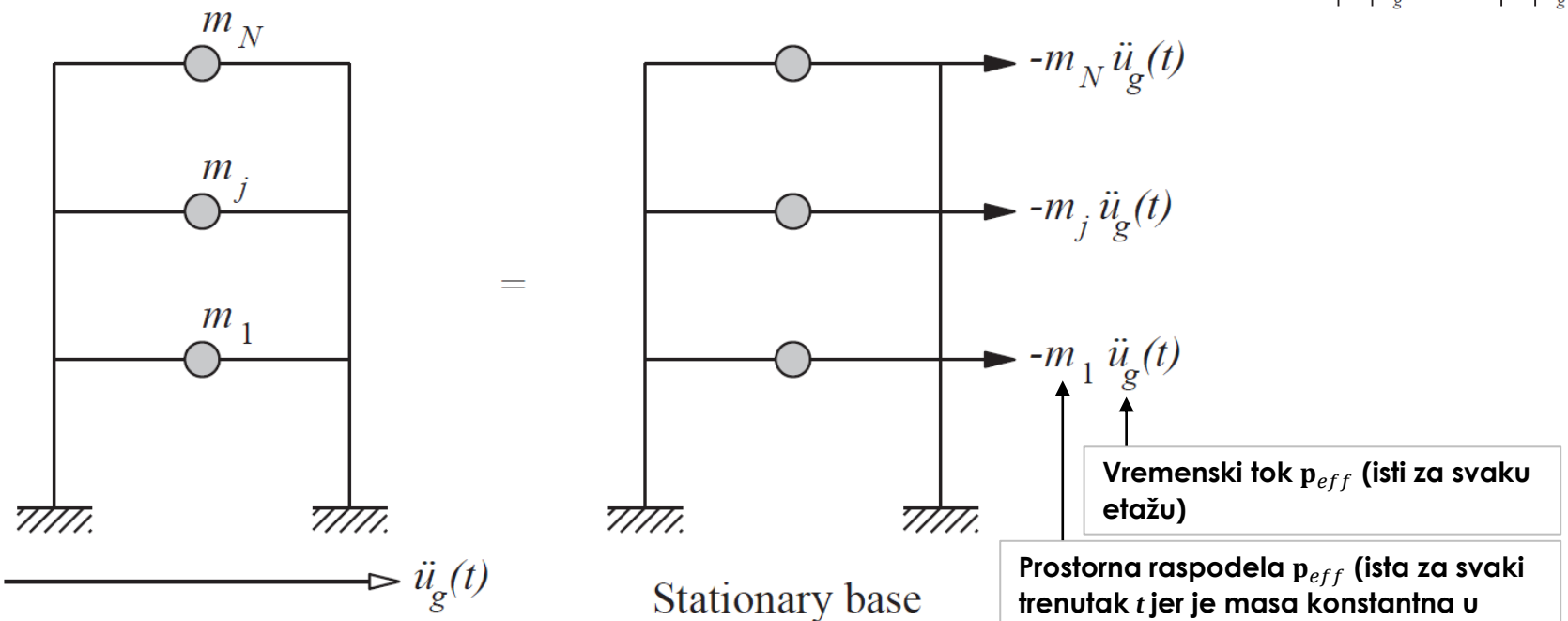
    - gde izrazi na desnoj strani prethodne dve jednačine predstavljaju vektor efektivnih sila zemljotresa
  - **Prva od prethodne dve jednačine se koristi u praksi jer je seizmičko dejstvo obično zadato u vidu vremeske istorije zapisa ubrzanja tla (akcelerogram)**

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Proizvoljno pomeranje osnove (zemljotres)**

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_r + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}_r + \mathbf{K}\mathbf{U}_r = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{u}_g = \mathbf{p}_{eff}$$





Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Vremenska analiza odgovora (akcelerogram)**
  - **Modalna analiza**

$$\ddot{Y}_i + 2\zeta_i\omega_i\dot{Y}_i + \omega_i^2 Y = -\frac{\mathbf{\Phi}_i^T\mathbf{Ms}}{M_i}\ddot{u}_g \qquad i = 1,2,3,\ldots,n$$

    - Svaka modalna jednačina se rešava numeričkom integracijom kao kod SDOF sistema i ukupni odgovor se određuje na ranije opisan način
  - **Direktna numerička integracija**

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_r + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}_r + \mathbf{K}\mathbf{U}_r = -\mathbf{Ms}\ddot{u}_g$$

    - Primenjuju se metode numeričke integracije ranije opisane za određivanje odgovora usled proizvoljno promenljivog dinamičkog dejstva

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Spektralna analiza odgovora**
  - **S obzirom na to da se kod modalne analize odgovor određuje za svaki ton posebno (kao da je sistem sa jednim stepenom slobode) ona može da se kombinuje sa spektrom odgovora i na taj način može da se reši problem kod sistema sa više stepeni slobode izloženog dejstvu zemljotresa definisanog preko spektra odgovora**
  - Nazivi koji se koriste:
    - Modalna analiza sa spektrima odgovora
    - Modalna spektralna analiza
    - Spektralna modalna analiza
    - Multimodalna spektralna analiza
    - Modalna seizmička analiza spektralnom teorijom
    - Spektralna analiza odgovora
    - Spektralna analiza
  - Osnovni (referentni) način za određivanje uticaja usled seizmičkog dejstva prema EN 1998-1 je modalna analiza u kombinaciji sa metodom spektra odgovora koji može da se primeni za sve konstrukcije na koje se odnosi EN 1998-1

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Spektralna analiza odgovora**
  - Jednačina kretanja *i*-tog tona glasi (modalna analiza)

$$\ddot{Y}_i + 2\zeta_i\omega_i\dot{Y}_i + \omega_i^2 Y = -\frac{\mathbf{\Phi}_i^T\mathbf{Ms}}{M_i}\ddot{u}_g \qquad i = 1,2,3,\ldots,n$$

  - Zbog male razlike u veličini perioda (kružnih frekvencija) prigušenih i neprigušenih vibracija za uobičajene građevinske konstrukcije ($0.0 < \zeta < 0{,}2$; $\omega_d \cong \omega$) rešenje primenom Duhamel-ovog integrala za *i*-ti ton glasi

$$Y_i(t) = -\frac{\mathbf{\Phi}_i^T\mathbf{Ms}}{\omega_i M_i}\int_0^t \ddot{u}_g(\tau)e^{-\zeta\omega_i(t-\tau)}\sin[\omega_i(t-\tau)]d\tau = \frac{L_i}{M_i}\frac{D_i(t)}{\omega_i} = \Gamma_i\frac{D_i(t)}{\omega_i}$$

    - gde je Γ_i tzv. modalni faktor participacije (učešća) *i*-tog tona

$$\Gamma_i = \frac{L_i}{M_i} = \frac{\mathbf{\Phi}_i^T\mathbf{Ms}}{M_i}$$

U slučaju ortonormiranja $M_i = 1 \Rightarrow \Gamma_i = L_i = \mathbf{\Phi}_i^T\mathbf{Ms}$

$$M_i = \mathbf{\Phi}_i^T\mathbf{M}\mathbf{\Phi}_i$$

Komentar:
Naziv nije prikladan jer asocira na to da Γ_i predstavlja meru učešća i-tog tona u ukupnom odgovoru MDOF sistema, a to nije tačno jer Γ_i zavisi od normalizacije svojstvenog vektora i ne predstavlja meru bilo koje modalne količine

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Spektralna analiza odgovora**
  - Maksimalna vrednost količnika $D_i(t)/\omega_i$ u prethodnom izrazu (po analogiji sa sistemom sa jednim stepenom slobode kretanja) jednaka je odgovarajućoj veličini na spektru relativnih pomeranja

$$\left|\frac{D_i(t)}{\omega_i}\right|_{max} = S_{di} = S_d(\omega_i, \zeta_i)$$

  - Sada maksimalna veličina Y_i *i*-tog tona iznosi

$$Y_{i,max} = \Gamma_i S_{di}$$

  - Vektor maksimalnih relativnih pomeranja *i*-tog tona u osnovnom koordinatnom sistemu dobija se transformacijom

$$\mathbf{U}_{i,max} = \mathbf{\Phi}_i \mathbf{Y}_{i,max} = \mathbf{\Phi}_i \Gamma_i S_{di} = \mathbf{\Phi}_i \Gamma_i \frac{S_{pvi}}{\omega_i} = \mathbf{\Phi}_i \Gamma_i \frac{S_{pai}}{\omega_i^2}$$

  - Vektor maksimalnih unutrašnjih sila *i*-tog tona (ekvivalentno statičko opterećenje koje se koristi za određivanje odgovora na statičkom modelu) u osnovnom koordinatnom sistemu dobijamo transformacijom

$$\mathbf{F}_{Ei,max} = \mathbf{M}\mathbf{\Phi}_i \Gamma_i S_{pai}$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Spektralna analiza odgovora**
  - Sile određene prethodnim izrazom nazivaju se seizmičke sile *i*-tog tona i koriste se kao ekvivalentno statičko opterećenje u daljoj statičkoj analizi sistema

$$\mathbf{S_i} = \mathbf{F}_{Ei,max} = \mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}_i \Gamma_i S_{pai}$$

  - Krajnji (ukupni) odgovor sistema kod primene spektra odgovora dobija se kombinacijom odgovora određenih za pojedine tonove. Pošto se, u opštem slučaju, maksimalne vrednosti odgovora za pojedine tonove javljaju u različitim vremenskim trenucima ukupni odgovor se određuje približno. Iz spektra odgovora ne možemo dobiti informaciju kada se javlja maksimalni odgovor
    - SRSS (eng. square root of sum of squares)
      - Pretpostavlka da su vibracije razmatranog sistema u pojedinim tonovima statistički nezavisne. Ova pretpostavka je uglavnom odgovara slučajevima kada periodi vibracija pojedinih tonova nemaju približno jednake vrednost (npr. prema EN 1998-1 $T_j \leq 0{,}9T_i$; pretpostavka $T_j \leq T_i$)

$$r = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} r_i^2}$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Spektralna analiza odgovora**
  - Ukupna smičuća sila V_{bi}, u osnovi konstrukcije, *i*-tog tona (tzv. bazna smičuća sila *i*-tog tona) u pravcu u kome je aplicirano ubrzanje tla jednaka je sumi svih seizmičkih sila za *i*-ti ton ($\mathbf{S_i} = \mathbf{M\Phi}_i \Gamma_i S_{pai}$; $L_i = \mathbf{\Phi}_i^T \mathbf{Ms}$; $\Gamma_i = \frac{L_i}{M_i}$)

$$V_{bi} = \mathbf{S}_i^T \mathbf{s} = \mathbf{\Phi}_i^T \mathbf{M s} \frac{L_i}{M_i} S_{pai} = \frac{L_i^2}{M_i} S_{pai} = m_i^* S_{pai}$$

    - gde je m_i^* efektivna (modalna) masa *i*-tog tona (predstavlja deo od ukupne mase dinamičkog modela koja se angažuje (učestvuje) u *i*-tom tonu)
  - Suma efektivnih masa svih tonova vibracija jednaka je ukupnoj masi dinamičkog modela

$$\sum_{j=1}^{n} m_i^* = \sum_{j=1}^{n} m_j$$

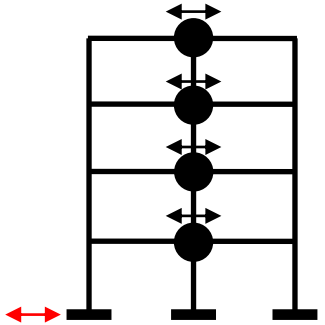
Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Spektralna analiza odgovora**
  - **Kombinovanje modalnih odgovora**
    - **!!!VAŽNO PRAVILO!!!**
      - Mogu se kombinovati samo konačne veličine određene za pojedine tonove
      - Nije pravilno pomoću već kombinovanih veličina računati nove veličine
      - Postupak analize
        - Za svaki ton posebno, odrede se seizmičke sile koje deluju na konstrukciju
        - Za svaki ton posebno, apliciramo njegove seizmičke sile na konstrukciju i statičkom analizom odredimo odgovor (generalisana pomeranja i sile u presecima)
        - Na kraju, kombinujemo veličine izračunate za svaki ton posebno
      - Nije pravilno ako bismo seizmičke sile svih tonova prvo kombinovali međusobno pa tek onda određivali odgovor sistema. Na taj način se gube predznaci sila koje deluju na konstrukciju

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Spektralna analiza odgovora**
  - **Konstrukcije visokogradnje simetrične u osnovi – ravanski model**
    - Seizmičko dejstvo u pravcu stepeni slobode kretanja masa pa je vektor $\mathbf{s} = \{\mathbf{1}\}$
    - Sledi

$$\Gamma_i = \frac{L_i}{M_i} = \frac{\mathbf{\Phi}_i^T \mathbf{M1}}{M_i} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \phi_{i,j} m_j}{\sum_{j=1}^{n} \phi_{i,j}^2 \, m_j}$$



      - gde se indeks i odnosi na ton, indeks j na stepen slobode kretanja mase (sprat) i n je broj stepeni slobode kretanja (broj spratova)
      - Kod ortonormiranih svojstvenih oblika generalisana masa ima vrednost 1
    - Sada seizmička sila *i*-tog tona i *j*-tog stepena slobode (*j*-tog sprata) glasi $(\mathbf{S}_i = \mathbf{M\Phi}_i \Gamma_i S_{pai})$

$$S_{ij} = m_j \phi_{i,j} \Gamma_i S_{pai}$$

    - Pomeranje u *i*-tom tonu *j*-tog stepena slobode (*j*-tog sprata) glasi $(\mathbf{U}_{i,max} = \mathbf{\Phi}_i \Gamma_i S_{di} = \mathbf{\Phi}_i \Gamma_i \frac{S_{pvi}}{\omega_i} = \mathbf{\Phi}_i \Gamma_i \frac{S_{pai}}{\omega_i^2})$

$$u_{ij} = \phi_{i,j} \Gamma_i \frac{S_{pai}}{\omega_i^2} = \phi_{i,j} \Gamma_i \frac{T_i^2}{4\pi^2} S_{pai}$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Spektralna analiza odgovora**
  - **Konstrukcije visokogradnje simetrične u osnovi – ravanski sistem**
    - Efektivna (modalna) masa *i*-tog tona

$$m_i^* = \frac{L_i^2}{M_i} = \frac{\left(\sum_{j=1}^{n} \phi_{i,j} m_j\right)^2}{\sum_{j=1}^{n} \phi_{i,j}^2 \, m_j}$$

    - Izraz $S_{ij} = m_j \phi_{i,j} \Gamma_i S_{pai}$ može da se prikaže i na sledeći način

$$S_{ij} = m_j \phi_{i,j} \underbrace{\frac{\sum_{j=1}^{n} \phi_{i,j} m_j}{\sum_{j=1}^{n} \phi_{i,j}^2 \, m_j}}_{\Gamma_i} S_{pai} = \underbrace{\frac{\left(\sum_{j=1}^{n} \phi_{i,j} m_j\right)^2}{\sum_{j=1}^{n} \phi_{i,j}^2 \, m_j}}_{m_i^*} \frac{\phi_{i,j} m_j}{\sum_{j=1}^{n} \phi_{i,j} \, m_j} S_{pai}$$

    - odnosno sledi

$$S_{ij} = V_{bi} \frac{\phi_{i,j} m_j}{\sum_{j=1}^{n} \phi_{i,j} \, m_j}$$

Sistemi sa više stepeni slobode kretanja

- **Spektralna analiza odgovora**
  - **Konstrukcije visokogradnje nesimetrične u osnovi – nesimetrične zgrade**
    - Kod nesimetričnih konstrukcija javlja se torzija koja može približno da se obuhvati pomoću torzionih momenata koji se određuju kao proizvod seizmičke sile i statičke ekscentričnosti između centra krutosti i centra mase
    - Torzija može da se javi i kod simetričnih sistema zbog netačnosti u izvođenju, neravnomerne raspodele masa i različitih prinudnih pomeranja u pojedinim delovima osnove. S obzirom na to, propisima su definisani slučajni ekscentriciteti
    - Kod nesimetričnih konstrukcija transatorne i torzione vibracije su spregnute što rezultira u dinamičkim ekscentričnostima koje mogu biti mnogo veće od statičkih
    - Kod nesimetričnih sistema preporučuje se primena prostornih dinamičkih modela

Principi projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

- Neophodno je primeniti generalne (opšte) principe projektovanja seizmički otpornih konstrukcija već kod idejnog rešenja
  - **Jednostavnost konstrukcijskog sistema**
  - **Uniformnost (ujednačenost) u osnovi i po visini konstrukcije**
  - **Simetričnost u osnovi i po visini konstrukcije**
  - **Redundantnost (ponovljivost) konstrukcijskog sistema (konstrukcijska rezerva (statička neodređenost))**
  - **Veličina i raspored mase**
  - **Otpornost i krutost u dva horizontalna pravca**
  - **Torziona otpornost i krutost**
  - **Ponašanje spratnih tavanaca kao krutih dijafragmi u horizontalnoj ravni**
  - **Adekvatno fundiranje**
  - **Aseizmičke razdelnice (dilatacije)**

Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

- **Jednostavnost konstrukcijskog sistema**
  - Postojanje jasnih i direktnih puteva prenosa seizmičkih (inercijalnih) sila usled seizmičkog dejstva
  - Seizmički odgovor jednostavnih konstrukcija manje je neizvestan
  - Modeliranje, analiza, dimenzionisanje i konstrukcijsko oblikovanje jednostavnih konstrukcija podložno je mnogo manjoj neizvesnosti, pa je predviđanje seizmičkog odgovora sa većom sigurnošću, tj. procena seizmičkih performansi je pouzdanija
  - S obzirom na prethodno rečeno dobijaju se pouzdanije konstrukcije

Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

- **Uniformnost i simetričnost u osnovi**
  - Postiže se ravnomernom raspodelom vertikalnih konstrukcijskih elemenata što omogućava kratak i direktan prenos inercijalnih sila
  - Može se postići i podelom konstrukcije u osnovi pomoću dilatacija u dinamički nezavisne celine
  - Kratak i direktan put prenosa inercijalnih sila može se lakše postići ako raspodela krutosti vertikalnih konstrukcijskih elemenata u osnovi „odgovara“ raspodeli masa u osnovi
  - Sažete i simetrične osnove imaju prednosti u odnosu na dugačke i razuđene osnove, a pogotovo u odnosu na zgrade sa nesimetričnim i nepravilnim osnovama
    - „Dugačke“ zgrade u osnovi više su izložene od ostalih nesinhronom vibriranju pojedinih delova što je nepovoljno. Ovo je posledica nesinhronog kretanja tla ispod zgrade i u vezi je sa odnosom dužine zgrade prema talasnoj dužini seizmičkih talasa (talasna dužina je proizvod perioda talasa i njegove brzine prostiranja; kod tla slabog kvaliteta talasna dužina može biti i 50 do 70 m). Fazna pomeranja izazivaju teže pedvidiva i nepovoljna naprezanja tavanica
    - Nesinhrono oscilovanje „dugačkih“ zgrada unosi u primarnu konstruciju nepovoljna naprezanja

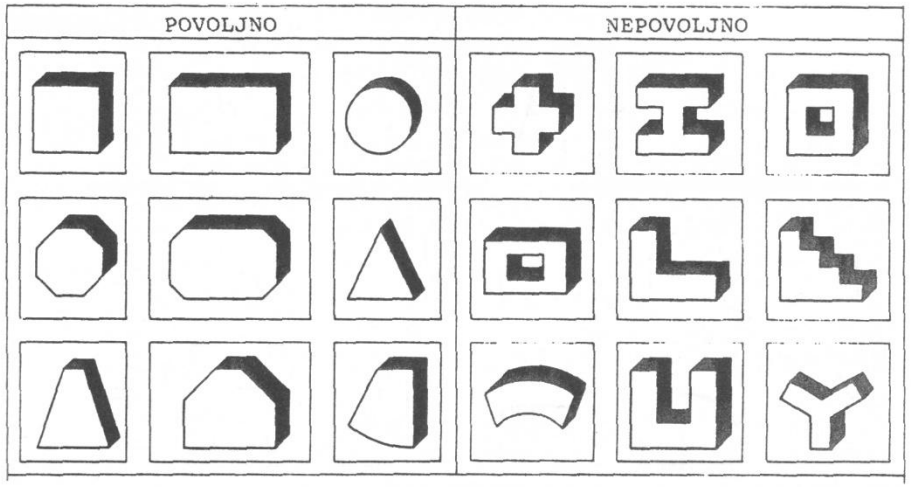
Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

- **Uniformnost i simetričnost u osnovi**
  - Sažete i simetrične osnove imaju prednosti u odnosu na dugačke i razuđene osnove, a pogotovo u odnosu na zgrade sa nesimetričnim i nepravilnim osnovama
    - Krutost tavanica u svojoj ravni obezbeđuje ravnomeran prenos seizmičkih sila na vertikalne konstrukcijske elemente, što je povoljno. Međutim, kod „dugačkih“ zgrada pretpostavka o krutosti tavanica u svojoj ravni ne mora biti ispunjena, što dovodi do drugačije (neravnomerne) raspodele seizmičkih sila na vertikalne konstrukcijske elemente, što je nepovoljno
    - Kod zgrada sa nesimetričnom osnovom dodatno dolazi do neizvesti u pogledu veličine seizmičkih sila, zatim javljaju se torzioni efekti što je nepovoljno i javlja se neizvesnost u pogledu raspodele seizmičkih sila na pojedine vertikalne konstrukcijske elemente
    - Torzioni efekti se javljaju i kod simetričnih zgrada u osnovi zbog raznih nesavršenosti nastalih tokom izgradnje kao i moguće nejednake raspodele mase u osnovi
    - Konzole i prepusti mogu da imaju vertikalne vibracije koje su izraženije kod „većih“ raspona. Vertikalne vibracije sadejstvuju sa horizontalnim i mogu imati značajan uticaj na ukupni dinamički odgovor

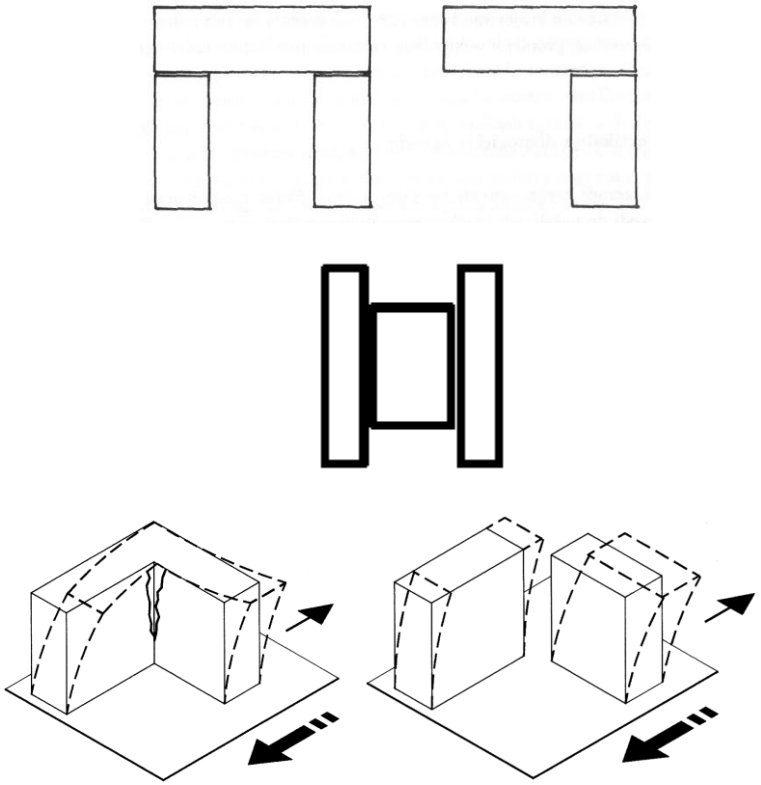
Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

- **Uniformnost i simetričnost u osnovi**

Šematski prikazani povoljni i nepovoljni oblici osnova



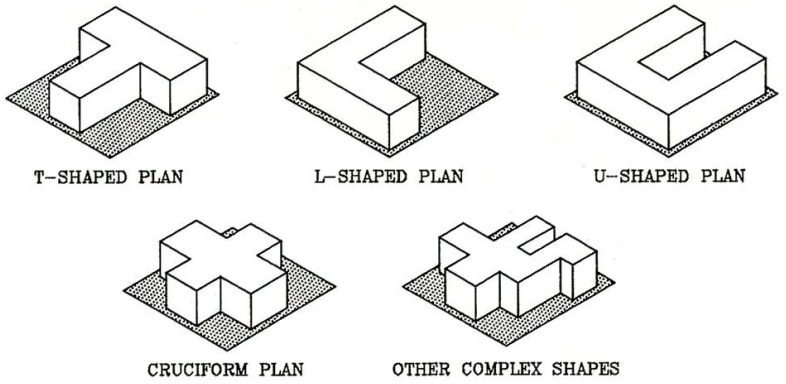
Dilatiranje nepovoljnih oblika osnova u dinamički nezavisne delove, tj. u osnove povoljnog oblika



Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

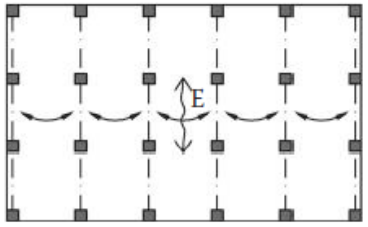
- **Uniformnost i simetričnost u osnovi**

Nepovoljni oblici osnova

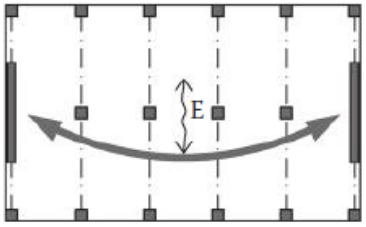




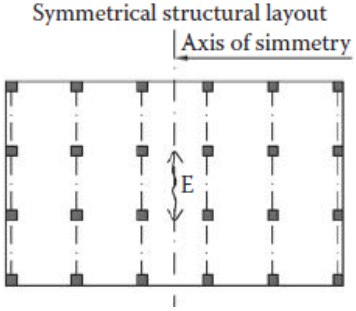
Uniform structural layout
Short path for the transfer of forces



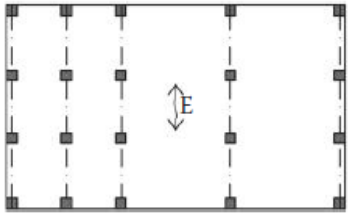
Non-uniform structural layout
Long path for the transfer of forces



Symmetrical structural layout



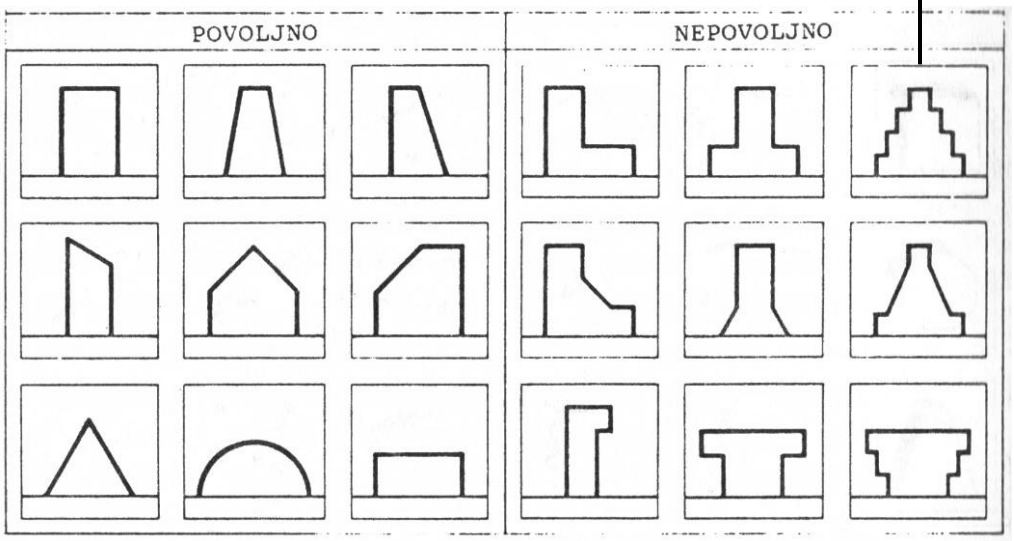
Non-symmetrical structural layout



Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

- **Uniformnost i simetričnost po visini**
  - Simetričnost i uniformnost treba primeniti po visini objekta
  - Nesimetrične promene po visini dovode do vrlo nepovoljnih torzionih efekata

Šematski prikazane povoljne i nepovoljne vertikalne dispozicije zgrada



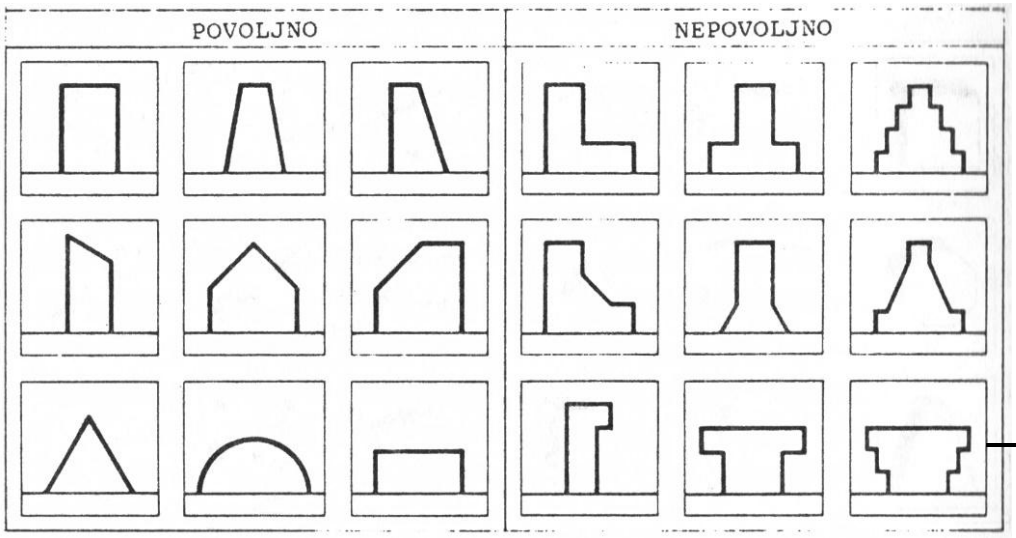
Stepenaste promene po visini zgrade mogu pre svega da prouzrokuju probleme sa aspekta fundiranja što nepovoljno utiče na seizmičku otpornost



Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

- **Uniformnost i simetričnost po visini**

Šematski prikazane povoljne i nepovoljne vertikalne dispozicije zgrada

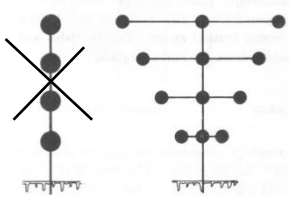


Iako je očuvana simetrija nije dobro smanjivati krutost idući od vrha objekta ka temeljnoj konstrukciji

Masa raste sa porastom visine što izaziva dodatno povećanje momenta u osnovi

Stalno povećanje prepusta čini zgradu osetljivijom u odnosu na prizmatične oblike

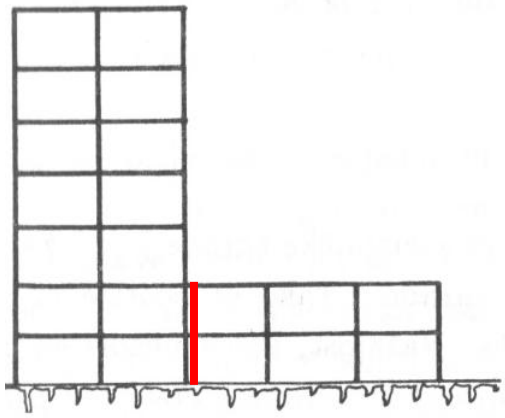
Grublji model za početnu procenu odgovora ne može biti konzola sa koncentrisanim masama u nivou etaža jer se mora voditi računa o raspodeli masa u nivou osnova spratova



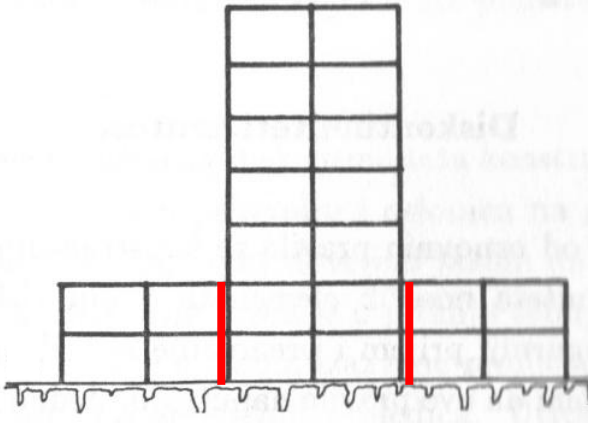
Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

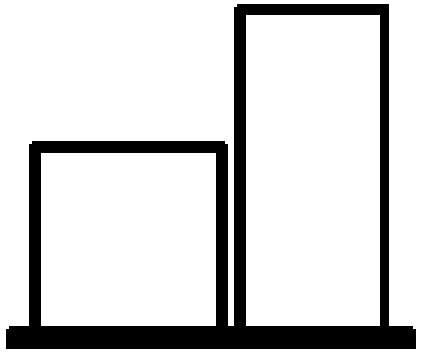
- **Uniformnost i simetričnost po visini**
  - Kod konstrukcija sa naglim proširenjem u donjem delu potrebno je niži deo dilatirati od višeg. Ovo je povoljno i sa aspekta nejednakih sleganja

Nagla promena krutosti
Vrlo nepovoljni torzioni efekti



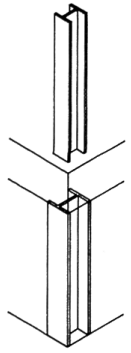
Nepovoljna nagla promena krutosti
iako imamo simetriju po visini





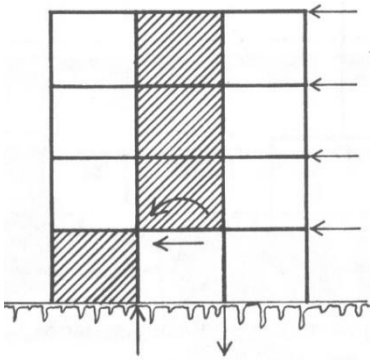
Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

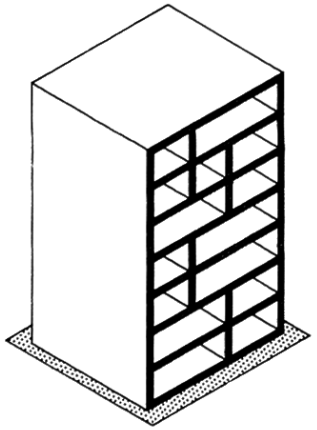
- **Uniformnost i simetričnost po visini**
  - Diskontinuiteti krutosti
    - Jedno od osnovnih pravilo za konstruisanje seizmički otporne konstrukcije je očuvanje kontinuiteta vertikalnih nosećih elemenata po celoj visini zgrade. Na taj način se obezbeđuje siguran prijem i prenos seizmičkih sila
    - Izbegavati „naglu i veliku“ promenu dimenzija stuba



ABRUPT CHANGES IN SIZE OF MEMBERS

- Diskontinuitet u zidu za ukrućenje
  - Vrlo nesiguran prenos seizmičkih sila
  - Nepovoljna kocentracija naprezanja
  - Neuniformna raspodela krutosti po visini
  - Nepovoljna konfiguracija oštećenja



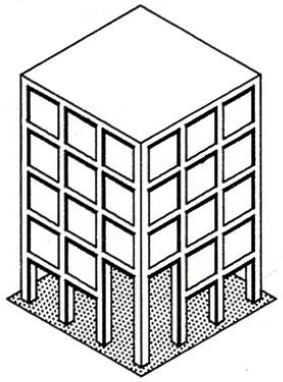


INTERRUPTION OF VERTICAL RESISTING ELEMENTS

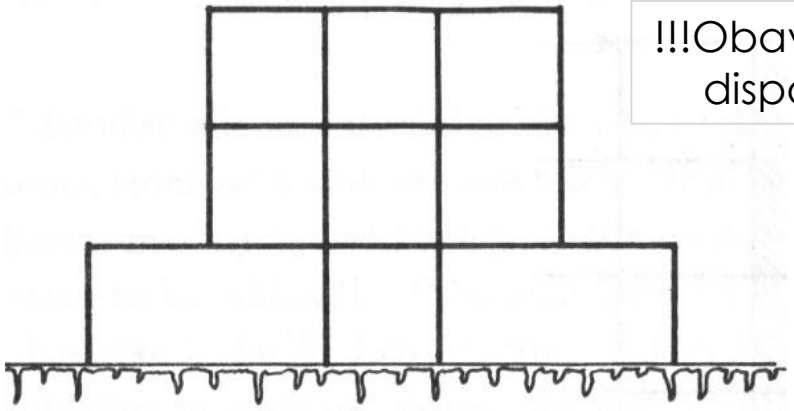
!!!Obavezno izbeći ovakva dispoziciona rešenja!!!

Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

- **Uniformnost i simetričnost po visini**
  - Diskontinuiteti krutosti
    - Ukidanje stubova u prizemlju
    - Sa aspekta statičkih dejstva projektovanje grede na koju se oslanja stub koji je ukinut u prizemlju je moguće
    - Sa aspekta dejstva zemljotresa indukovane inercijalne sile u stubovima koji se oslanjaju na gredu izazivaju u njoj vrlo nepovoljna i neizvesna naprezanja
    - Nije obezbeđen pouzdan prenos seizmičkih sila



INTERRUPTION OF BEAMS



!!!Obavezno izbeći ovakva dispoziciona rešenja!!!

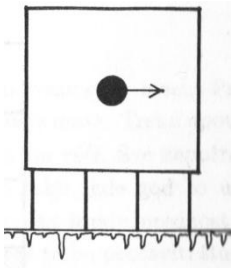
Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

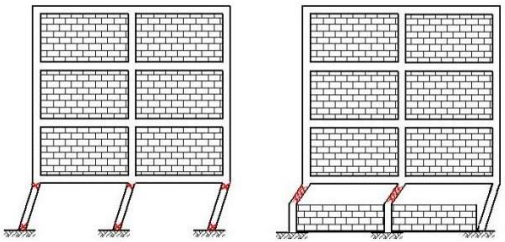
- **Uniformnost i simetričnost po visini**
  - Fleksibilni sprat (prizemlje)
    - U nekom spratu krutost sistema se naglo smanjuje
    - Najčešće je to prizemlje pa se može nazivati i fleksibilno prizemlje
    - Iskustvo pokazuje da su nepovoljni mehanizmi loma nastali usled fleksibilnog sprata (prizemlja)
    - Može nastati i kada je visina nekog od spratova znatno veća od susednih. Npr. visina prizemlja znatno veća od visina ostalih spratova
    - Može nastati ukidanjem vertikalnih nosećih elemenata, npr. u prizemlju iz arhitektonskih razloga
    - Može nastati sadejstvom nekonstruktivnih elemenata sa konstrukcijom, npr. zidovi ispune na spratovima iznad prizemlja
    - Problem se javlja kod sistema čija je horizontalna otpornost ostvarena samo ramovima. Postojanje zidova za ukrućenje pravilno raspoređenih u osnovi i po visini zgrade obično eliminiše ovaj problem

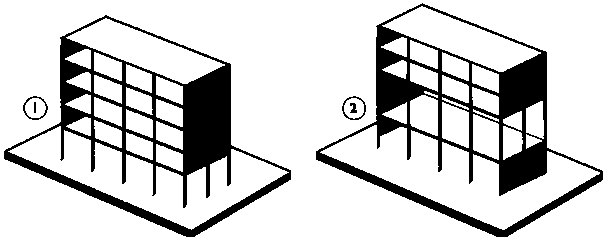
Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

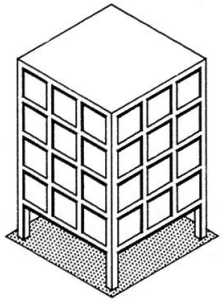
- **Uniformnost i simetričnost po visini**
  - Fleksibilni sprat (prizemlje)

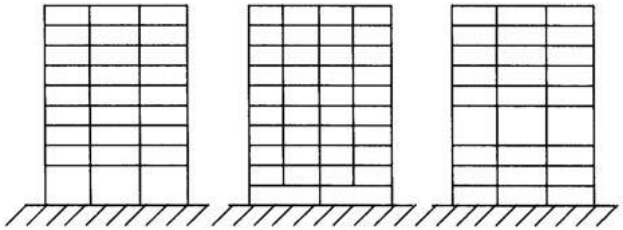
!!!Obavezno izbeći ovakva dispoziciona rešenja!!!

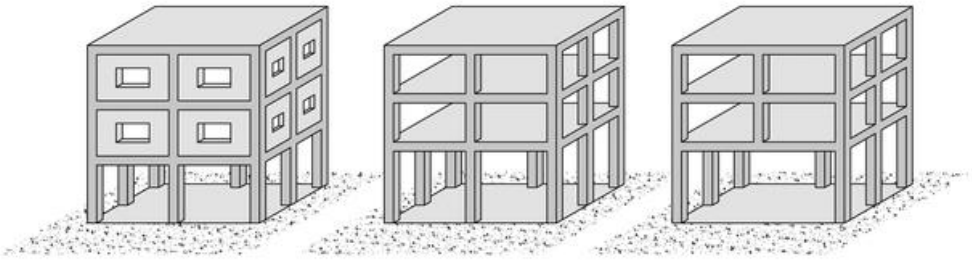


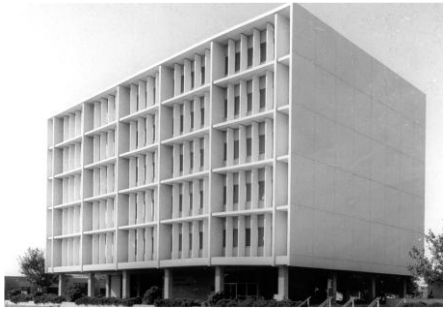


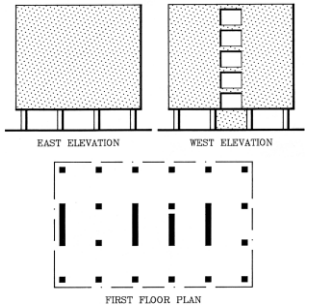






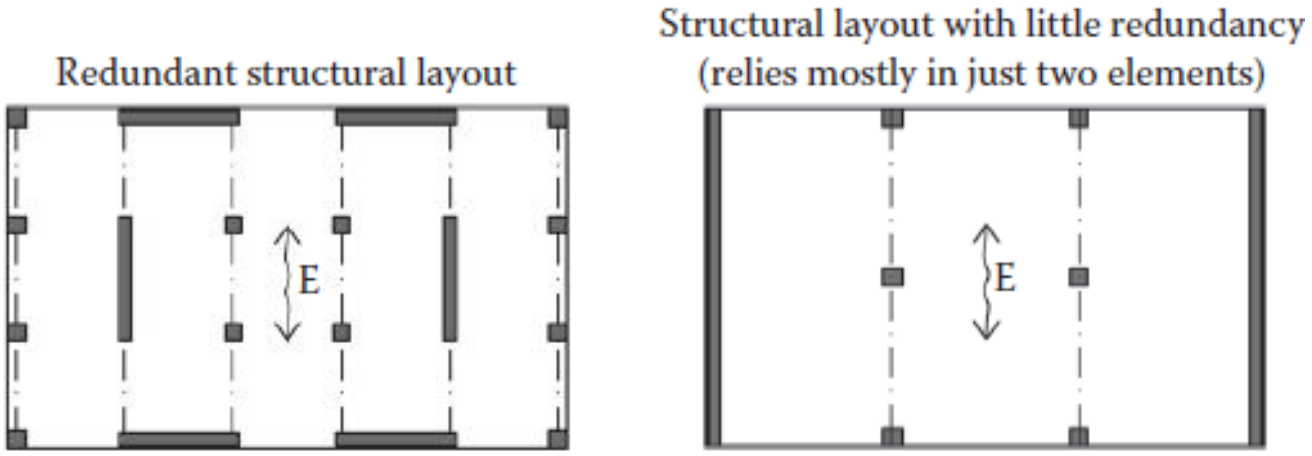






Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

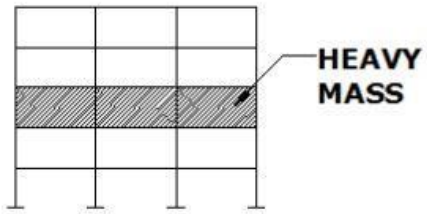
- **Redundantnost (ponovljivost) konstrukcijskog sistema (konstrukcijska rezerva – statička neodređenost)**
  - Primena ravnomerno raspoređenih vertikalnih konstrukcijskih elemenata povećava redundantnost konstrukcije, odnosno konstrukcija postaje pouzdanija u smislu odupiranja efektima zemljotresa. Omogućena je povoljnija raspodela uticaja i ravnomernija raspodela oštećenja i disipacije seizmičke energije po celoj konstrukciji

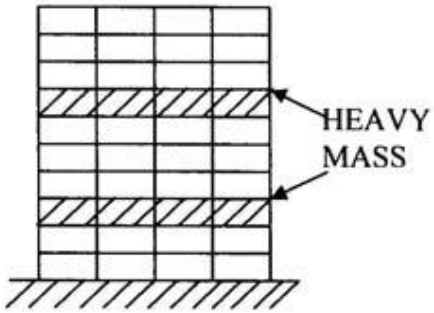


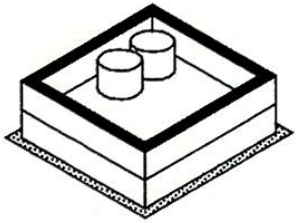
Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

- **Veličina i raspored mase**
  - Povoljno je koristiti materijale kod kojih je odnos čvrstoće prema masi što veći
  - Mase raspoređivati simetrično u odnosu na centar krutosti zbog umanjenja torzionih efekata
  - Veće mase treba postaviti što niže i što bliže centru krutosti zgrade

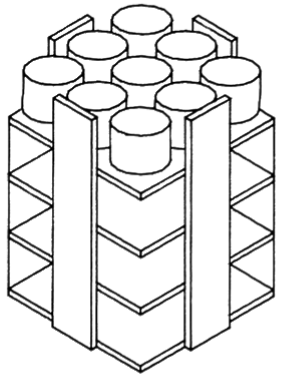
!!!Obavezno izbeći ovakva dispoziciona rešenja!!!







OUTWARDLY UNIFORM APPEARANCE
BUT NON-UNIFORM MASS
DISTRIBUTION



DRASTIC CHANGES IN
MASS/STIFFNESS RATIO

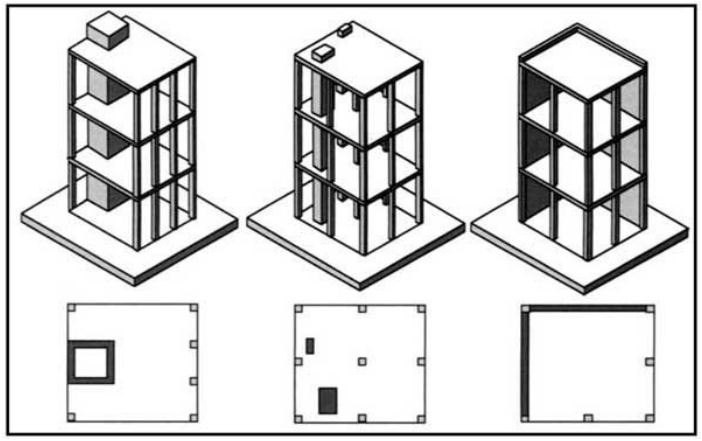
Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

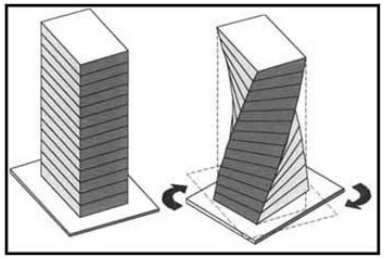
- **Otpornost i krutost u dva horizontalna pravca**
  - Horizontalno seizmičko dejstvo je fenomen u dva horizontalna (i trećeg vertikalan) pravca pa konstrukcija mora biti sposobna da se odupre horizontalnim dejstvima u bilo kom pravcu
  - Vertikalne konstrukcijske elemente treba rasporediti u dva međusobno ortogonalna pravca (glavni pravci)
  - Potrebno je obezbediti slične karakteristike otpornosti i krutosti u oba glavna pravca
  - Izbor karakteristika krutosti konstrukcije takođe treba da ima za cilj ograničavanje razvoja prekomernih pomeranja koji bi mogli dovesti do nestabilnosti usled efekata drugog reda ili do prevelikih oštećenja nekonstruktivnih elemenata

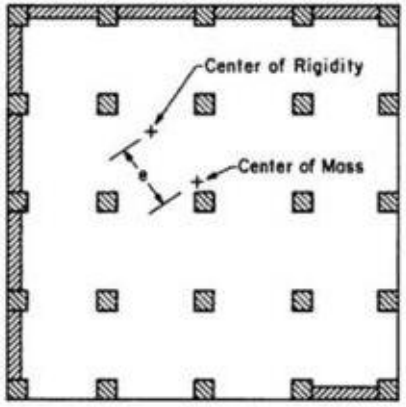
Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

- **Torziona otpornost i krutost**
  - Osim bočne (fleksione ili savojne) otpornosti i krutosti, konstrukcije treba da poseduju adekvatnu torzionu otpornost i krutost kako bi se smanjila torziona pomeranja usled kojih dolazi do neravnomernih naprezanja različitih konstrukcijskih elemenata. S obzirom na to u prednosti su konfiguracije kod kojih su glavni noseći elementi koji se suprotstavljaju seizmičkom dejstvu ravnomerno i simetrično raspoređeni bliže obimu ili po obimu zgrade u osnovi (centar mase i krutosti se poklapaju)

!!!Obavezno izbeći ovakva dispoziciona rešenja!!!

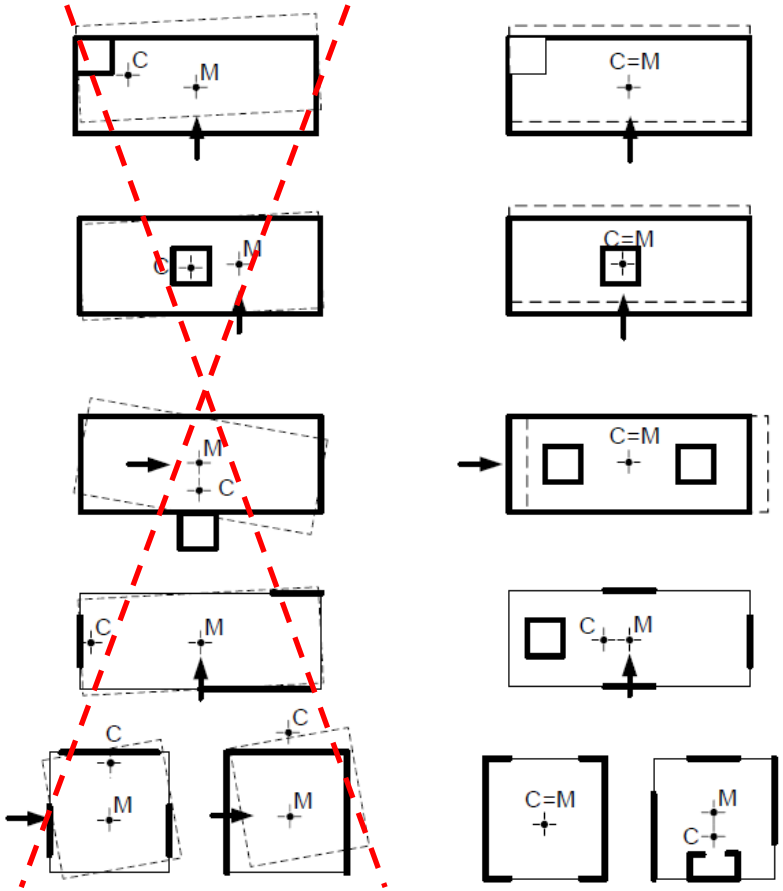


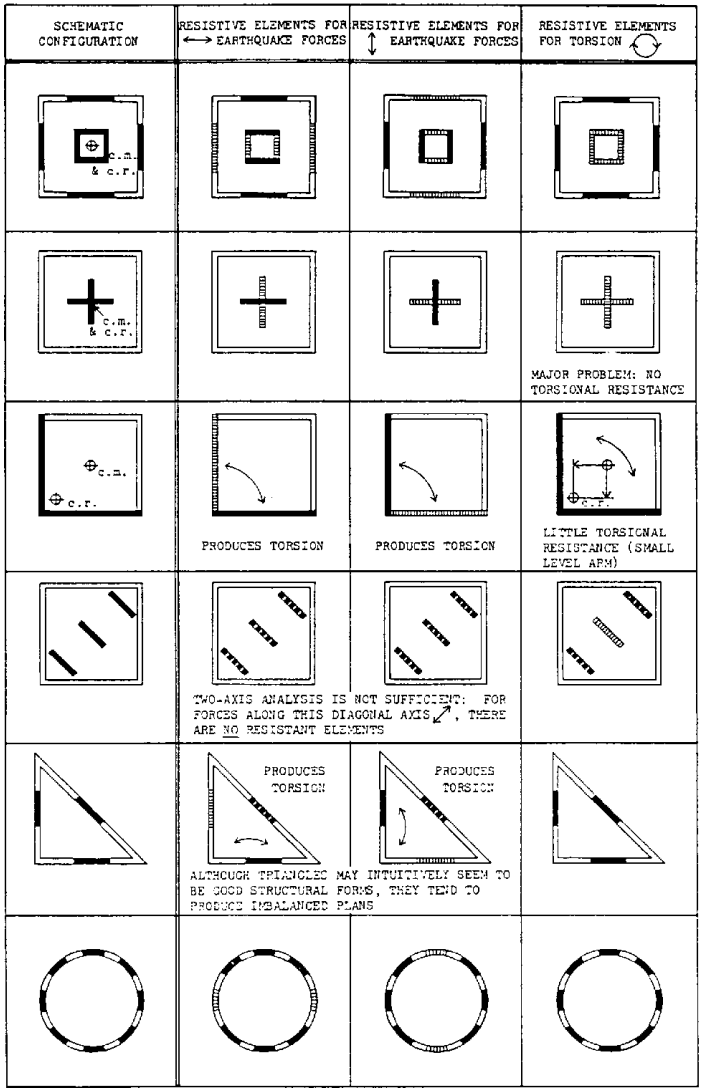




Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

- **Raspored zidova za ukrućenje u osnovi**





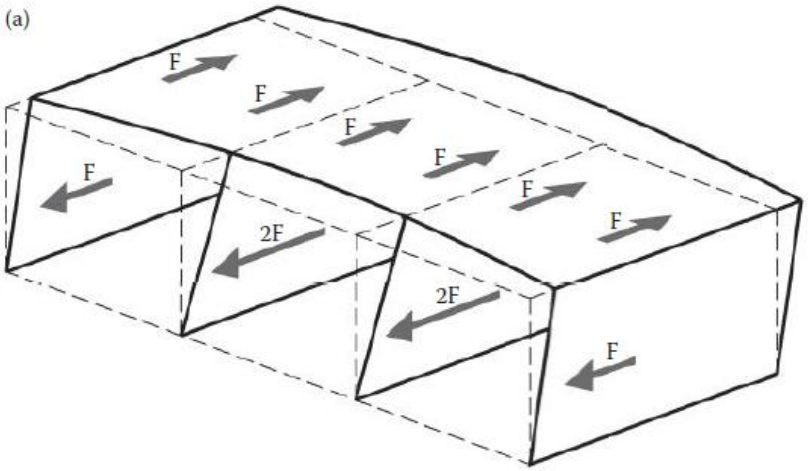
Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

- **Ponašanje spratnih tavanaca kao krutih dijafragmi u horizontalnoj ravni**
  - Veoma važna uloga u ukupnom seizmičkom odgovoru (ponašanju) konstrukcije
  - Tavanice se ponašaju kao horizontalne dijafragme koje prihvataju i prenose seizmičke (inercijalne) sile na vertikalne konstrukcijske elemente i obezbeđuju da se vertikalni konstrukcijski elementi ponašaju kao celina u suprotstavljanju horizontalnim seizmičkim dejstvima
  - Dejstvo tavanica kao dijafragmi u horizontalnoj ravni posebno je važno u slučajevima kompleksnih i neravnomernih konfiguracija vertikalnih konstrukcijskih elemenata ili kada se zajedno koriste sistemi sa različitim karakteristikama horizontalne deformabilnosti (npr. dvojni ili mešoviti sistemi)
  - Krutost i otpornost tavanica u svojoj ravni su različite karakteristike ali su obe bitne za postizanje povoljnog seizmičkog odgvora zgrade
  - Ako je krutost tavanica u horizontalnoj ravni mala u odnosu na krutost vertikalnih nosećih elemenata neće ispuniti prethodno opisane zahteve. Javiće se neravnomernija raspodela pomeranja u osnovi konstrukcije što će prouzrokovati veća maksimalna pomeranja i nepouzdaniju procenu odgovora
  - Otvori u tavanicama mogu značajno da smanje krutost i otpornost u horizontalnoj ravni kao i efikasan prenos horizontalnih seizmičkih sila do vertikalnih konstrukcijskih elemenata pogotovo ako su u njihovoj blizini

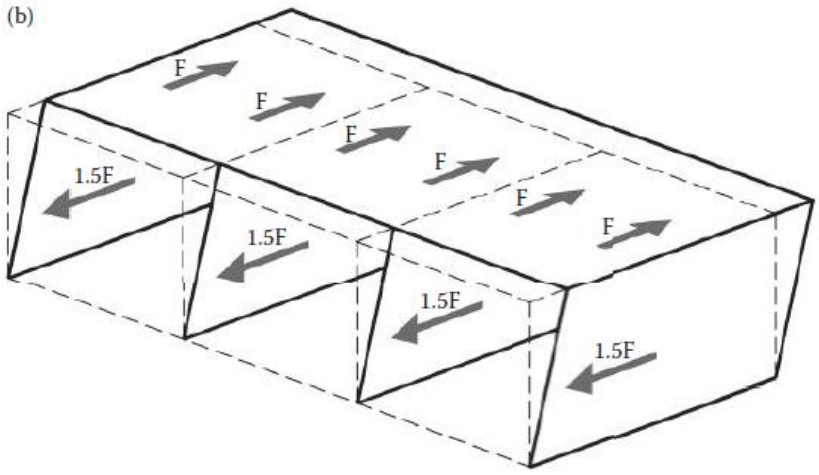
Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

- **Ponašanje spratnih tavanaca kao krutih dijafragmi u horizontalnoj ravni**

NEPOVOLJNO
Fleksibilna dijafragma prouzrokuje neravnomernu raspodelu sila i pomeranja između vertikalnih elemenata

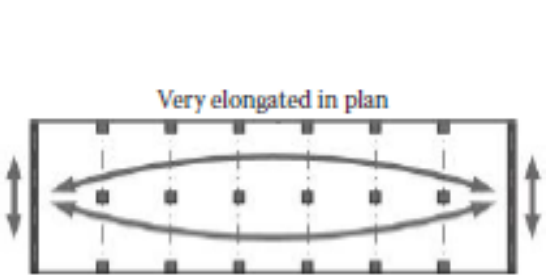


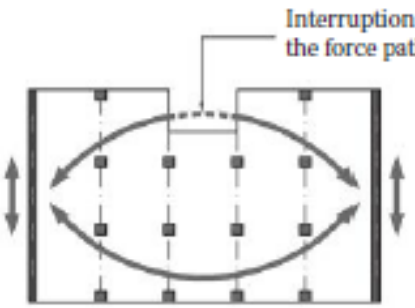
POVOLJNO
Kruta dijafragma obezbeđuje ravnomernu raspodelu sila i pomeranja između vertikalnih elemenata

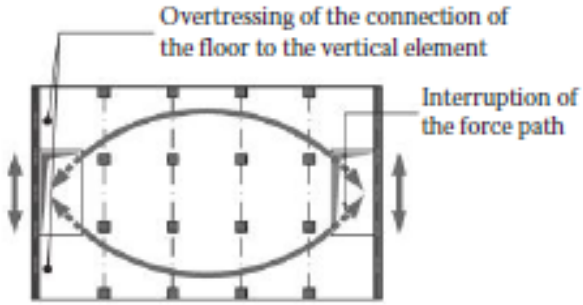


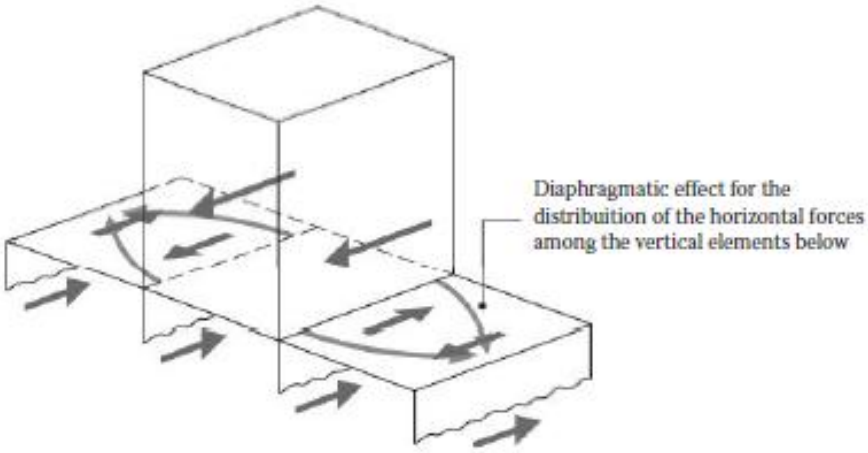
Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

- **Ponašanje spratnih tavanaca kao krutih dijafragmi u horizontalnoj ravni**





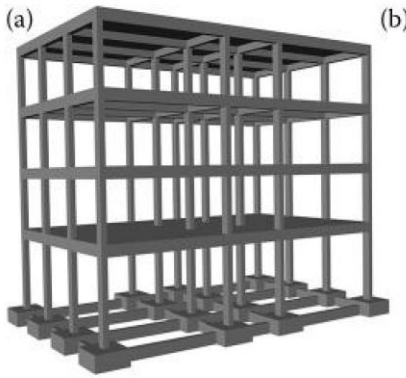


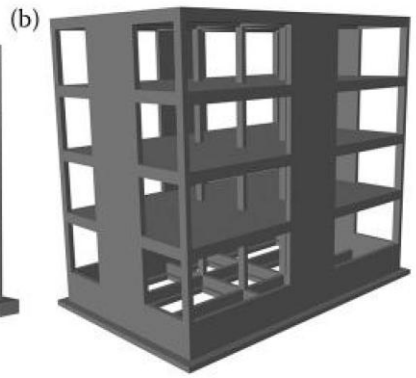


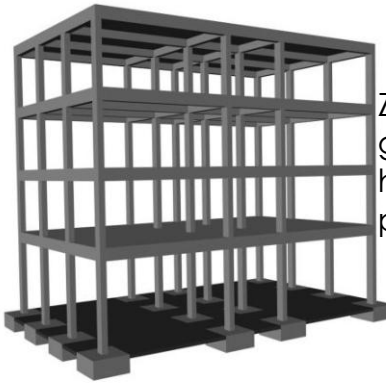
Nepovoljne konfiguracije za ostvarivanje odgovarajuće uloge dijafragmi

Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

- **Adekvatno fundiranje**
  - Temeljna konstrukcija treba da obezbedi da cela zgrada bude podvrgnuta ravnomernom seizmičkom dejstvu
  - Vrlo nepovoljna je primena temelja samaca (pogotovo nepovezanih veznim gredama)
  - Kod pojedinačnog fundiranja (temeljne stope ili šipovi) preporučuje se upotreba vezne ploče ili veznih greda u oba glavna pravca
  - Preporuka je da se biraju kruti, kutijasti i višećelijski temelji koji sadrže donju i gornju ploču i zidove (kasetirana konstrukcija)
  - Teži se istoj dubini fundiranja po celoj osnovi objekta



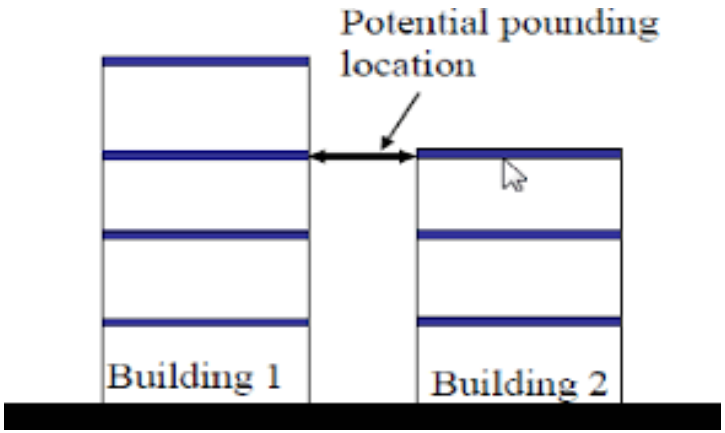


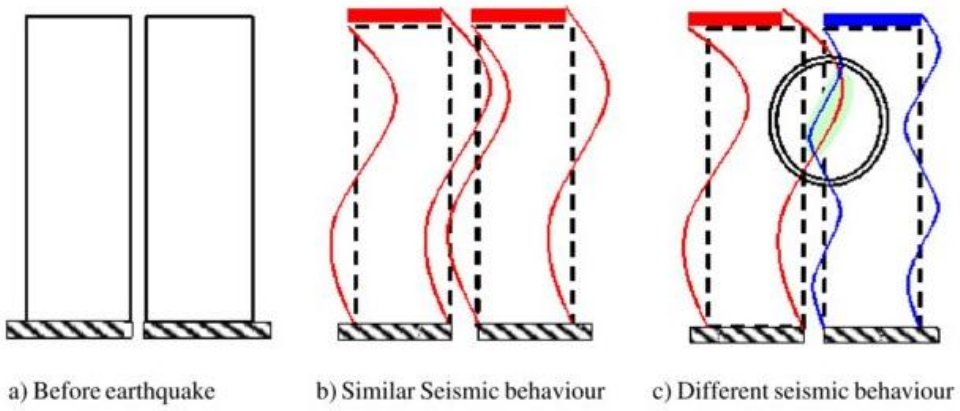


Zamena veznih greda sa horizontalnom pločom

Opšti principi idejnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija

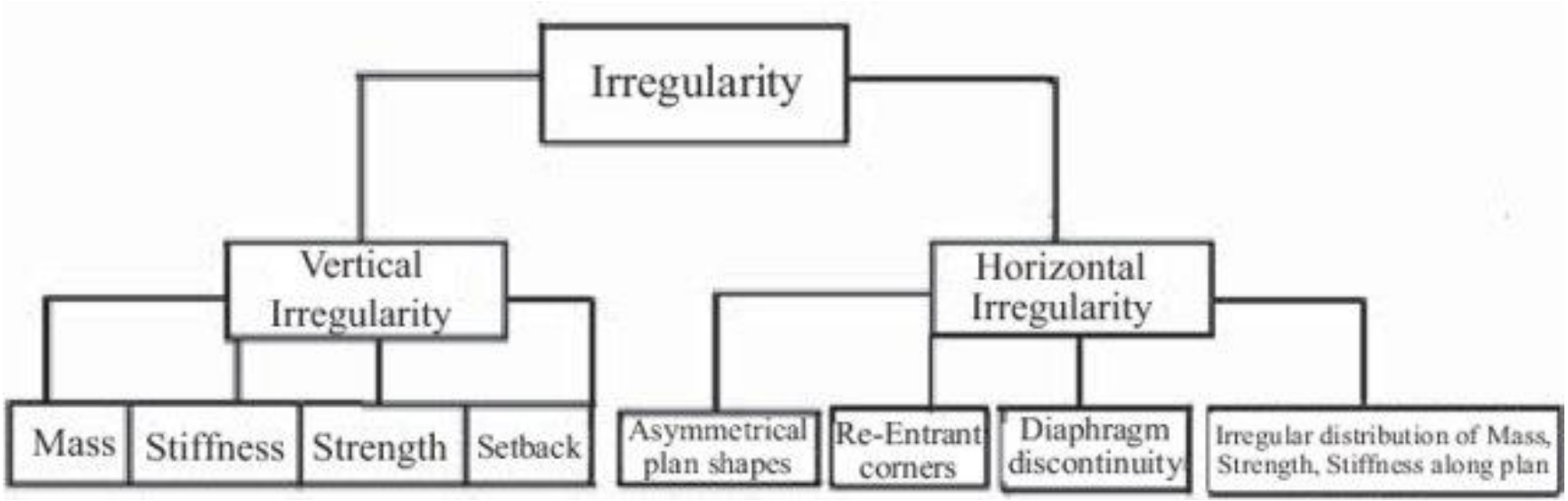
- **Aseizmičke razdelnice (dilatacije)**
  - Neregularni (nepravilni) sistemi koji imaju npr. nepovoljne osnove ili neujednačene visine delova objekta mogu da se svedu na regularne pravilnom primenom seizmičkih razdelnica
  - Pri njihovom projektovanju, između ostalog, posebnu pažnju treba posvetiti mogućnosti sudara objekata tokom zemljotresa (odgovarajuća širina razdelnice)





Regularnost konstrukcije

- **Uzroci neregularnosti**



Regularnost konstrukcije

- Prethodno opisani opšti principi za projektovanje seizmički otpornih konstrukcija ako se koriste samo intuitivno može da dođe do grešaka pa je potrebno definisati pravila koja će **klasifikovati zgrade u konstrukcijski regularne (pravilne) i konstrukcijski neregularne (nepravilne)**...

Intuitivno znamo da su neregularne ali ipak je potrebno to i dokazati...





Regularnost konstrukcije – EN 1998-1

- U EN 1998-1 je propisan način klasifikacije zgrada kao **konstrukcijski regularnih (pravilne)** i **konstrukcijski neregularnih (nepravilne)**
- **Ova klasifikacija suštinski utiče na razlike u projektovanju konstrukcija**
  - model (može da bude uprošćen ravanski ili prostorni)
  - metod analize (može da bude uprošćena metoda spektra odgovora (metoda ekvivalentnih bočnih sila) ili modalna spektralna analiza)
  - vrednost faktora ponašanja (generalno se smanjuje zbog neregularnosti)

Regularnost		Dozvoljeno uporošćenje		Faktor ponašanja za linearnu analizu
U osnovi	Po visini	Model	Linearno-elastična analiza	
Da	Da	Ravanski	Bočne sile [a]	Referentna vrednost
Da	Ne	Ravanski	Modalna	Smanjena vrednost
Ne	Da	Prostorni [b]	Bočne sile [a]	Referentna vrednost
Ne	Ne	Prostorni	Modalna	Smanjena vrednost

Regularnost konstrukcije – EN 1998-1

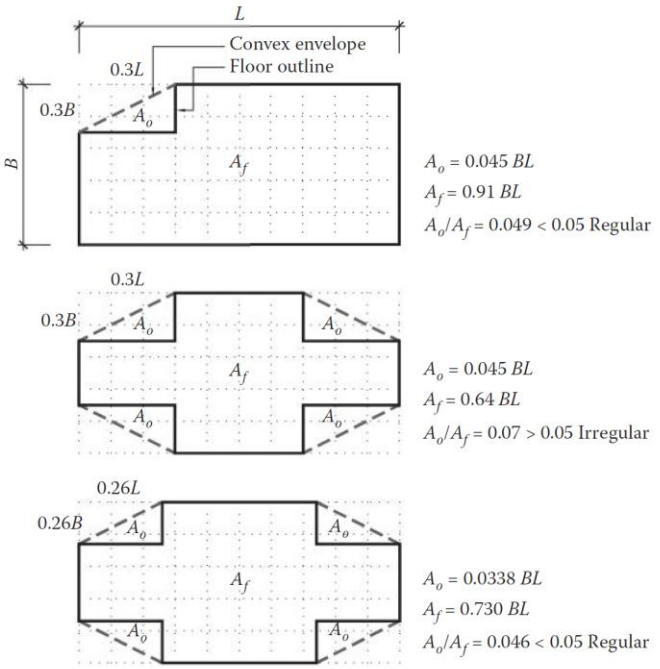
- EN 1998-1 ne zabranjuje projektovanje i izgradnju neregularnih konstrukcija ali podstiče izbor regularnih konstrukcija čije je projektovanje pouzdanije, jednostvnije i ekonomičnije
- Prema EN 1998-1 analiza regularnosti se vrši odvojeno za osnovu konstrukcije i po visini konstrukcije
- **Kontrola regularnosti u osnovi može biti jedna za oba pravca, a regularnost po visini se razmatra odvojeno za dva ortogonalna pravca, tj. zgrada može biti u jednom pravcu regularna po visini, a u drugom ne**
- **Od svih neregularnosti dve najopasnije situacije su od posebnog značaja da se izbegnu: meki spratovi i torziono veoma fleksibilni sistemi. Oba slučaja su posledica izuzetno neregularne raspodele krutosti, odnosno kod mekog sprata u pogledu raspodele po visini, a u slučaju velike torzione fleksibilnosti u pogledu rasporeda u osnovi**

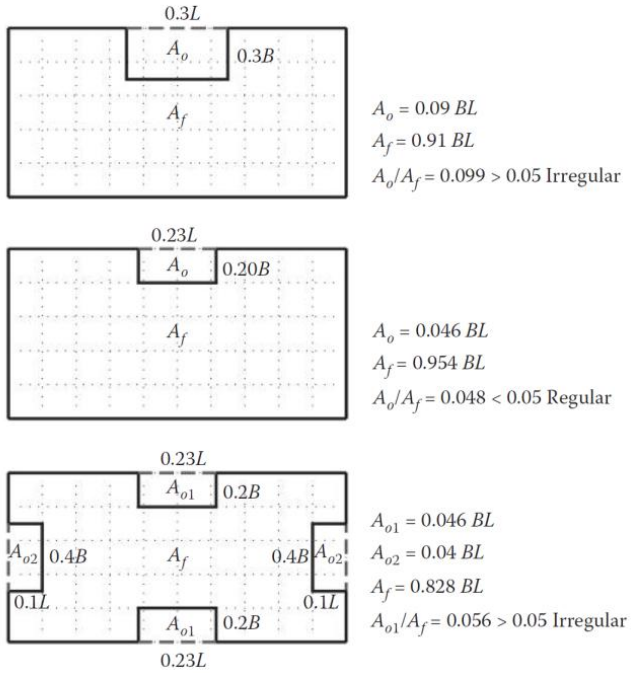
Kriterijumi za konstrukcijsku regularnost ili neregularnost u osnovi – EN 1998-1

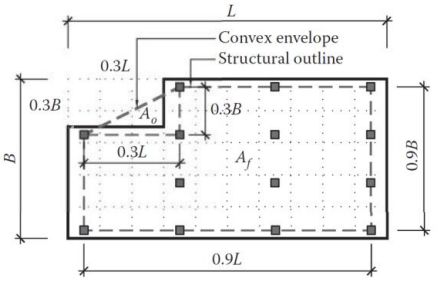
- Ako su zgrade sastavljene od više dinamički nezavisnih celina svaka celina se tretira nezavisno
- **Uslov 1**
  - **Raspored bočne krutosti i raspored mase u osnovi treba da je približno simetričan u odnosu na dve ortogonalne horizontalne ose.** Horizontalne komponente seizmičkog dejstva su duž ove dve ose. S obzirom na to da apsolutna simetrija nije potrebna na projektantu je da proceni da li je ovaj uslov ispunjen ili ne
- **Uslov 2**
  - **Konfiguracija u osnovi mora biti kompaktna, odnosno svaka tavanica mora biti ograničena poligonalnom konveksnom linijom.** Ako postoje sažimanja (uvlačenja) može da se smatra da je regularnost zadovoljena pod uslovom da
    - ne utiču na krutost tavanice u svojoj ravni i
    - za svako uvlačenje površina između konture tavanice i konveksne poligonalne linije koja obuhvata tavanicu ne prelazi 5% od površine tavanice
  - Sažimanja po ivici opasnija su u odnosu na sažimanja u uglovima jer više remete putanje seizmičkih sila

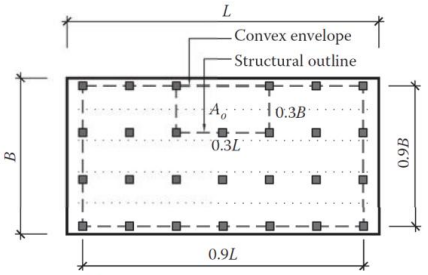
Kriterijumi za konstrukcijsku regularnost ili neregularnost u osnovi – EN 1998-1

- **Uslov 2**









Kriterijumi za konstrukcijsku regularnost ili neregularnost u osnovi – EN 1998-1

- **Uslov 3**
  - **Krutost tavanica u svojoj ravni** mora da bude dovoljno velika u poređenju sa bočnom krutošću vertikalnih konstrukcijskih elemenata tako da deformacija tavanice u svojoj ravni ima mali uticaj na raspodelu seizmičkih sila između vertikalnih konstrukcijskih elemenata. Oblici L, C, H, I i X treba pažljivo da se razmatraju
  - Uobičajeno, kruta dijafragma se definiše kao ona u kojoj, kada se modelira sa stvarnom krutosti u ravni, horizontalna pomeranja usled seizmičkog dejstva nigde ne prelaze više od 10% odgovarajućih horizontalnih pomeranja koja bi se javila uz pretpostavke o potpuno krutoj dijafragmi
  - Projektant procenjuje i odlučuje da li je pretpostavka o krutoj dijafragmi opravdana (npr. puna armiranobetonska ploča može da se smatrati krutom dijafragmom, ako njena debljina i armatura (u oba horizontalna pravca) nije manja od minimalne debljine od 70 mm i minimalne armature ploča propisane u EN 1992-1-1, kako je zahtevano u EN 1998-1 za betonske dijafragme
  - Takođe da bi se dijafragma smatrala krutom, ne sme da ima velikih otvora, posebno u blizini glavnih vertikalnih elemenata konstrukcije

Kriterijumi za konstrukcijsku regularnost ili neregularnost u osnovi – EN 1998-1

- **Uslov 4**
  - **Vitkost zgrade u osnovi $\lambda = L_{max}/L_{min}$ ne sme da bude veća od 4**, gde su L_{max} i L_{min} veća i manja dimenzija zgrade u osnovi, respektivno
  - Ovo ograničenje je komplementarno sa uslovom 3 koji zahteva krutost dijafragme u ravni, a ima za cilj da to obezbedi nezavisno od uslova 3
- **Uslov 5**
  - U skladu sa uslovom 1 **na svakom spratu i u svakom posmatranom pravcu x i y konstrukcijski ekscentricitet e** (između centra mase i centra krutosti) **i torzioni radijus r moraju da ispune sledeće uslove**

$$e_{ox} \leq 0.3 r_x \qquad e_{oy} \leq 0.3 r_y$$

    - gde je torzioni radijus r kvadratni koren iz odnosa torzione K_θ i bočne (translatorne) krutosti K u x i y pravcu

$$r_x = \sqrt{K_\theta / K_y} \qquad r_y = \sqrt{K_\theta / K_x}$$

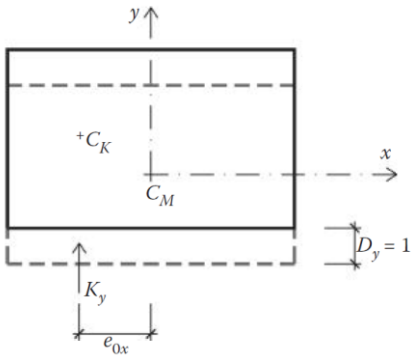
  - Centar mase se određuje kao težište mase u nivou tavanice (x_i i y_i se mere u odnosu na proizvoljni koordinatni početak)

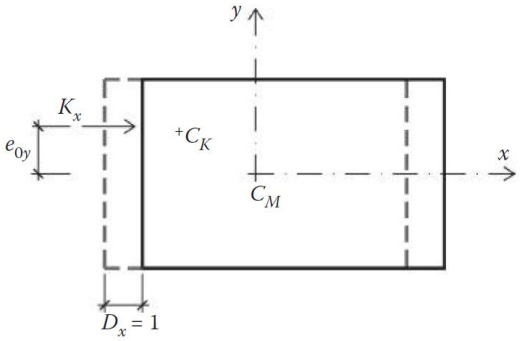
$$x_{CM} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \qquad y_{CM} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$$

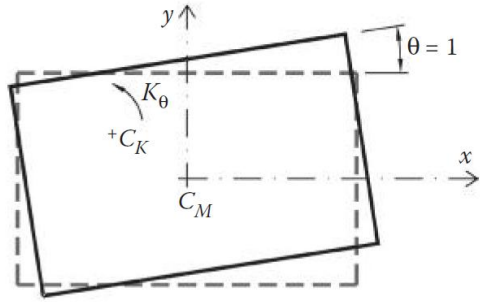
Kriterijumi za konstrukcijsku regularnost ili neregularnost u osnovi – EN 1998-1

- **Uslov 5**
  - Jednospratne zgrade – statički ekscentricitet (centar krutosti; koordinate težišta poprečnog preseka stuba ili zida x_i i y_i se mere u odnosu na centar mase)

$$e_{0x} = \frac{\sum k_{yi} x_i}{\sum k_{yi}} \qquad k_{yi} = \frac{3EI_{x,i}}{L^3} \qquad e_{0y} = \frac{\sum k_{xi} y_i}{\sum k_{xi}} \qquad k_{xi} = \frac{3EI_{y,i}}{L^3}$$





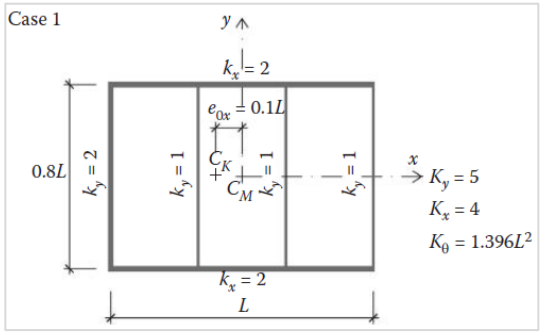


  - Jednospratna zgrada – torzioni radijus (koordinate težišta poprečnog preseka stuba ili zida x_i i y_i se mere u odnosu na centar krutosti)

$$r_x = \sqrt{\frac{\sum k_{yi} x_i^2 + \sum k_{xi} y_i^2}{\sum k_{yi}}} \qquad r_y = \sqrt{\frac{\sum k_{yi} x_i^2 + \sum k_{xi} y_i^2}{\sum k_{xi}}}$$

Kriterijumi za konstrukcijsku regularnost ili neregularnost u osnovi – EN 1998-1

- **Uslov 5**
  - Jednospratne zgrade – primer

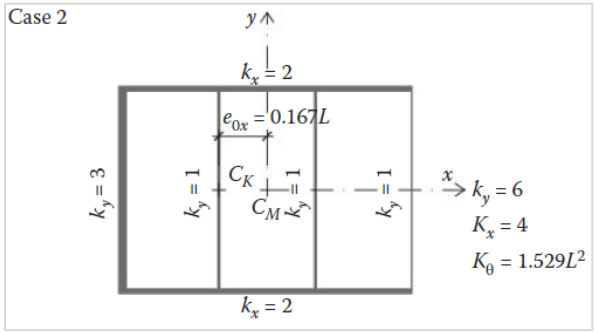


$e_{0x} = 0.1L$

$r_x = 0.528L$

$e_{0x}/r_x = 0.189 < 0.3$

building is regular

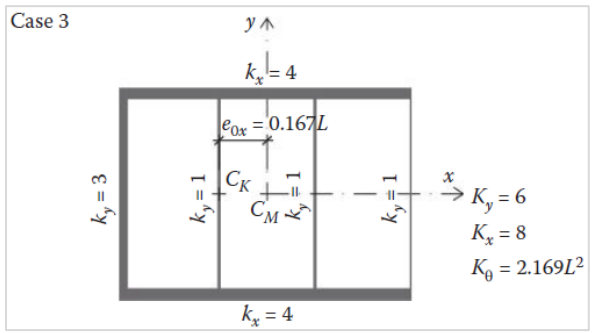


$e_{0x} = 0.167L$

$r_x = 0.505L$

$e_{0x}/r_x = 0.33 > 0.3$

building is *irregular*



$e_{0x} = 0.167L$

$r_x = 0.601L$

$e_{0x}/r_x = 0.277 < 0.3$

building is regular

Kriterijumi za konstrukcijsku regularnost ili neregularnost u osnovi – EN 1998-1

- **Uslov 5**
  - Višespratne zgrade – statički ekscentricitet – aproksimativno rešenje
    - Proračun je na prostornom modelu
    - Pretpostavka o tavanici kao krutoj dijafragmi u svojoj ravni mora biti ispunjena
    - Postupak se sprovodi za svaku tavanicu pojedinačno dok su ostale slobodne

$$e_{0x,i} = \frac{\theta_{z,i}(F_{CM,y,i} = 1)}{\theta_{z,i}(M_{CM,i} = 1)} \qquad e_{0y,i} = \frac{\theta_{z,i}(F_{CM,x,i} = 1)}{\theta_{z,i}(M_{CM,i} = 1)}$$

$$x_{CK,i} = x_{CM,i} + e_{0x,i} \qquad y_{CK,i} = y_{CM,i} + e_{0y,i}$$

Napomene:
- x i y se mere u odnosu na proizvoljan koordinatni početak
- Generalno, $e_{0x,i}$ i $e_{0y,i}$ mogu imati pozitivan ili negativan predznak, ali se za kontrolu regularnosti u osnovi koriste apsolutne vrednosti

$\theta_{z,i}(F_{CM,x,i} = 1)$ – rotacija *i*-te tavanice usled jedinične sile $F_{CM,x,i} = 1$ koja deluje u centru mase *i*-te tavanice u pravcu x

$\theta_{z,i}(F_{CM,y,i} = 1)$ – rotacija *i*-te tavanice usled jedinične sile $F_{CM,y,i} = 1$ koja deluje u centru mase *i*-te tavanice u pravcu y

$\theta_{z,i}(M_{CM,i} = 1)$ – rotacija *i*-te tavanice oko vertikalne ose usled jediničnog momenta $M_{CM,i} = 1$ koji deluje u centru mase *i*-te tavanice

Kriterijumi za konstrukcijsku regularnost ili neregularnost u osnovi – EN 1998-1

- **Uslov 5**
  - Višespratne zgrade – torzioni radijus – aproksimativno rešenje
    - Proračun je na prostornom modelu
    - Pretpostavka o tavanici kao krutoj dijafragmi u svojoj ravni mora biti ispunjena
    - Postupak se sprovodi za svaku tavanicu pojedinačno dok su ostale slobodne

$$r_{x,i} = \sqrt{\frac{K_{\theta,i}}{K_{Fy,i}}} \qquad r_{y,i} = \sqrt{\frac{K_{\theta,i}}{K_{Fx,i}}}$$

$$K_{\theta,i} = \frac{1}{\theta_z(M_{CK,i} = 1)}$$

$$K_{Fx,i} = \frac{1}{U_x(F_{CK,x,i} = 1)}$$

$$K_{Fy,i} = \frac{1}{U_y(F_{CK,y,i} = 1)}$$

$\theta_z(M_{CK,i} = 1)$ – rotacija *i*-te tavanice oko vertikalne ose usled jediničnog momenta $M_{CK,i} = 1$ koji deluje u centru krutosti *i*-te tavanice

$U_x(F_{CK,x,i} = 1)$ – translacija *i*-te tavanice usled jedinične sile $F_{CK,x,i} = 1$ koji deluje u centru krutosti i-te tavanice u pravcu x

$U_y(F_{CK,y,i} = 1)$ – translacija *i*-te tavanice usled jedinične sile $F_{CK,y,i} = 1$ koji deluje u centru krutosti i-te tavanice u pravcu y

Kriterijumi za konstrukcijsku regularnost ili neregularnost u osnovi – EN 1998-1

- **Uslov 6**
  - **Torzioni radijus za svaki pravac je veći ili jednak od radijusa inercije mase tavanice l_s** (kvadratni koren iz odnosa masenog momenta tavanice oko vertikalne ose u centru mase i mase tavanice)

$$r_x \geq l_s;\ r_y \geq l_s$$

  - Za ravnomerno raspoređenu masu na pravougaonoj tavanici *L*/*B*

$$l_s = \sqrt{(L^2 + B^2)/12}$$

- $l_s = 0.408\ L$ for $B/L = 1$ (square plan)
- $l_s = 0.370\ L$ for $B/L = 0.8$
- $l_s = 0.323\ L$ for $B/L = 0.5$
- $l_s = 0.298\ L$ for $B/L = 0.25$ (slenderness limit in Condition 4)

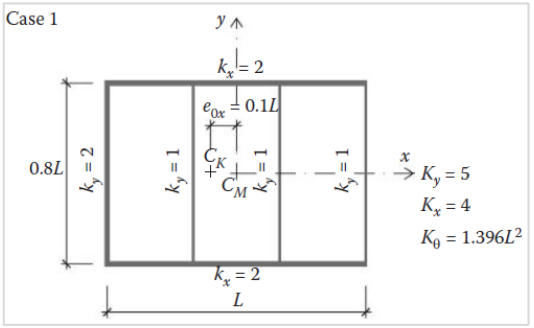
  - Uslov obezbeđuje da osnovna frekvencija primarno torzionog oblika vibracija oko vertikalne ose z bude veća od osnovne frekvencije primarno translatornog oblika vibracija u oba horizontalna pravca. Na ovaj način se sprečava opasno sprezanje torzionih i translatornih vibracija

Kriterijumi za konstrukcijsku regularnost ili neregularnost u osnovi – EN 1998-1

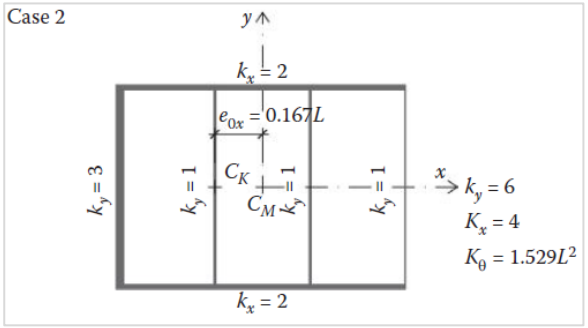
- **Uslov 6**
  - S obzirom na to da je radijus inercije mase tavanice l_s definisan u odnosu na centar mase u ravni tavanice torzioni radijus u izrazima $r_x \geq l_s$ i $r_y \geq l_s$ bi trebalo određivati na sledeći način

$$r_{mx} = \sqrt{r_x^2 + e_{0x}^2}, \quad r_{my} = \sqrt{r_y^2 + e_{0y}^2}$$

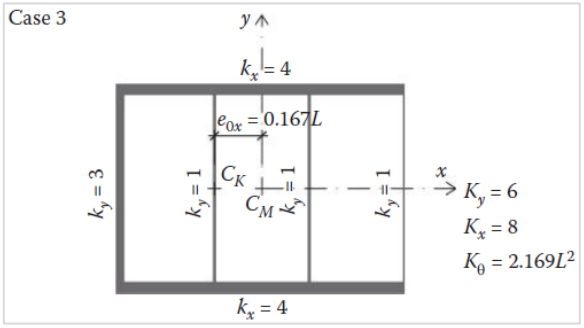
  - Primer



$r_x = 0.528L$



$r_x = 0.505L$



$r_x = 0.601L$

Uslov

$$r_x \geq l_s; r_y \geq l_s$$

$B/L = 0.8 \quad l_s = 0.37L$

1. First case: $r_{mx} = 0.538L$ leading to $r_{mx}/l_s = 1.45$
2. Second case: $r_{mx} = 0.532L$ leading to $r_{mx}/l_s = 1.44$
3. Third case: $r_{mx} = 0.624L$ leading to $r_{mx}/l_s = 1.69$

Uslov ispunjen za sva tri slučaja

Kriterijumi za konstrukcijsku regularnost ili neregularnost u osnovi – EN 1998-1

- **Uslov 6**
  - Ako su vertikalni konstrukcijski elementi koji prenose seizmičke sile raspoređeni ravnomerno po osnovi uslovi $r_x \geq l_s$ i $r_y \geq l_s$ su verovatno zadovoljeni, a ako su koncentrisani oko sredine osnove tada uslovi verovatno neće biti ispunjeni
  - Ako uslovi nisu ispunjeni konstrukcijski sistem se klasifikuje kao torziono fleksibilan
  - **Svojstvene frekvencije konstrukcije, određene modalnom analizom, mogu direktno da se koriste za utvrđivanje da li je ovaj uslov ispunjen za zgradu u celini. U stvari, ako je frekvencija prvog (prvenstveno) torzionog oblika vibracije veća od frekvencija (prvenstveno) translatornih oblika vibracija u dva horizontalna pravca, tj. ako svojstveni periodi (translacija) u dva ortogonalna pravca nisu manji, tj. vremenski kraći, od svojstvenog perioda torzionog tona oko vertikalne ose, onda se ovaj uslov za pravilnost u osnovi može smatrati ispunjenim**

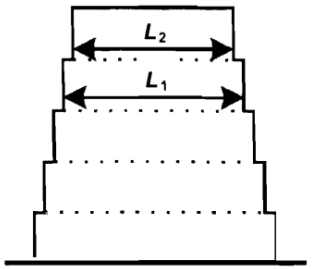
Kriterijumi za konstrukcijsku regularnost ili neregularnost po visini – EN 1998-1

- **Uslov 1**
  - Svi vertikalni konstrukcijski elementi koji obezbeđuju bočnu otpornost konstrukcije (npr. jezgra, okviri i zidovi) moraju da se prostiru bez prekida od temelja do vrha zgrade poštujući postojanje eventualnih uvlačenja na pojedinim visinama. Nagli prekidi nepoljno deluju na seizmički odgovor
- **Uslov 2**
  - Horizntalna krutost i masa pojedinih spratova moraju da ostanu konstantni po visini objekta ili da se postepeno smanjuju bez naglih promena od osnove prema vrhu zgrade
- **Uslov 3**
  - Kod okvirnih zgrada ne sme da dođe do naglih promena spratne smičuće krutosti u susednim spratovima
  - Potrebno je voditi računa o efektima zidova ispune na smičuću otpornost sprata kod okvirnih sistema

Kriterijumi za konstrukcijsku regularnost ili neregularnost po visini – EN 1998-1

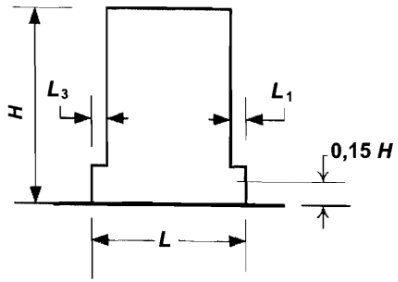
- **Uslov 4**
  - Da bi zgrada bila klasifikovana kao regularna po visini moraju biti ispunjeni sledeći uslovi
    - Konstrukcijski elementi koji obezbeđuju otpornost na horizontalna seizmička dejstva moraju da se prostiru bez prekida od temelja do vrha zgrade
    - Krutost na dejstvo horizontalnih sila, kao i masa pojedinačnih spratova moraju da ostanu konstantni ili da se postepeno smanjuju od osnove pa do vrha zgrade
    - Kod ramovskih sistema spratna nosivost ne sme značajno da se razlikuje između susednih spratova
    - Ako postoje sažimanja zgrade po visini primenjuju se sledeći uslovi

(a)



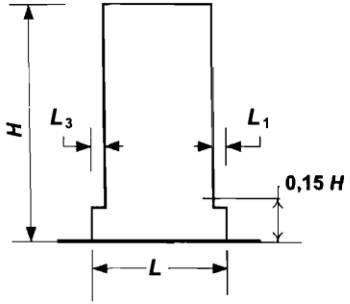
Kriterijum za (a): $\frac{L_1 - L_2}{L_1} \le 0,20$

(b) (sažimanje je iznad 0.15H)



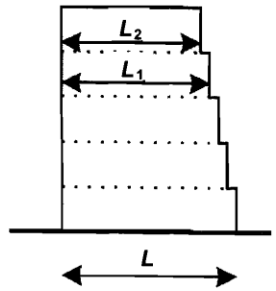
Kriterijum za (b): $\frac{L_3 + L_1}{L} \le 0,20$

(c) (sažimanje je ispod **0,15H**)



Kriterijum za (c): $\frac{L_3 + L_1}{L} \le 0,50$

(d)



Kriterijum za (d): $\frac{L - L_2}{L} \le 0,30$

$\frac{L_1 - L_2}{L_1} \le 0,10$

Konstrukcijski sistemi – EN 1998-1

- U zavisnosti od ponašanja na dejstvo horizontalnih seizmičkih sila AB konstrukcije zgrada se dele na sledeće vrste
- **Okvirni (ramovski) sistemi**
  - Prostorni okviri koji poseduju nosivost na smicanje u osnovi veću od 65% ukupne nosivosti na smicanje celog konstrukcijskog sistema. Deformacija elemenata okvira je određena savijanjem i zbog toga se karakterišu vrlo duktilnim ponašanjem
- **Sistem zidova**
  - Vertikalni konstrukcijski zidovi čija je nosivost na smicanje u osnovi veća od 65% ukupne nosivosti na smicanje celog konstrukcijskog sistema. Deformacija elemenata okvira je određena savijanjem i zbog toga se karakterišu vrlo duktilnim ponašanjem
- **Dvojni (kombinovani) sistem**
  - Prijem vertikalnih opterećenja obezbeđen je pretežno prostornim okvirima, a u prijemu horizontalnih opterećenja učestvuju delom okvirni sistem, a delom konstrukcijski zidovi, pojedinačni ili povezani

Konstrukcijski sistemi – EN 1998-1

- **Dvojni sistem sa dominantnim okvirima**
  - Kombinovani sistem kod koga je nosivost na smicanje okvirnog dela sistema u nivou temelja veća od 50% od ukupne nosivosti na smicanje celog konstrukcijskog sistema
- **Dvojni sistem sa dominantnim zidovima**
  - Kombinovani sistem kod koga je nosivost na smicanje zidova u nivou temelja veća od 50% od ukupne nosivosti na smicanje celog konstrukcijskog sistema
- **Torziono-fleksibilni sistemi**
  - Dvojni sistem ili sistem zidova koji nemaju dovoljnu torzinu krutost. Torzioni radijus je manji od radijusa inercije mase tavanice. Karakterističan primer je dvojni sistem kod kojeg su svi zidovi koncentrisani u blizini težišta osnove konstrukcije

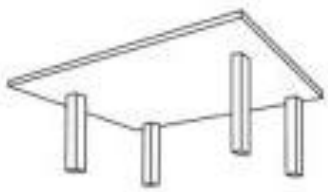
Konstrukcijski sistemi – EN 1998-1

- **Sistemi obrnutog klatna**
  - Minimalno 50% od ukupne mase se nalazi u gornjoj trećini visine ili se disipacija energije obavlja primarno u osnovi jednog nosećeg elementa. Jednospratni okviri kod kojih su vrhovi stubova povezani u oba glavna pravca zgrade i sa vrednošću normalizovane aksijalne sile ν_d koja nije veća od 0,3 ne pripadaju ovoj kategoriji
- **Napomene**
  - **Torziono fleksibilni sistemi i sistemi obrnutog klatna posebno su nepovoljni sa aspekta seizmičke sigurnosti i zato se projektuju sa većom nosivošću, tj. manjim faktorom ponašanja *q***
  - **Uobičajeno je u praksi, a i prihvatljivo, da se pri klasifikaciji konstrukcijskog sistema umesto smičuće nosivosti koriste smičući seizmički uticaji**

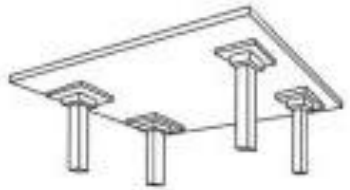
Konstrukcijski sistemi

- **Sistem stubova sa ravnim pločama**

- The two-way slab directly supported on columns is called **flat plates.**
- The main limitation of flat plat is the problem posed by punching shear.
- Hence for heavy loads or long spans, **flat slabs** which have drop panel around the columns are used.

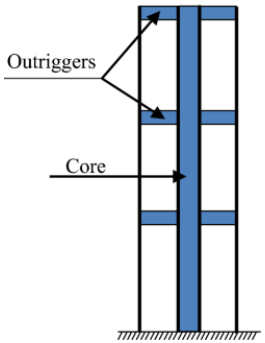


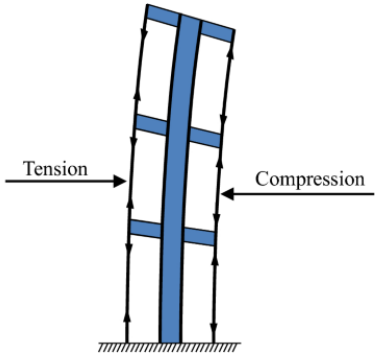
Flat Plate

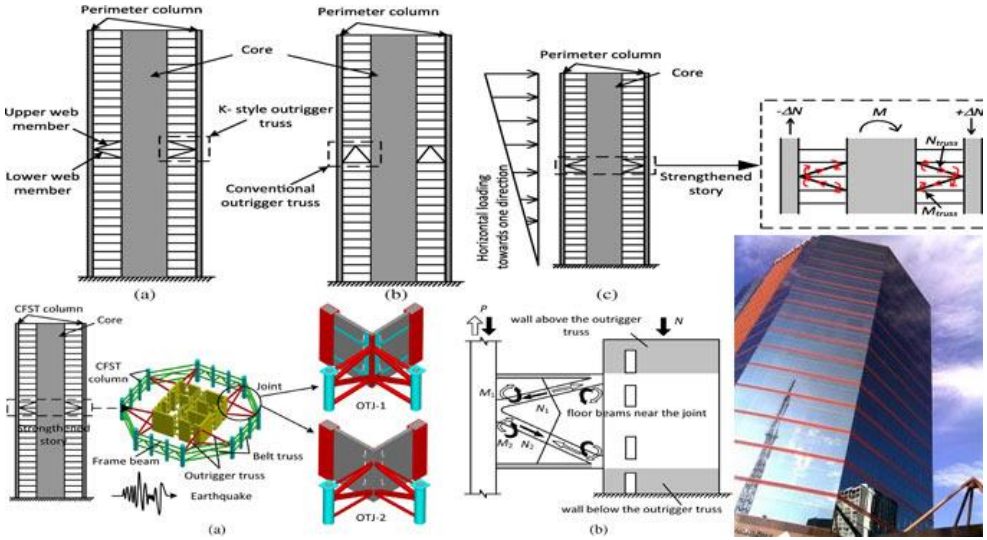


Flat Slab

- **Outtrigger system**

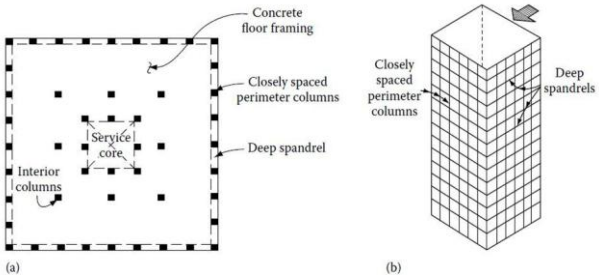




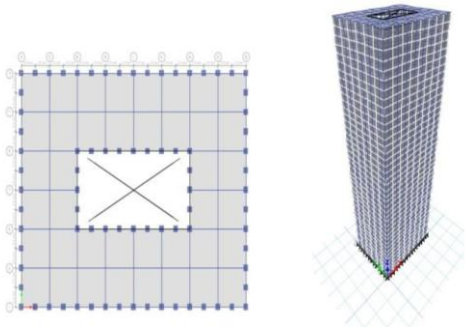


Konstrukcijski sistemi

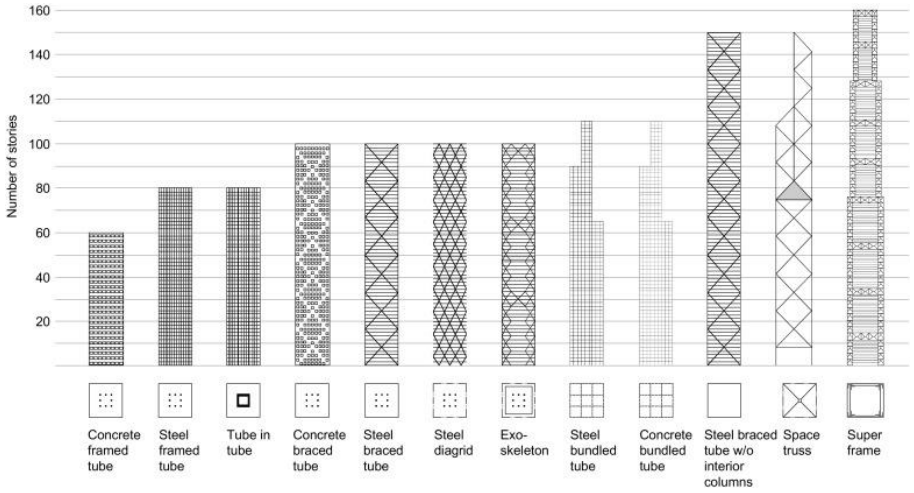
- **Ramovski cevasti sistemi (frame-tube system)**



- **Cev u cevi sistem (tube-in-tube system)**



- **Visoke zgrade**



Osnovni zahtevi ponašanja – EN 1998-1

- Projektovanje konstrukcija na uobičajena dejstava i projektovanje seizmički otpornih konstrukcija imaju u osnovi različit koncept. Za uobičajena dejstva neophodno je obezbediti konstrukciju da se ne dostigne kapacitet nosivosti dok se u slučaju projektovanja seizmički otpornih konstrukcija kontrolisano dopušta dostizanje kapaciteta nosivosti uz obezbeđivanje odgovarajuće duktilnosti
- Verovatnoća da će se u toku eksploatacionog veka objekta desiti jak (projektni) zemljotres je mala, pa s obzirom na to iz ekonomskih razloga nije racionalno graditi konstrukcije koje će u slučaju jakog zemljotresa ostati u elastičnoj oblasti odgovora, tj. bez pojave oštećenja
  - **PRVI OSNOVNI ZAHTEV JE DA SE OBJEKAT NE SRUŠI**
    - Konstrukcija mora biti projektovana da izdrži projektno seizmičko dejstvo, koje je propisano, bez lokalnog ili globalnog rušenja, odnosno da zadrži svoj konstrukcijski integritet i preostali kapacitet nosivosti i posle seizmičkog događaja, ali uz **kontrolisano dupuštanje pojave oštećenja**
    - **Manja verovatnoća** ... Projektno seizmičko dejstvo je izraženo u smislu referentnog seizmičkog dejstva povezanog sa referentnom verovatnoćom prekoračenja od 10% u 50 godina (eksploatacioni vek zgrade) što odgovara referentnom povratnom periodu od 475 godina (videti dopunski materijal *Seizmički hazard*)

Osnovni zahtevi ponašanja – EN 1998-1

- Za uobičajene objekte ne bi trebalo dozvoliti pojavu oštećenja kod slabijih zemljotresa, za koje postoji veća verovatnoća pojave tokom eksploatacionog veka, dok se u slučaju jakog zemljotresa, sa malom verovatnoćom pojave u eksploatacionom veku objekta, kontrolisano dopušta pojava oštećenja
  - **DRUGI OSNOVNI ZAHTEV JE VEZAN ZA OGRANIČENJE OŠTEĆENJA**
    - Konstrukcija mora biti projektovana i izvedena da izdrži seizmičko dejstvo koje ima veću verovatnoću pojave nego što je projektno seizmičko dejstvo **uglavnom bez pojave oštećenja i odgovarajućih ograničenja u korišćenju**
    - **Veća verovatnoća** ... Seizmičko dejstvo koje se uzima u analizi u vezi sa „zahtevom ograničenja oštećenja“ ima verovatnoću prekoračenja od 10% u 10 godina što odgovara povratnom periodu od 95 godina (videti dopunski materijal *Seizmički hazard*)
- Mogućnost pojave oštećenja usled jakog zemljotresa svakako treba isključiti kod specijalnih objekata kao štu su nuklearne elektrane, skladišta otrovnih materija, brane, konstrukcije za zaštitu stanovništva i sl., gde bi njihova pojava mogla da prouzrokuje katastrofalne posledice

Metoda programiranog ponašanja (Capacity Design)

- **Iskustvo je pokazalo** da velika većina dobro projektovanih i izgrađenih zgrada i mostova neće doživeti kolaps pri jakom zemljotresu, čak i ako su projektovani na samo manji deo od maksimalnih seizmičkih sila koje bi se indukovale pri potpuno linearno-elastičnom odgovoru konstrukcije
- S obzirom na prethodnu činjenicu **redukcija seizmičkih sila** pri projektovanju seizmički otpornih konstrukcija moguća je zbog veoma povoljnih efekata disipacije seizmičke energije u sistemima koji imaju odgovarajuću **duktilnost**
- **Prethodne činjenice se uzimaju u obzir u propisima za projektovanje konstrukcija u seizmički aktivnim oblastima preko odgovarajućih faktora ponašanja (ili smanjenja ili redukcije) seizmičkih sila (seizmičkog dejstva) koje bi se indukovale pri potpuno linearno-elastičnom odgovoru konstrukcije (u EN 1998 to je faktor ponašanja *q* ili u USA standardima faktor modifikacije (redukcije) odgovora *R*)**

Metoda programiranog ponašanja

- **Dopušteni nivo i raspored oštećenja**
  - **Kod zgrada** koje moraju očuvati osnovnu (delimičnu) funkciju nakon zemljotresa (npr. bolnice, vatrogasne stanice i sl.) kontrolisano se dopuštaju manja oštećenja koja neće ugroziti osnovnu funkcionalnost objekta nakon jakog zemljotresa. U ostalim slučajevima osnovni zahtev je da se objekat nakon jakog zemljotresa ne sruši. Npr. kod AB konstrukcija zgrada krajevi greda, vezne grede u zidovima, zidovi u zoni temeljne konstrukcije i stubovi samo na mestima veze sa temeljnom konstrukcijom su osnovna mesta na kojima se kontrolisano dopušta pojava oštećenja sa ciljem očuvanja vertikalne nosivosti
  - **Kod grednih mostova** kontrolisano se dopušta pojava oštećenja nakon jakog zemljotresa uz uslov da se očuva osnovna (delimična) funkcionalnost mosta, tj. da se očuva mogućnost za pešački saobraćaj i eventualno prelaz vozila specijalnih službi. Stubovi su osnovna mesta u kojima se kontrolisano dopušta pojava oštećenja (teži se da greda ostane u linearno-elastičnom odgovoru zbog očuvanja osnovne funkcionalnosti nakon jakog zemljotresa)
- Urađene su mnoge studije sa ciljem utvrđivanja odgovarajućih **vrednosti faktora redukcije seizmičkih sila** za projektovanje seizmički otpornih konstrukcija (npr. FEMA 2009.). Vrednosti su definisane u propisima

Metoda programiranog ponašanja

- **Redukcija seizmičkog dejstva pri projektovanju ima za posledicu pojavu oštećenja u konstrukciji tokom jakog (projektnog) zemljotresa**
- **Neophodno je obezbediti kontrolisanu pojavu oštećenja** u smislu nivoa dostignutih neelastičnih deformacija, načinu neelastičnog deformisanja i rasporeda, tj. položaja zona u kojima se javljaju oštećenja, tj. neelastične deformacije
- Zone u kojima se kontrolisano dopušta pojava oštećenja nazivaju se **kritične zone** (kritične oblasti ili disipativne zone), tj. plastični zglobovi, a njihov raspored naziva se plastični mehanizam
- **Koncept metode programiranog ponašanja je da se unapred izaberu konstrukcijski elementi (zone u konstrukcijskim elementima) i načini neelastičnog deformisanja sa ciljem formiranja pouzdanih plastičnih mehanizama sa odgovarajućom sposobnošću disipacije energije unete tokom jakog zemljotresa, a da ne dođe do rušenja i da se obezbedi zahtevano ograničenje stepena oštećenja...**

Metoda programiranog ponašanja

- ..... **Pouzdan plastični mehanizam** se postiže obezbeđivanjem zahtevane duktilnosti plastičnih zglobova i rasporedom plastičnih zglobova na unapred predviđenim mestima pri čemu ostali delovi konstrukcije moraju da ostanu u elastičnoj oblasti ponašanja, tj. ostalim elementima obezbeđuje se dovoljno velika nosivost tako da se mogu razviti programirani pouzdani plastični mehanizmi
- ..... **Pouzdan plastični mehanizam** formira se rotacijama plastičnih zglobova (dostignuta nosivost samo po momentima savijanja), tzv. momentni plastični zglob, a ne drugim, nepoželjnim formama mehanizma, kao što je gubitak stabilnosti u čeličnim konstrukcijama ili krti lomovi usled transverzalnih sila ili krti lomovi po pritisnutom betonu
- Pravila i smernice za programirano formiranje pouzdanih plastičnih mehanizama, u cilju projektovanja seizmički otpornih konstrukcija, date su propisima i prvenstveno zavise od vrste konstrukcije (AB konstrukcije zgrada, čelične konstrukcije zgrada, spregnute konstrukcije zgrada od čelika i betona, drvene zgrade, zidane zgrade, mostovi, bazno (seizmički) izolovani sistemi)

Metoda programiranog ponašanja

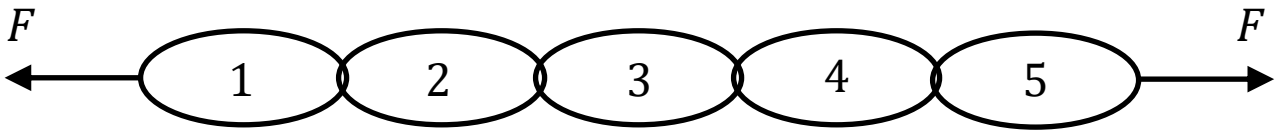
- Pri definisanju zona u kojima se kontrolisano dopušta pojava oštećenja treba voditi računa o sledećem
  - o tome da se može obezbediti zahtevana duktilnost,
  - o značaju za sigurnost drugih elemenata kao i konstrukcije u celini (generalno vertikalni elementi su važniji od horizontalnih; temelj je najvažniji deo sistema pa *moraju* biti zaštićeni od neelastičnih deformacija koje mogu ugroziti njihov integritet i sl.) i
  - o pristupačnosti sa aspekta pregleda i sanacije oštećenja
- Na osnovu prethodnih zahteva uspostavlja se hijerarhija između elemenata koja određuje da li se u njima i kojim redosledom mogu pojaviti neelastične deformacije tokom jakog zemljotresa. Metoda programiranog ponašanja predstavlja alat za uspostavljanje ove hijerarhije
- **Pouzdano ponašanje je ono kojim se obezbeđuje da se, putem duktilnog deformisanja konstrukcije, što veći deo unete seizmičke energije tokom jakog (projektnog) zemljotresa disipira („raspe“), a da ne dođe do rušenja konstrukcije**

Metoda programiranog ponašanja

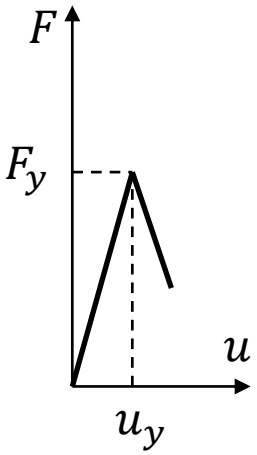
- **Usvajanje kinematički pouzdanog plastičnog mehanizma postiže se na takav način da se potrebna globalna duktilnost ostvari uz najmanje zahteve za duktilnost na lokalnom nivou, tj. u zonama plastičnih zglobova**
- Potrebno je obezbediti da se od svih plastičnih mehanizama koji se potencijalno mogu razviti realizuje onaj kome odgovara maksimalna disipacija unete seizmičke energije tokom jakog zemljotresa uz najmanje zahteve lokalne duktilnosti. Ovo se postiže izborom zona čijim iscrpljenjem nosivosti integritet i stabilnost konstrukcije ostaje nenarušen, a u kojima se može obezbediti zahtevana duktilnost

Metoda programiranog ponašanja

- **Analogija sa zategnutim lancem**
  - Sve karike su krte
  - Nakon dostizanja nivoa sile F_y dolazi do loma pri izduženju $5u_y$



„Standardni“ način projektovanja

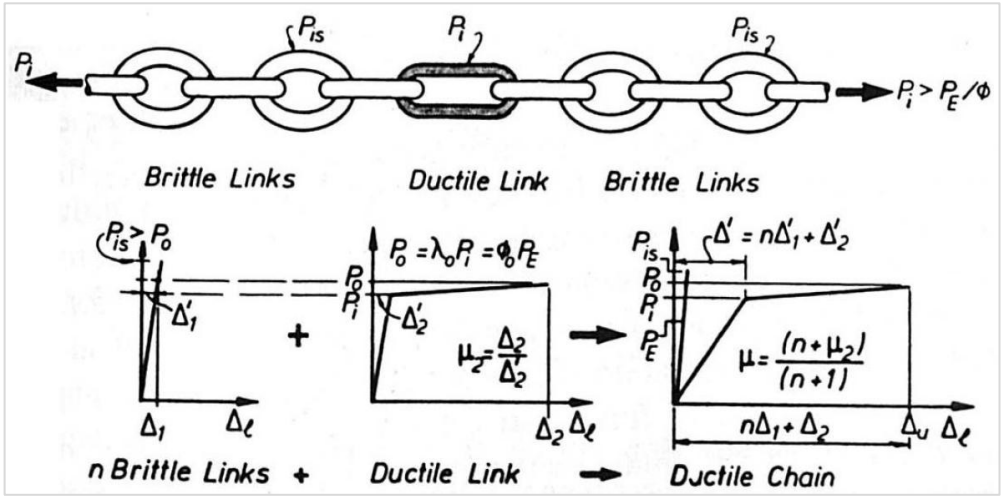


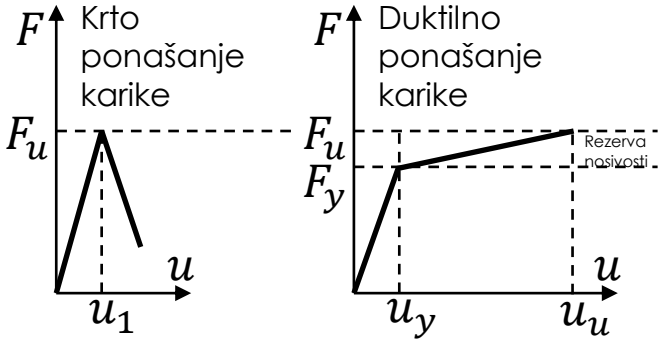
Krto ponašanje karike



Metoda programiranog ponašanja

- **Analogija sa zategnutim lancem**
  - Doda se jedna duktilna karika





$$\mu = \Delta_u/\Delta' = (n\Delta_1 + \Delta_2)/(n\Delta'_1 + \Delta'_2)$$

$$\Delta_1 \simeq \Delta'_1 \simeq \Delta'_2 = \Delta_y$$

$$\mu = (n + \mu_2)/(n + 1)$$

Komentari:

- 8 krtih karika i 1 duktilna ($\mu_2 = 10$; lokalna duktilnost) sledi za lanac $\mu = 2$ (globalna duktilnost)
- Željena duktilnost lanca (globalna duktilnost) $\mu = 3$ sa 8 krtih i 1 duktilnom karikom ima za posledicu da duktilnost karike (lokalna duktilnost) mora biti $\mu_2 = 19$
- Željena duktilnost lanca (globalna duktilnost) $\mu = 3$ sa 7 krtih karika i 2 duktilne ima za posledicu da duktilnost karika (lokalna duktilnost) mora biti $\mu_2 = 10$

Komentar:
Povećanjem broja duktilnih mesta zahtevana globalna duktilnost se otvaruje sa manjim zahtevima za lokalnu duktilnost što se smatra povoljnijim ponašanjem

Metoda programiranog ponašanja

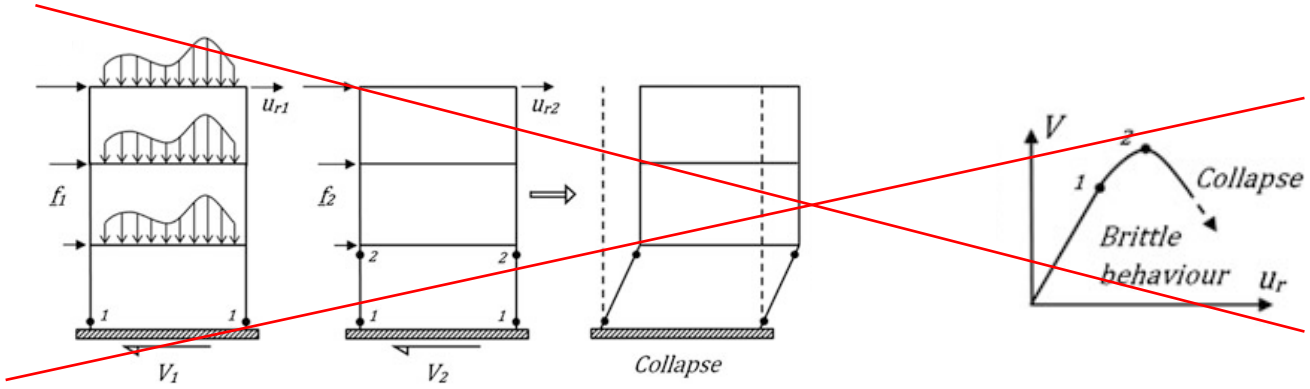
- Principi opisani kod lanca mogu se primeniti i na kompleksnije sisteme
- AB zgrade su statički neodređeni sistemi pa je na naraspolaganju znatan broj mesta u kojima se mogu dopustiti duktilni lomovi za razvoj „punog“ plastičnog mehanizma. **Pouzdan način disipacije energije je preko plastifikacije koja se postiže dostizanjem nosivosti na savijanje u zonama plastičnih zglobova, tj. kroz rotacije plastičnih zglobova (tzv. momentni plastični zglobovi)**
- **Moraju se izbeći krti lom i drugi nepoželjni mehanizmi loma kao što su koncentracija plastičnih zglobova u stubovima jednog sprata, smičući lom u elementima, izvijanje podužne armature, lom čvora greda-stub, tečenje temelja ili bilo kog drugog elementa predviđenog da ostane u elastičnom području odgovora**
- Da bi se delovi konstrukcije van zona plastičnih zglobova ponašali elastično moraju da budu dimenzionisani na realni kapacitet nosivosti plastičnih zglobova, pri čemu za te elemente praktično nije bitno da li će lom biti krt ili duktilan jer u njima neće biti dostignuta nosivost

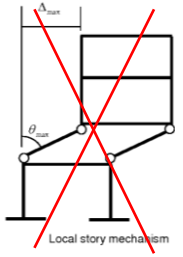
Metoda programiranog ponašanja

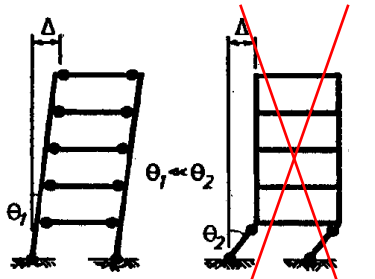
- **Uobičajeno razmišljanje** da je obezbeđenje rezerve nosivosti uvek na strani sigurnosti ako se primenjeni na duktilnu kariku poništilo bi opisano nelinearno ponašanje lanca (konstrukcije) i **dovelo bi do krtog loma** krte karike pre iscrpljenja kapaciteta neelastičnog deformisanja duktilne karike. Značajnije predimenzionisanje duktilne karike bi rezultiralo elastičnim ponašanjem lanca sve do krtog loma. Ovaj zaključak upućuje na štetne posledice odgovarajućeg predimenzionisanja kritičnih zona, npr. predimenzonisanje podužne armature greda za prihvatanje momenata savijanja. U ostatku konstrukcije koji ostaje u elastičnoj oblasti ponašanja predimenzionisanje nema štetnih posledica
- S obzirom na prethodno **neophodno je da se posebno dimenzionišu zone plastičnih zglobova (kritične zone) i zone koje ostaju u elastičnoj oblasti rada**

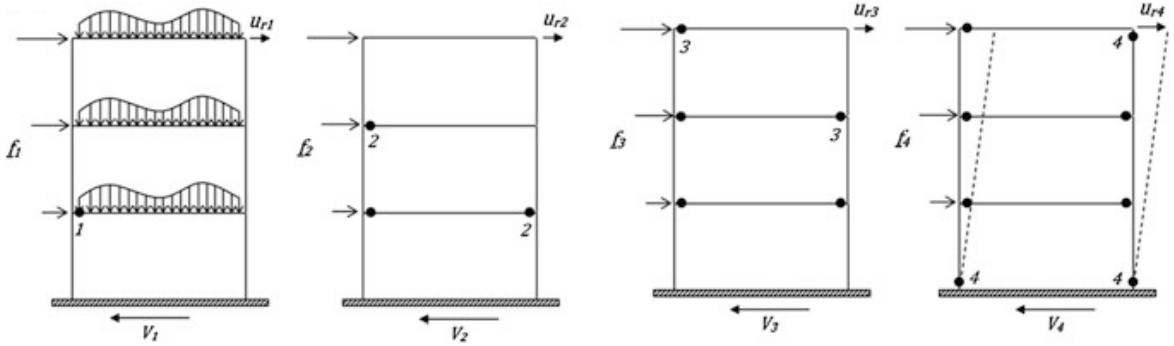
Metoda programiranog ponašanja

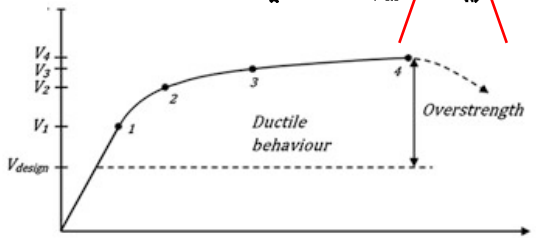
- **Poređenje razvoja dva plastična mehanizma**





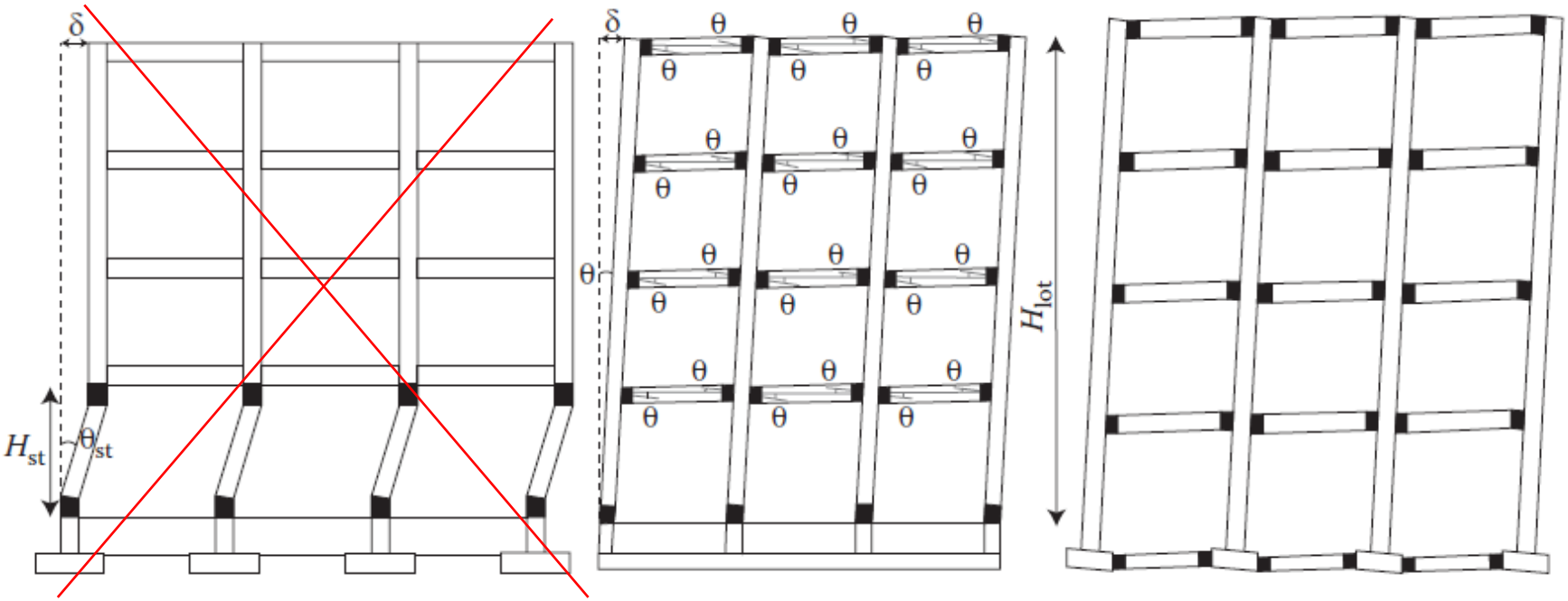






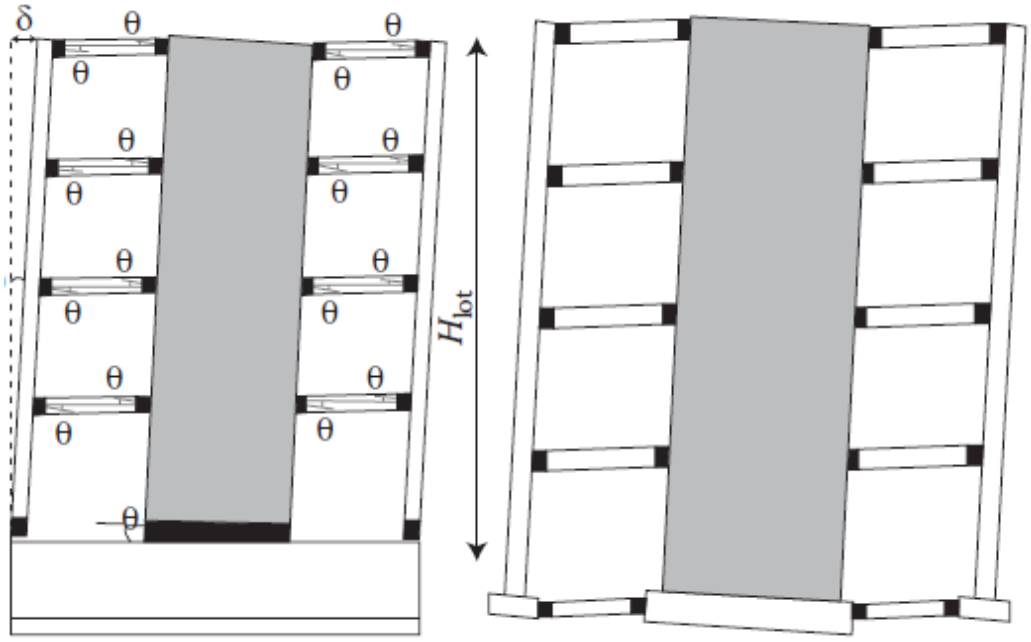
Metoda programiranog ponašanja

- **Plastični mehanizam**
  - Potrebno je ravnomerno po celoj konstrukciji, na unapred određenim mestima, raspoređivanje neelastičnih deformacija, odnosno zahteva za lokalnim duktilnostima



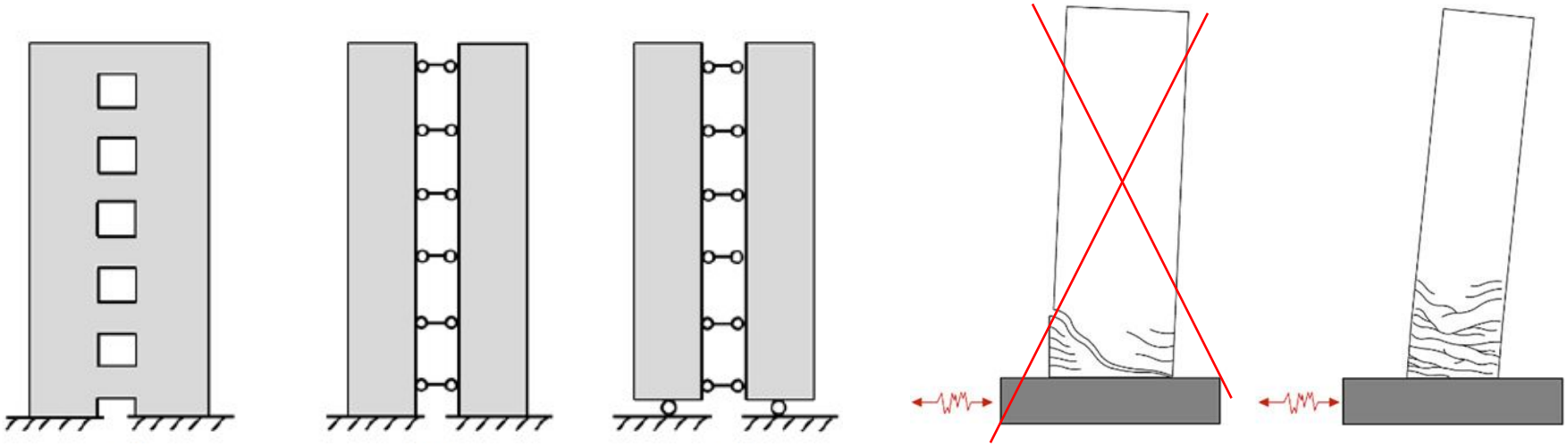
Metoda programiranog ponašanja

- **Plastični mehanizam**
  - Potrebno je ravnomerno po celoj konstrukciji, na unapred određenim mestima, raspoređivanje neelastičnih deformacija, odnosno zahteva za lokalnim duktilnostima



Metoda programiranog ponašanja

- **Plastični mehanizam**
  - Potrebno je ravnomerno po celoj konstrukciji, na unapred određenim mestima, raspoređivanje neelastičnih deformacija, odnosno zahteva za lokalnim duktilnostima



Metoda programiranog ponašanja

- **Koraci primene**
  - **Na osnovu kombinacija dejstva određenih linearnom analizom sa faktorima ponašanja prvo se dimenzionišu kritične zone**, tj. zone u kojima se očekuje plastifikacija (zone u kojima se očekuje pojava plastičnih zglobova)
  - Ostala mesta se projektuju da ostanu u elastičnoj oblasti ponašanja. **Uticaji za dimenzionisanje mesta koja ostaju u elastičnoj oblasti tokom dejstva zemljotresa određuju se vodeći računa da je dostignuta nosivost u plastičnim zglobovima**
  - **Obrada detalja i dimenzionisanje kritičnih zona se vrši vodeći računa o tome da se obezbedi lokalna duktilnost (duktilnost krivine) koja odgovara izabranom faktoru ponašanja**

Osnovni parametri pri seizmičkoj analizi

- Savremeni standardi, u koje spada i EN 1998, za projektovanje seizmički otpornih građevinskih konstrukcija propisuju kontrolisano dopuštanje pojave oštećenja, a ne sprečavanje pojave oštećenja usled jakog zemljotresa
- Očekuje se da će „projektno seizmičko dejstvo“ prouzrokovati nelinearno ponašanje konstrukcije
- Da bi konstrukcije izdržale nekoliko ciklusa neelastičnih deformacija, tokom jakog zemljotresa, moraju da imaju odgovarajući kapacitet deformacije bez značajnijeg smanjenja nosivosti, tj. moraju da poseduju odgovarajuću **duktilnost**
- Unešena seizmička energija u konstrukciju tokom jakog zemljotresa kontrolisanim dopuštanjem pojave oštećenja disipira (rasipa) se prvenstveno histerezisnim ponašanjem koje je izraženo kod duktilnih sistema, a praktično nepostoji kod krtih sistema

Osnovni parametri pri seizmičkoj analizi

- **Duktilnost (duktilitet)**
  - Duktilnost (faktor duktilnosti) μ je mera odnosa nelinearne deformacije Δ i deformacije na granici tečenja (na granici elastičnosti) Δ_y

$$\mu = \frac{\Delta}{\Delta_y}$$

  - Duktilnost predstavlja sposobnost postelastičnog deformisanja konstrukcije (ili njenog elementa ili poprečnog preseka) bez značajnijeg gubitka nosivosti
  - Može da se izražava pomeranjem sprata ili cele konstrukcije, rotacijom tetive elementa, promenom krivine poprečnog preseka i sl.
  - Teže se određuje, u odnosu na nosivost, sa zadovoljavajućom tačnošću u uobičajenim inženjerskim proračunima
    - Problem određivanja granice tečenja (npr. kod stvarnog dijagrama optrećenje-deformacija potrebno je proceniti neku idealizovanu granicu tečenja; npr. pojava prvog plastičnog zgloba i sl.)
    - Problem određivanja deformacije na granici rušenja (da li da to bude deformacija kod koje počinje pad u vezi opterećenje-deformacija ili deformacija pri kojoj je pad u opterećenju definisan nekom vrednošću u odnosu na maksilanu vrednost opterećenja ili deformacija pri kojoj opterećenje dostiže vrednost nula, ...)

Osnovni parametri pri seizmičkoj analizi

- **Duktilnost**
  - **Raspoloživa ili obezbeđena duktilnost** (***ductility supply***) μ_u je ona koju konstrukcija (ili njen element ili poprečni presek) poseduju i definiše se kao odnos deformacije na granici rušenja Δ_u i deformacije na granici tečenja Δ_y

$$\mu_u = \frac{\Delta_u}{\Delta_y}$$

  - **Zahtevana ili potrebna ili tražena duktilnost** (***ductility demand***) μ predstavlja duktilnost koja se za vreme nekog zemljotresa realizuje i prestavlja odnos ostvarene maksimalne deformacije za razmatrano seizmičko dejstvo Δ_m i deformacije na granici tečenja Δ_y

$$\mu = \frac{\Delta_m}{\Delta_y}$$

  - Ako je za vreme zemljotresa zahtevana duktilnost manja od raspoložive $\mu < \mu_u$ konstrukcija (njen element ili poprečni presek) neće doživeti kolaps, odnosno maksimalna deformacija je manja od deformacije na granici loma, a u suprotnom dolazi do kolapsa

Osnovni parametri pri seizmičkoj analizi

- **Duktilnost**
  - Konstrukcije sa obezbeđenim velikim duktilitetom zovemo duktilne, dok konstrukcije sa veoma malim duktilitetom ili bez njega zovemo krte
  - Duktilnost se može postići i pravilnom kombinacijom duktilnih i krtih materijala
    - Duktilan materijal čelik
    - Krt materijali beton

    } Armirani beton
  - Konstrukcije sa velikom rapoloživom duktilnosti koje su pravilno projektovane mogu da izdrže velike plastične deformacije bez rušenja
  - **S obzirom na prethodne činjenice seizmičku otpornost konstrukcije možemo postići**
    - **1) velikom nosivošću, tako da odgovor bude u elastičnom području, odnosno da objekat posle dejstva zemljotresa ostane neoštećen**
    - **2) manjom nosivošću sa odgovarajućom duktilnosti tako da dođe do kontrolisanog nivoa i rasporeda oštećenja tokom zemljotresa ali bez rušenja**
  - Varijanta pod 1) je skuplja i primenjuje se samo u posebnim slučajevima. Varijanta pod 2) ekonomski je opravdana i primenjuje se za uobičajene konstrukcije zgrada i mostova

Osnovni parametri pri seizmičkoj analizi

- **Nosivost**
  - Može se definisati kao najveće spoljašnje dejstvo koje konstrukcija može da prihvati, a da ne dođe do njenog kolapsa
  - Može se dovoljno tačno odrediti
  - Istraživanja su pokazala da je najčešće nosivost građevinskih konstrukcija „veća“ od one koja je zahtevana propisima zbog
    - zanemarenja povoljne preraspodele statičkih uticaja u duktilnim statički neodređenim sistemima
    - količine armature kaja je često određena iz minimalnih zahteva koji su merodavniji od statičkih zahteva
    - uticaj nekonstrukcijskih elemenata koji se obično zanemaruju
    - kozervativnih pretpostavki u matematičkim modelima
    - zanemarenja očvršćavanja armature

Osnovni parametri pri seizmičkoj analizi

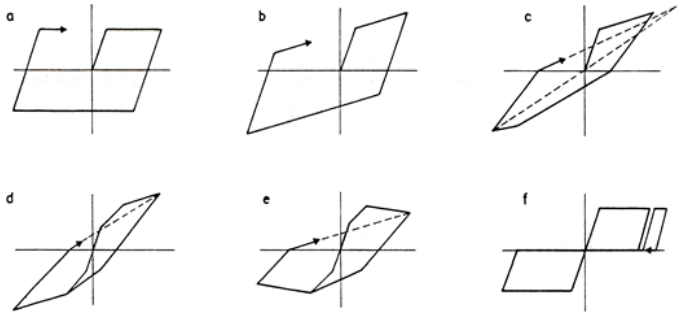
- **Krutost**
  - Određuje svojstvene periode konstrukcije, a samim tim i odnos svojstvenih perioda i predominantih perioda zemljotresa koji bitno utiče na dinamičku amplifikaciju seizmičkog dejstva (videti dopunski materijal *Seizmički hazard*)
  - Pojavom oštećenja i prelaskom u nelinearnu fazu odgovora sistema krutost se smanjuje i time se produžava trajanje svojstvenih perioda vibracija
  - Promena krutosti tokom zemljotresa može se računski adekvatno obuhvatiti samo primenom nelinearne analize
  - Utiče na pomeranja i deformacije
  - Deformacije krućih sistema obično su manje od deformacija fleksibilnijih sistema
  - **Pri linearnoj analizi postavlja se pitanje koju krutost usvojiti pri proračunu**
    - **U EN 1998-1 propisano je da može da se primeni pojednostavljeni pristup tako da svim konstrukcijskim elementima AB zgrada pri linearno elastičnim analizama mogu da se usvoje savojne i smičuće krutosti poprečnih preseka jednake 1/2 od krutosti homogenih poprečnih preseka zbog pojave prslina**
    - Može i konzervativan način da se primeni, tj. da se usvoji krutost koja daje najnepovoljnije rezultate u pogledu seizmičkih sila
    - Pri proceni pomeranja pri jakom zemljotresu zbog kontrolisanog dopuštanja nivoa i rasporeda oštećenja potrebno je koristiti krutost oštećene konstrukcije
    - Potrebno je voditi računa o krutosti bitnih nekonstrukcijskih elemenata koji mogu da povećaju krutost sistema

Osnovni parametri pri seizmičkoj analizi

- **Prigušenje**
  - Nekonzervativne sile koje se suprotstavljaju kretanju
  - Nakon prestanka prinudnog pomeranja tla usled zemljotresa zbog prigušenja dolazi do smanjivanja amplituda vibracija
  - Deluje povoljno na odgovor sistema izloženog dejstvu zemljotresa jer smanjuje amplitude pomeranja
  - Spoljašnje viskozno prigušenje
    - Otpor okoline (vazduh ili voda)
    - U većini slučajeva zanemarljivo mao u odnosu na ostale tipove prigušenja
  - Unutrašnje viskozno prigušenja
    - Posledica je karakteristika materijala
    - Proporcionalno je relativnoj brzini
    - Preovladava u elastičnoj oblasti odgovora
    - Jednostavno se uključuje u matematički model
  - Trenje
    - Pri dejstvu zemljotresa izraženo je kod konstrukcija sa zidovima ispune

Osnovni parametri pri seizmičkoj analizi

- **Prigušenje**
  - Histerezisno ili materijalno prigušenje
    - Značajan (ključan) mehanizam disipacije (rasipanja) energije kod odgovora u neelestičnom području koji doprinosi da ne dođe do rušenja konstrukcije tokom zemjotresa
    - Disipirana energija jednaka je površini histerezisne petlje na dijagramu opterećenje-deformacija
  - Radijacijsko prigušenje
    - Posledica propagacije talasa od konstrukcije ka tlu
  - Materijalno prigušenje u tlu
    - Može da se uvede u analizu preko vrednosti ekvivalentnog viskoznog prigušenja od 5% do 20% i razlikuje se od onog u konstrukciji (3% do 5%)
  - Kod realnih konstrukcija javlja se kombinacija različitih tipova prigušenja. U elatičnom području odgovora preovladava viskozno prigušenje dok u neelastičnoj oblasti odgovora preovladava histerezisno prigušenje



Histerezisna pravila (na apscisi su pomeranja, a na ordinati sile) kod kojih je osnovna razlika u zakonu promene karaktera krutosti: a) elasto – plastičan, b) bilinearan, c) Q – model, d) Takedin model, e) model sa opadajućom nosivosti i f) „shear – slip" model.

Osnovni parametri pri seizmičkoj analizi

- **Masa**
  - Obuhvatanje inercijalnih karakteristika
  - Masa – mera inertnosti pri translaciji
  - Maseni moment inercije – mera inertnosti pri rotaciji
  - Uobičajeno se uvodi u analizu kao diskretno raspoređenje koncentrisane mase
  - Kod dinamičkih modela uobičajenih zgrada raspodeljene mase se koncentrišu u nivou tavanica
  - Kod grednih mostova raspodeljene mase se koncentrišu u nivou grede i eventulano duž stubova ukoliko imaju veću dužinu

Faktor ponašanja – *q* (faktor redukcije seizmičkog dejstva)

Realnija procena odgovora konstrukcije, izložene jakom seizmičkom dejstvu, koja između ostalog obuhvata nosivost i duktilnost (nelinearan neelasatičan odgovor), može se dobiti samo primenom nelinearnih metoda analize

!?Nelinearna (geometrijski i materijalno) analiza je za svakodnevnu praksu komplikovana i zametna!?

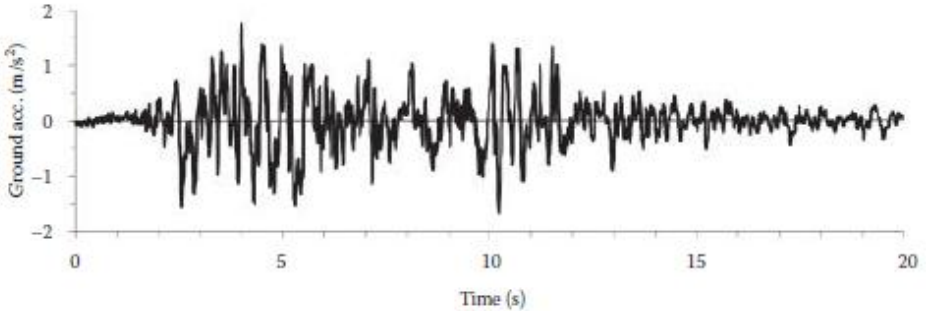
PRAKTIČNO I JEDNOSTAVNO REŠENJE KOJE DAJE PRIHVATLJIVE REZULTATE JE LINEARNA ANALIZA SA REDUKOVANIM SEIZMIČKIM DEJSTVOM

KONCEPT JE ZASTUPLJEN U STANDARDIMA ZA PROJEKTOVANJE SEIZMIČKI OTPORNIH KONSTRUKCIJA

FAKTOR REDUKCIJE *R* (FAKTOR PONAŠANJA *q* – EN 1998) = ???

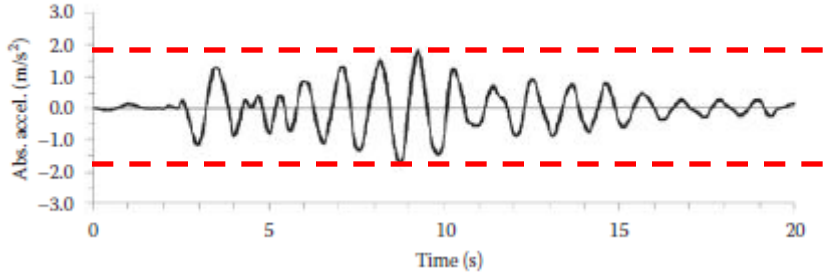
Faktor ponašanja – *q*

- **Promena apsolutnog ubrzanja (seizmičkih sila) kod SDOF sistema**
  - Razmatraju se dva idealizovana sistema sa jednim stepenom slobode kretanja i sa međusobno istom masom i krutosti, tj. sa međusobno istim svojstvenim periodom vibracija (T = 1 s) koji su izloženi istom zemljotresu. Jedan sistem ima dovoljnu nosivost da odgovor ostane u elastičnom području, a drugi sistem ima smanjenu nosivost tako da je odgovor u neelastičnom području i poseduje odgovarajuću duktilnost

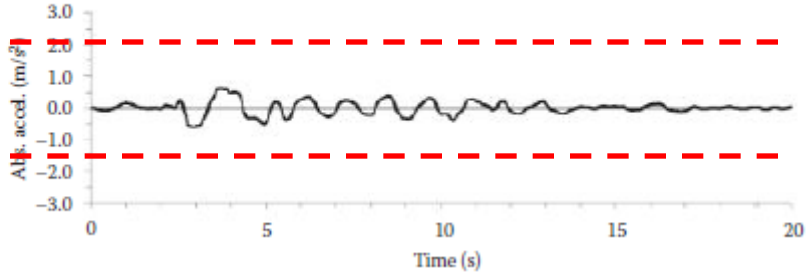


Komentar:
- **REDUKCIJA (SMANJENJE) APSOLUTNOG UBRZANJA** kod neelastičnog odgovora u odnosu na elastičan odgovor
- Oba sistema imaju međusobno istu masu i istu krutost, a različitu nosivost

Response of the elastic system

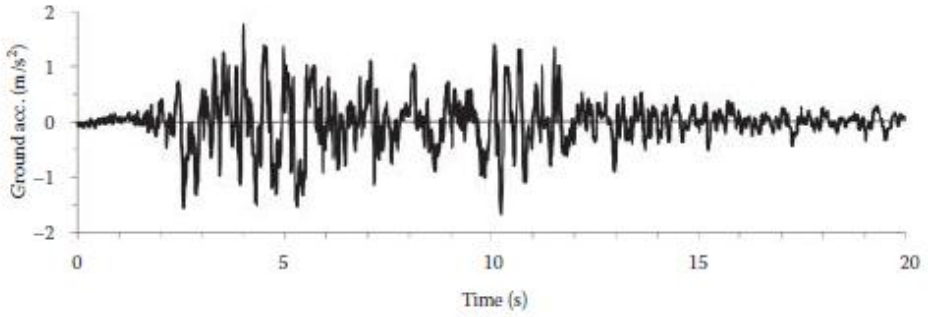


Response of the inelastic system

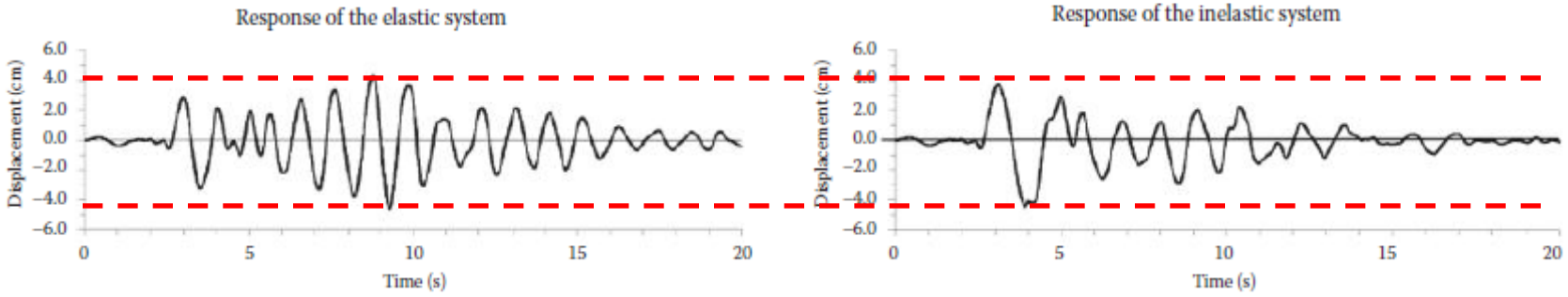


Faktor ponašanja – *q*

- **Promena relativnog pomeranja kod SDOF sistema**
  - Razmatraju se dva idealizovana sistema sa jednim stepenom slobode kretanja i sa međusobno istom masom i krutosti, tj. sa međusobno istim svojstvenim periodom vibracija (T = 1 s) koji su izloženi istom zemljotresu. Jedan sistem ima dovoljnu nosivost da odgovor ostane u elastičnom području, a drugi sistem ima smanjenu nosivost tako da je odgovor u neelastičnom području i poseduje odgovarajuću duktilnost

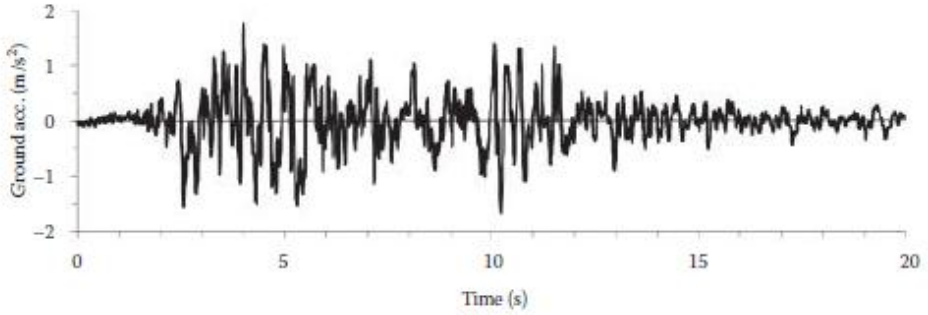


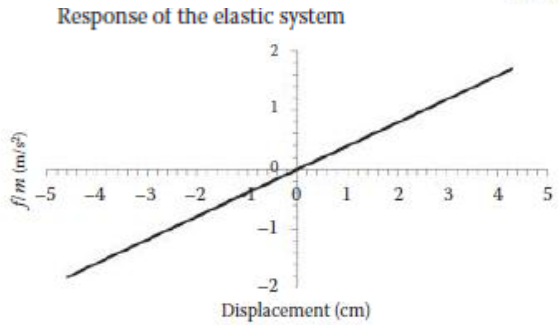
Komentari:
- **JEDNAKOST MAKSIMALNOG RELATIVNOG POMERANJA** kod neelastičnog odgovora u odnosu na elastičan odgovor
- Oba sistema imaju međusobno istu masu i istu krutost, a različitu nosivost

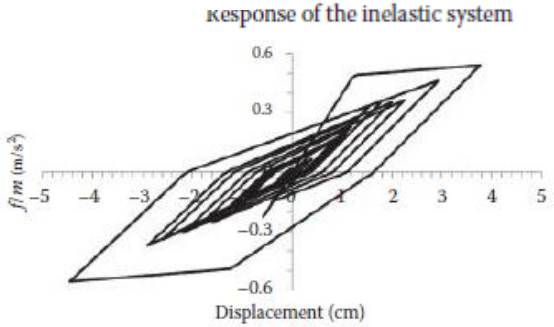


Faktor ponašanja – *q*

- **Disipacija seizmičke energije kod SDOF sistema**
  - Razmatraju se dva idealizovana sistema sa jednim stepenom slobode kretanja i sa međusobno istom masom i krutosti, tj. sa međusobno istim svojstvenim periodom vibracija (T = 1 s) koji su izloženi istom zemljotresu. Jedan sistem ima dovoljnu nosivost da odgovor ostane u elastičnom području, a drugi sistem ima smanjenu nosivost tako da je odgovor u neelastičnom području i poseduje odgovarajuću duktilnost







Komentar:
Kod elastičnog odgovora disipacija se odvija kroz viskozno prigušenje, a kod neelastičnog odgovora mnogo manji deo kroz viskozno prigušenje i dominantno kroz histerezisno ponašanje

Faktor ponašanja – q

Nosivost je definisana parametrom η

$$\eta = \frac{f_y}{m * a_t}$$

f_y – nosivost na granici tečenja
m – masa sistema
a_t – maksimalno ubrzanje tla
η = 5 – simulacija elastičnog ponašanja (konstrukcija sa velikom nosivošću)
η = 0.2 – konstrukcija sa vrlo malom nosivošću

- **Konstrukcije srednje i manje krutosti** (sistemi sa osnovnim periodom T > 1.0 s)

JEDNAKOST ELASTIČNOG I NEELASTIČNOG MAKSIMALNOG RELATIVNOG POMERANJA
Equal Displacement Rule

⇔

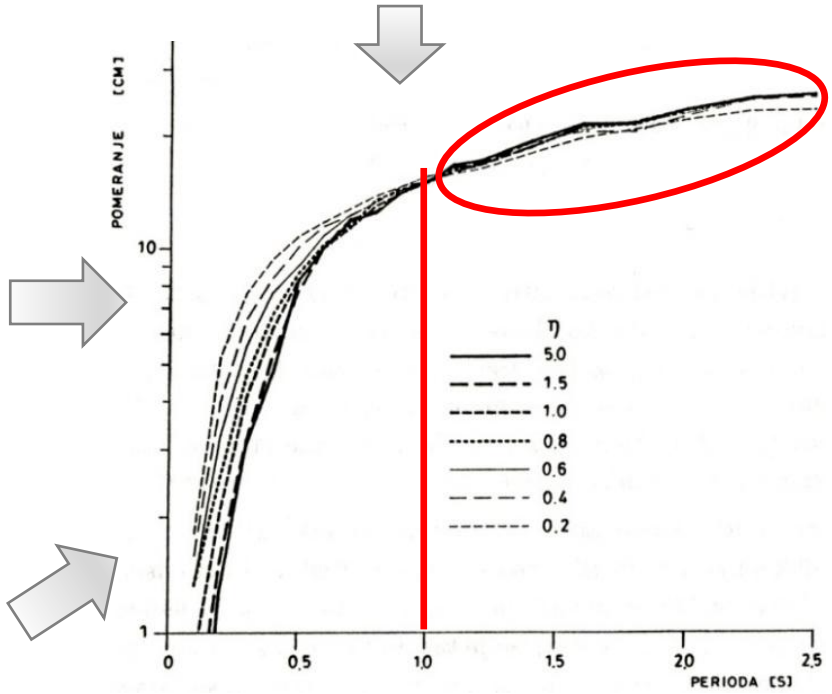
MAKSIMALNA RELATIVNA POMERANJA SU NEZAVISNA OD NOSIVOSTI

DOKAZ ISPRAVNOSTI PRETPOSTAVKE DA SU MAKSIMALNA RELATIVNA POMERANJA PRAKTIČNO NEZAVISNA OD NOSIVOSTI I HISTEREZISNOG PONAŠANJA

Varirani parametri SDOF modela:

- **Svojstveni period (početna krutost)**
- **Nosivost**
- **Histerezisno ponašanje (9 različitih histerezisnih ponašanja)**
- **Viskozno prigušenje od 2% do 5% (proporcionalno masi ili trenutnoj krutosti)**
- **20 akcelerograma (SAD i Crna Gora) – normirani su na isti intenzitet**

Maksimalno relativno pomeranje SDOF sistema u zavisnosti od svojstvenog perioda T i parametra nosivosti η



Faktor ponašanja – *q*

- **Konstrukcije srednje i manje krutosti** (sistemi sa osnovnim periodom $T > 1.0$ s)

JEDNAKOST ELASTIČNOG I NEELASTIČNOG MAKSIMALNOG RELATIVNOG POMERANJA
Equal Displacement Rule

⇔

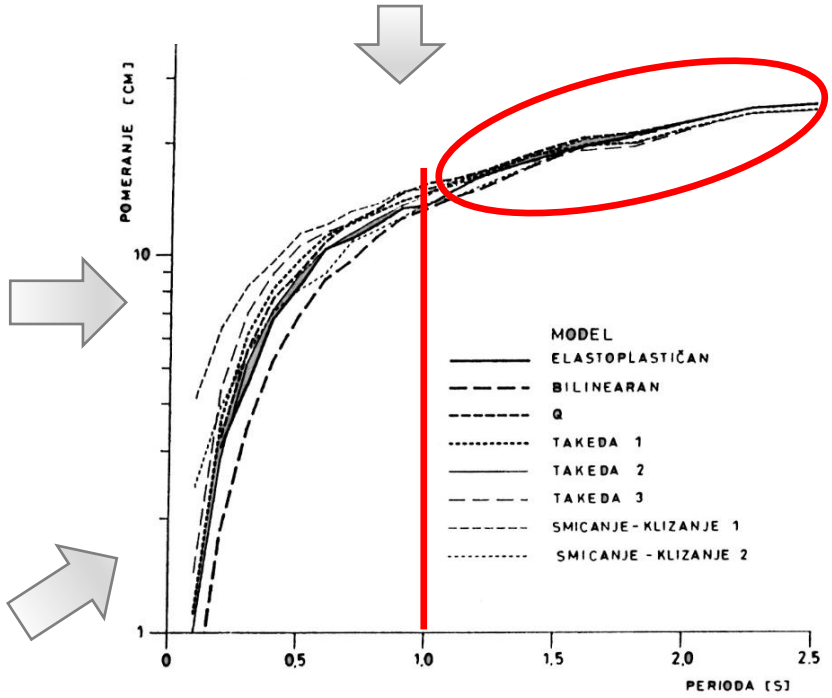
MAKSIMALNA RELATIVNA POMERANJA SU NEZAVISNA OD NOSIVOSTI

DOKAZ ISPRAVNOSTI PRETPOSTAVKE DA SU MAKSIMALNA RELATIVNA POMERANJA PRAKTIČNO NEZAVISNA OD NOSIVOSTI I HISTEREZISNOG PONAŠANJA

Varirani parametri SDOF modela:

- Svojstveni period (početna krutost)
- Nosivost
- Histerezisno ponašanje (9 različitih histerezisnih ponašanja)
- Viskozno prigušenje od 2% do 5% (proporcionalno masi ili trenutnoj krutosti)
- 20 akcelerograma (SAD i Crna Gora) – normirani su na isti intenzitet

Maksimalno relativno pomeranje SDOF sistema u zavisnosti od svojstvenog perioda *T* i histerezisnog ponašanja



Faktor ponašanja – q

- **Konstrukcije srednje i manje krutosti** (sistemi sa osnovnim periodom T > 1.0 s)

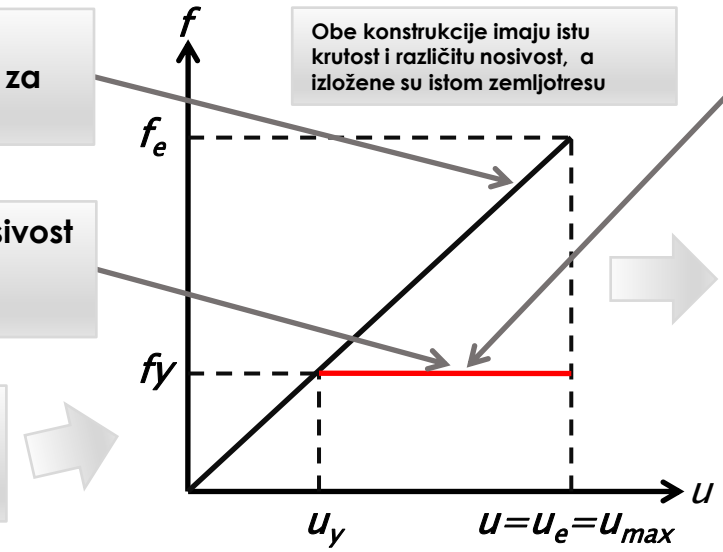
JEDNAKOST ELASTIČNOG I NEELASTIČNOG MAKSIMALNOG RELATIVNOG POMERANJA
Equal Displacement Rule

Zbog ove pretpostavke maksimalno pomeranje obe konstrukcije je isto

PRVA KONSTRUKCIJA ima dovoljnu nosivost da ostane u elastičnoj oblasti za vreme zemljotresa

DRUGA KONSTRUKCIJA ima manju nosivost i dostiže granicu tečenja (nosivost) za vreme istog zemljotresa

Idealizovan odnos između opterećenja i pomeranja (idealno elasto-plastično ponašanje)



Javiće se oštećenja ali se konstrukcija neće srušiti ako ima dovoljnu obezbeđenu duktilnost koja je veća ili jednaka od zahtevane duktilnosti

$f_e/f_y = u_{max}/u_y$
Zahtevana duktilnost μ
$\mu = \frac{u_{max}}{u_y} = q_\mu$
Faktor redukcije q_μ **jednak je zahtevanoj duktilnosti pomeranja** μ

Faktor ponašanja – q

- **Konstrukcije srednje i manje krutosti** (sistemi sa osnovnim periodom T > 1.0 s)

JEDNAKOST ELASTIČNOG I NEELASTIČNOG MAKSIMALNOG RELATIVNOG POMERANJA
Equal Displacement Rule

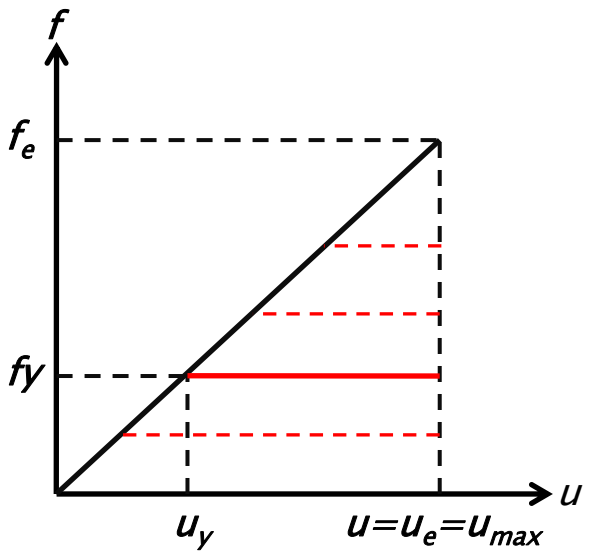
Ako konstrukcija koja dostigne granicu tečenja (nosivost) ima obezbeđenu duktilnost jednaku zahtevanoj pri maksimalnom zemljotresu, onda je najmanja nosivost f_y potrebna da konstrukcija izdrži zemljotres bez rušenja jednaka nosivosti za elastično ponašanje f_e redukovanoj za faktor duktilnosti μ (faktor redukcije q_μ)

$$f_y = \frac{f_e}{\mu} = \frac{f_e}{q_\mu}$$

q_μ (ductility-dependent factor) – veličina redukcije zavisi od duktilnosti (kapacitet postelastičnog deformisanja bez značajnijeg pada nosivosti)

Veća obezbeđena duktilnost

Veća redukcija nosivosti ...



Faktor ponašanja – q

- **Konstrukcije srednje i manje krutosti** (sistemi sa osnovnim periodom $T > 1.0$ s)

JEDNAKOST ELASTIČNOG I NEELASTIČNOG MAKSIMALNOG RELATIVNOG POMERANJA
Equal Displacement Rule

... veća redukcija nosivosti ⇒ **„Veća“ oštećenja u konstrukciji**

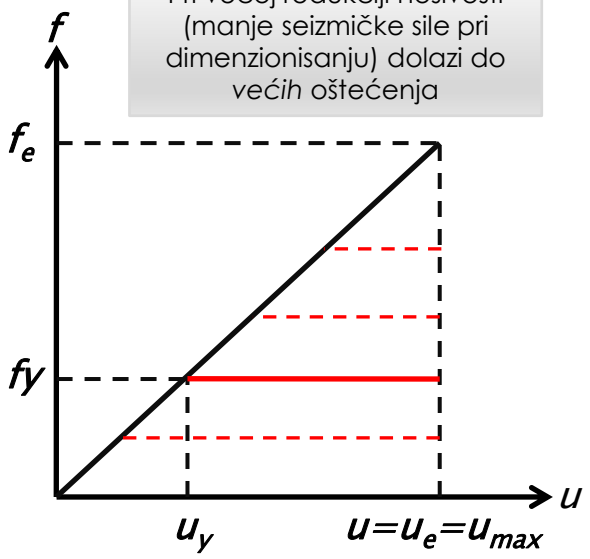
Kontrola stepena oštećenja?

Propisima su date donje granice nosivosti

Propisima su date donje granice seizmičkog dejstva (definisanje maksimalnih vrednosti faktora redukcije, tj. faktora ponašanja)

Komentar:
Zbog toga što se numerički duktilnost teže određuje, propisi definišu duktilnost za pojedini tip redukcije seizmičkog dejstva, koja se postiže propisanim konstrukcijskim zahtevima i pretpostavlja se da će poštovanjem tih pravila biti obezbeđena

Pri većoj redukciji nosivosti (manje seizmičke sile pri dimenzionisanju) dolazi do *većih* oštećenja



Faktor ponašanja – q

- **Konstrukcije srednje i manje krutosti** (sistemi sa osnovnim periodom T > 1.0 s)

JEDNAKOST ELASTIČNOG I NEELASTIČNOG MAKSIMALNOG RELATIVNOG POMERANJA
Equal Displacement Rule

U standardima se koristi tzv. projektna nosivost f_d koja je po pravilu manja od stvarne nosivost f_y

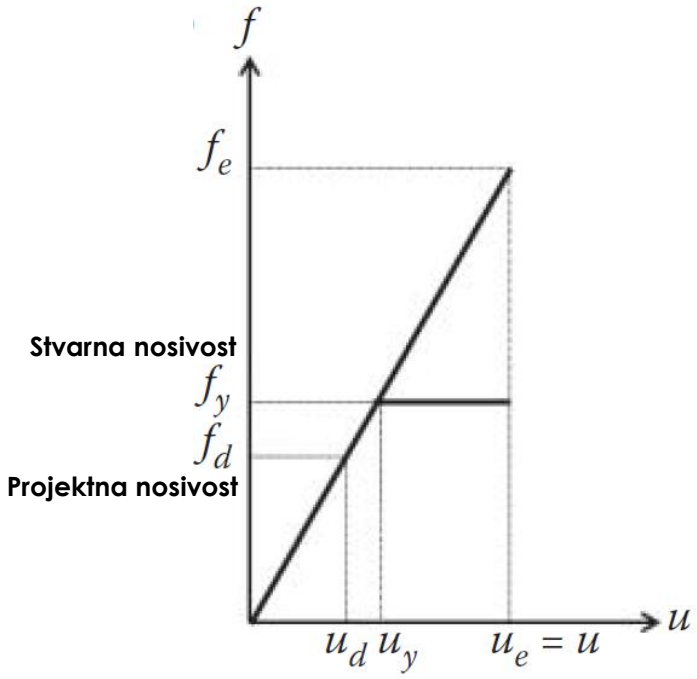
Faktor povećane granične nosivost (q_s – overstrength factor)

$$q_s = \frac{f_y}{f_d} \qquad q = \frac{f_e}{f_d} = \frac{f_e}{f_y}\frac{f_y}{f_d} = q_\mu\, q_s$$

q – totalni faktor redukcije

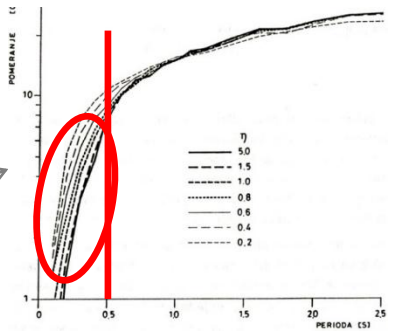
Projektne seizmičke sile $f_d = \frac{f_e}{q}$

Pomeranje $u = q\, u_d$

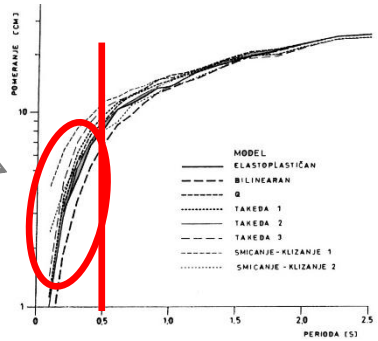


Faktor ponašanja – q

Maksimalna relativna pomeranja u zavisnosti od nosivosti



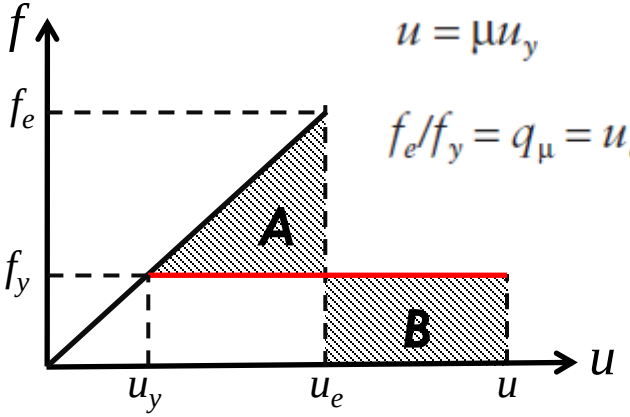
Maksimalna relativna pomeranja u zavisnosti od histerezisnog ponašanja



- **Konstrukcije sa većom krutosti** (sistemi sa osnovnim periodom $0.125\ s < T < 0.5\ s$)

JEDNAKOST ENERGIJE ELASTIČNE I ELASTOPLASTIČNE KONSTRUKCIJE

Iskustvo pokazuje, da za konstrukcije sa većom krutošću (ali ne i za veoma krute konstrukcije; T < ≈ 0,1 s) odgovara manja redukcija nosivosti



$$u = \mu u_y$$

$$f_e/f_y = q_\mu = u_e/u_y$$

$$u = \frac{\mu}{q_\mu} u_e$$

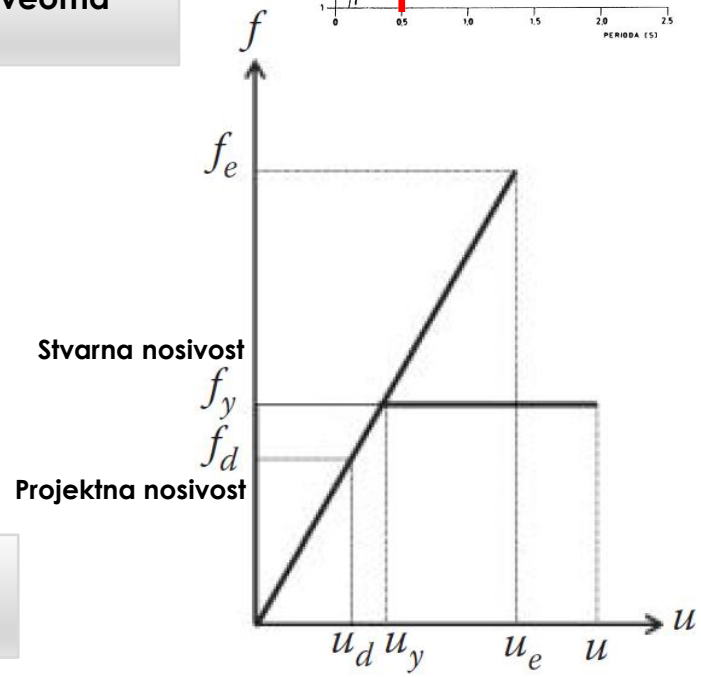
ili

$$u = \mu\ q_s\ u_d$$

$$A = B \Rightarrow f_y = f_e/\sqrt{2\mu - 1}$$

Faktor redukcije

$$q_\mu = f_e/f_y = \sqrt{2\mu - 1}$$



Faktor ponašanja – q

- Generalno, **u zavisnosti od krutosti, tj. svojstvenog perioda** sledi
  - **PRAVILO JEDNAKOG ELEASTIČNOG I NEELASTIČNOG POMERANJA**
    Konstrukcije srednje i manje krutosti (osnovni period T > ≈1.0 s)
    - Faktor redukcije $q_\mu = \frac{f_e}{f_y} = \frac{u_{\max}}{u_y} = \mu$ kod konstrukcija u oblasti **srednjih (najvažniji parametar je brzina) i dugih (najvažniji parametar je pomeranje) perioda** praktično vrlo malo zavisi od perioda svojstvenih vibracija i odgovara ciljnoj duktilnosti pomeranja μ što ukazuje na ispravnost **pravila jednakog eleastičnog i neelastičnog pomeranja**. Granica između kratkih ,i srednjih i dugih perioda, je opisana dopunskom materijalu *Seizmički hazard* i obeležena sa T_1, a u EN 1998-1 ta granica je obeležena sa T_c i predstavlja važnu karakteristiku kretanja tla i često se naziva karakteristični ili predominantni period.
  - **PRAVILO JEDNAKIH ENERGIJA**
    Konstrukcije sa većom krutosti (osnovni period ≈ 0.125 s < T < ≈ 0.5 s)
    - **Faktor redukcije $q_\mu = \frac{f_e}{f_y} = \sqrt{2\mu - 1}$ kod konstrukcija sa kratkim periodima (bitan parametar je ubrzanje)** umnogome zavisi od svojstvenog perioda i duktilnosti pa se primenjuje **pravilo jednakosti energija**
  - **PRAVILO JEDNAKIH UBRZANJA**
    Konstrukcije koje su veoma krute (osnovni period T < ≈ 0.055 s)
    - U ekstremnom slučaju beskonačno krute konstrukcije ($T \to 0$) ubrzanje konstrukcije je jednako ubrzanju tla bez obzira na nosivost konstrukcije. Zbog toga, **u slučaju veoma krutih konstrukcija (T < 0.055 s) nije moguća nikakva redukcija seizmičkog dejstva (q_μ = 1.0; nezavisno od μ)**. Veoma krute konstrukcije moraju imati dovoljnu nosivost da izdrže zemljotres u elastičnom području
  - Za periode između navedenih granica može da se vrši linearna interpolacija (Newmark and Hall, 1982.)

Faktor ponašanja – *q*

- **Faktor ponašanja (redukcije) kod SDOF sistema može da se primeni i na MDOF sistem**
  - Odnos između lokalnih i globalnih veličina deformacije je veoma važan za ponašanje konstrukcije izložene jakom zemljotresu. Lokalne veličine deformacija odgovaraju pojedinim konstrukcijskim elementima, a globalne veličine deformacija se odnose na konstrukciju u celini
  - Lokalne veličine deformacija su npr. neelastične rotacije (promene krivine) poprečnih preseka, neelastične rotacije tetive štapova, relativno pomeranje između karakterističnih tačaka u konstrukciji (relativna međuspratna horizontalna pomeranja)
  - Pogodna globalna veličina kod zgrada je maksimalno horizontalno pomeranje u nivou krova zgrade
  - Složen fenomen redukcije seizmičkog dejstva pomoću jednog prosečnog broja, može biti zbunjujuć i zavaravajuć. Primena faktora redukcije, iako je vrlo zgodna i jednostavna za praktične analize, služi samo za približnu analizu pri projektovanju seizmički otpornih konstrukcija. Za realniju procenu seizmičkog ponašanja (seizmičkih performansi) konstrukcije tokom jakih zemljotresa potrebna je nelinearna analiza (geometrijski i materijalno nelinearna analiza)
  - Vrednosti faktora redukcije definisane su propisima prvenstveno u zavisnosti od vrste konstrukcije (AB konstrukcije zgrada, čelične konstrukcije zgrada, spregnute konstrukcije zgrada od čelika i betona, drvene zgrade, zidane zgrade, mostovi, bazno (seizmički) izolovani sistemi)

Faktor rezervne (dodatne ili povećane) granične nosivosti q_s (overstrength factor)

- Stvarna nosivost f_y je veća od projektne f_d
- Uzroci mogu biti:
  - Preraspodela unutrašnjih sila pri neelastičnom odgovoru kod duktilnih statički neodređenih sistema
  - Usvajanje konstrukcijskih elemenata sa većim dimenzijama od potrebnih zbog uniformisanja konstrukcijskih elemenata
  - Minimalni zahtevi, često veći od onih dobijenih iz računskih zahteva pri dimenzionisanju, kao i zbog pravila konstrukcijskog oblikovanja
  - Konzervativne pretpostavke matematičkih modela
  - Efekti nekonstrukcijskih elemenata
  - Veća nosivost materijala od nominalne koja se koristi pri projektovanju
  - Efekti očvršćavanja
- Obuhvatanje prethodno nabrojanih efekata i bolja procena nosivosti moguća je primenom sofisticiranijih matematičkih modela

Seizmičko dejstvo

- Kod projektovanja građevinskih konstrukcija nemamo tačne podatke o budućem zemljotresu...
- ... pa se ne koristi spektar odgovora za određeni zemljotres, već se koristi spektar odgovora (definisan u propisima) koji odražava vrednosti više spektara odgovora, tj. određuje se probabilističkim pristupom na osnovu već dogođenih zemljotresa i u njega su uključene neke karakteristike konstrukcije
- Treba da odražava karakteristike zemljotresa koji se događaju na području za koje važi
- **Obično se zadaje u obliku spektra pseudo-ubrzanja za različite kategorije tla i nivoe prigušenja**
- **Prema SRPS EN 1998-1 osnovni način za prikazivanje zemljotresnog dejstva je spektar odgovora**
- Alternativan način za prikazivanje zemljotresnog dejstva je preko vremenske istorije ubrzanja tla i povezanih veličina, tj. brzine i pomeranja

Seizmičko dejstvo – SRPS EN 1998-1 i SRPS EN 1998-1/NA

- Spektar odgovora za horizontalan pravac (tip 1; $M_S \geq 5.5$) – elastična statička analiza

„Horizontalni elastični spektar odgovora“

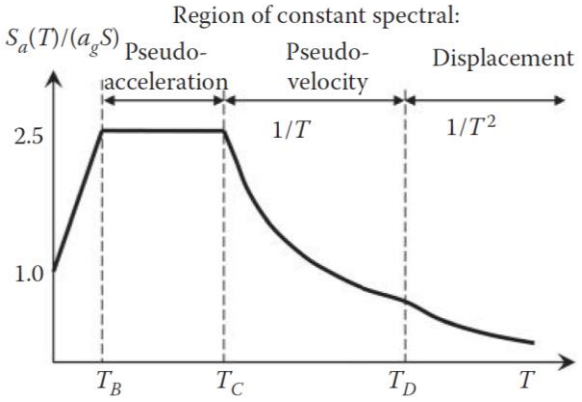
(Pseudo-)Ubrzanje
(Pseudo-)Spektralno ubrzanje

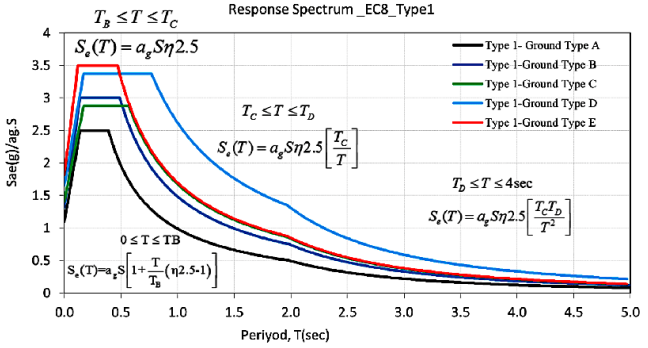
$$0 \leq T \leq T_B : S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 2{,}5 - 1)\right]$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2{,}5$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2{,}5 \cdot \left[\frac{T_C}{T}\right]$$

$$T_D \leq T \leq 4s : S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2{,}5 \cdot \left[\frac{T_C T_D}{T^2}\right]$$





(a) Type 1; High and moderate seismicity regions (Ms > 5,5)

gde je

$S_e(T)$	elastični spektar odgovora
T	period vibracija linearnog sistema sa jednim stepenom slobode
a_g	projektno ubrzanje tla za tlo tipa A ($a_g = \gamma_I \cdot a_{gR}$)
T_B	donja granica perioda u oblasti sa konstantnim spektralnim ubrzanjem
T_C	gornja granica perioda u oblasti sa konstantnim spektralnim ubrzanjem
T_D	vrednost perioda koja definiše početak oblasti spektra sa konstantnim odgovorom pomeranja u spektru
S	faktor tla
η	faktor korekcije prigušenja sa referentnom vrednošću $\eta = 1$ za viskozno prigušenje od **5%**, videti (3) ovog člana. $\eta = \sqrt{10/(5+\zeta)} \geq 0.55$



Seizmičko dejstvo – SRPS EN 1998-1 i SRPS EN 1998-1/NA

- Spektar odgovora za horizontalan pravac (tip 3) – elastična statička analiza

„Horizontalni elastični spektar odgovora“

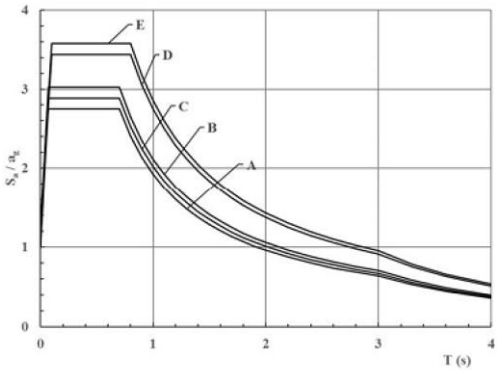
(Pseudo-)Ubrzanje
(Pseudo-)Spektralno ubrzanje

$$0 \le T \le T_B : S_e(T) = a_g S \left[1 + \frac{T}{T_B}(2{,}75\eta - 1) \right]$$

$$T_B \le T \le T_C : S_e(T) = 2{,}75 a_g S \eta$$

$$T_C \le T \le T_D : S_e(T) = 2{,}75 a_g S \eta \left[\frac{T_C}{T} \right]$$

$$T_D \le T \le 4\text{s} : S_e(T) = 2{,}75 a_g S \eta \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right]$$





- Faktor značaja

Klasa značaja	Zgrade	
I	Zgrade sa manjim značajem za sigurnost ljudi, npr. poljoprivredne zgrade i sl.	$\gamma_I = 0.8$
II	Obične zgrade, koje ne spadaju u druge kategorije	$\gamma_I = 1.0$
III	Zgrade čija je seizmička otpornost značajna u smislu posledica rušenja, npr. škole, dvorane, kulturne institucije, itd.	$\gamma_I = 1.2$
IV	Zgrade čiji je integritet tokom zemljotresa od vitalnog značaja za civilnu zaštitu, npr. bolnice, vatrogasne stanice, električne centrale, itd.	$\gamma_I = 1.4$

Napomena: Klase značaja I, II i III ili IV, približno odgovaraju klasama posledica CC1, CC2 i CC3 respektivno, koje su definisane u Evrokodu EN 1990:2002, aneks B

Seizmičko dejstvo – SRPS EN 1998-1 i SRPS EN 1998-1/NA

- Spektar odgovora za horizontalan pravac – elastična statička analiza

„Horizontalni elastični spektar odgovora“

(Pseudo-)Ubrzanje
(Pseudo-)Spektralno ubrzanje

Tabela 3.1: Klasifikacija tla

Kategorija tla	Opis geološkog profila	Parametri		
		$V_{s,30}$ (m/s)	N_{SPT} (udarci /30 cm)	C_u (kPa)
A	Stena ili stenska geološka formacija, uključujući najviše 5 m slabijeg materijala na površini	> 800	-	-
B	Depoziti vrlo gustog peska, šljunka ili vrlo krute gline, debljine barem nekoliko desetina metara, sa povećanjem mehaničkih osobina sa dubinom	360 - 800	> 50	> 250
C	Duboki depoziti gustog ili srednje gustog peska, šljunka ili krute gline, sa debljinama od nekoliko desetina do više stotina metara	180 - 360	15 - 50	70-250
D	Depoziti slabo-do-srednje nekohezivnog tla (sa ili bez mekih kohezivnih slojeva) ili dominantno meko-do-čvrsto kohezivno tlo	< 180	< 15	< 70
E	Tlo čiji se profil sastoji iz aluvijalnog sloja sa vrednostima v_s za Tip C ili D i sa debljinom koja varira između oko 5m i 20m, ispod kojeg je kruće tlo sa v_s > 800 m/s			
S1	Depoziti koji se sastoje ili sadrže sloj od barem 10 m debljine mekih glina/mulja sa visokim indeksom plastičnosti (PI > 40) i sa visokim sadržajem vode	< 100	-	10 - 20
S2	Depoziti likvefabilnog tla, sastavljenih od osetljivih glina ili od bilo kog drugog profila tla koji nije uključen u Tipove A-E ili S1			

Tabela 3.2: Vrednosti parametara koji opisuju preporučen tip 1 elastičnog spektra odgovora

Kategorija tla	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
A	1,0	0,15	0,4	2,0
B	1,2	0,15	0,5	2,0
C	1,15	0,20	0,6	2,0
D	1,35	0,20	0,8	2,0
E	1,4	0,15	0,5	2,0

Табела NA 3.1 – Вредности параметара који описују препоручени тип 3 еластичног спектра одговора

Категорије тла	S	T_B(s)	T_C(s)	T_D(s)
A	1,0	0,07	0,7	3,0
B	1,1	0,07	0,7	3,0
C	1,05	0,07	0,7	3,0
D	1,25	0,10	0,8	3,0
E	1,3	0,10	0,8	3,0

Seizmičko dejstvo – SRPS EN 1998-1 i SRPS EN 1998-1/NA

- Spektar odgovora za vertikalan pravac – elastična statička analiza

„Vertikalni elastični spektar odgovora“

(Pseudo-)Ubrzanje
(Pseudo-)Spektralno ubrzanje

$$0 \le T \le T_B : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 3{,}0 - 1)\right]$$

$$T_B \le T \le T_C : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \eta \cdot 3{,}0$$

$$T_C \le T \le T_D : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \eta \cdot 3{,}0 \cdot \left[\frac{T_C}{T}\right]$$

$$T_D \le T \le 4s : S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot \eta \cdot 3{,}0 \cdot \left[\frac{T_C T_D}{T^2}\right]$$

Табела NA 3.3 – Препоручене вредности параметара који дефинишу вертикалан спектар одговора

Спектар	a_{vg}/a_g	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
Тип 1	0,90	0,05	0,15	1,0
Тип 3	0,70	0,03	0,32	3,0

Seizmičko dejstvo – SRPS EN 1998-1 i SRPS EN 1998-1/NA

- Projektni spektar odgovora za horizontalan pravac – elastična statička analiza

„Projektni spektar za elastičnu analizu“

(Pseudo-)Ubrzanje
(Pseudo-)Spektralno ubrzanje

$$0 \le T \le T_B : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left(\frac{2,5}{q} - \frac{2}{3}\right)\right]$$

$$T_B \le T \le T_C : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q}$$

$$T_C \le T \le T_D : S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[\frac{T_C}{T}\right] \\ \ge \beta \cdot a_g \end{cases}$$

$$T_D \le T : S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[\frac{T_C T_D}{T^2}\right] \\ \ge \beta \cdot a_g \end{cases}$$

(2) Sa ciljem da se izbegne eksplicitna nelinearna analiza, uzimajući u obzir kapacitet konstrukcije za disipaciju energije kroz prevashodno duktilno ponašanje njenih elemenata ali i preko drugih mehanizama, sprovodi se elastična analiza zasnovana na spektru odgovora koji je redukovan (umanjen) u odnosu na elastični spektar, koji se u daljem tekstu naziva "projektni spektar". Ova redukcija se ostvaruje uvođenjem faktora ponašanja q.

$S_d(T)$	projektni spektar;
q	faktor ponašanja;
β	faktor donje granice horizontalnog projektnog spektra.

Napomena: Vrednosti koje se pripisuju faktoru β za korišćenje u zemlji može da se pronađe u njenom Nacionalnom aneksu. Preporučena vrednost za faktor β je **0,2**.

Komentar:
Koncept primene projektnog spektra je analogan primeni spektra za jedan konkretan akcelerogram. Videti predavanje *Dinamika konstrukcija – Rekapitulacija osnovnih jednačina za linearno-elastičnu seizmičku analizu konstrukcija*

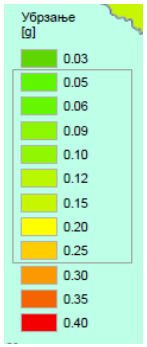
- Projektni spektar odgovora za vertikalan pravac – elastična statička analiza: $a_g \rightarrow a_{vg}$; usvaja se da je $S = 1$

Seizmičko dejstvo – SRPS EN 1998-1 i SRPS EN 1998-1/NA

- Seizmički hazard se opisuje preko jednog parametra a_{gR} (referentno ubrzanje tla tipa A; videti predavanje *Seizmički hazard*)

http://www.seismo.gov.rs/







Seizmičko dejstvo – SRPS EN 1998-1 i SRPS EN 1998-1/NA

- **Veštački akcelerogrami**
  - Alternativni način prikazivanja zemljotresnog dejstva
  - Kada se zahteva prostorni model konstrukcije seizmičko dejstvo se sastoji iz dva (tri) akcelerograma koji istovremeno deluju (dva u horizontalnim ortogonalnim pravcima i jedan u vertikalnom pravcu)
  - Isti akcelerogram ne može da se koristi za oba horizontalna pravca
  - Treba da se generšu tako da odgovarju elastičnom spektru odgovora za 5% relativnog viskoznog prigušenja
  - Minimalno vreme trajanja stacionarnog dela treba da bude 10 s
  - Skup veštačkih akcelerograma treba da bude u skladu sa sledećim pravilima (važi za zgrade)
    - Treba da se koriste najmanje tri zemljotresa
    - Osrednjene vrednosti ubrzanja u spektru odgovora za nultu vrednost perioda ne smeju da budu manje od $a_g S$ za posmatranu lokaciju
    - U intervalu između $0.2T_1$ do $2T_1$ gde je T_1 osnovni svojstveni period slobodnih vibracija konstrukcije za pravac u kome se primenjuje akcelerogram ni jedna vrednost osrednjenog elastičnog spektra sa 5% prigušenja izračunatog i svih vremenskih istorija ubrzanja ne sme da bude manja od 90% od odgovarajuće vrednosti elastičnog spektra odgovora sa 5% prigušenja
- **Zabeleženi ili simulirani akcelerogrami**
  - Alternativni način prikazivanja zemljotresnog dejstva
  - Zabeleženi akcelerogrami ili akcelerogrami koji su generisani putem fizičke simulacije izvora i mehanizma propagacije seizmičkih talasa kroz tlo mogu da se koriste pod uslovom da su adekvatni u odnosu na seizmogenetske karakteristike izvora i uslova za datu lokaciju
  - Skup zabeleženih ili simuliranih akcelerograma mora da zadovolji pravila data za veštačke akcelerograme

Klase duktilnosti – EN 1998-1

- **Razlikuju se tri klase duktilnosti u zavisnosti od kapaciteta histerezisne disipacije energije**
  - **Niska klasa duktilnosti** (**klasa duktilnosti L**; Ductility Class Low – **DCL**), za koju se praktično ne predviđa plastično ponašanje ni u jednom delu konstrukcije, a prijem opterećenja se obezbeđuje elastičnim radom i nosivošću konstrukcijskih elemenata i konstrukcije u celini
  - **Srednja klasa duktilnosti** (**klasa duktilnosti M**; Ductility Class Medium – **DCM**), za koju se dozvoljava relativno visok stepen plastifikacije i za koju se propisuju odgovarajuće mere za projektovanje detalja
  - **Visoka klasa duktilnosti** (**klasa duktilnosti H**; Ductility Class High – **DCH**), za koju se dopuštaju vrlo visoki stepeni plastifikacije i za koju se propisuju strožije (u odnosu na DCM) mere za projektovanje konstrukcije i detalja
- Definisanjem klasa duktilnost definišu se odnosi između nosivosti i duktilnosti (veća nosivost manja potrebna duktilnost ili obrnuto)

Klase duktilnosti – EN 1998-1

- **Klasa duktilnosti L (DCL – Ductility Class Low)**
  - Praktično se ne primenjuje ali je ekonomski opravdano samo u oblastima niske seizmičnosti ($\gamma_{\mathrm{I}} a_g S \leq 0{,}1g$)
  - Faktor ponašanja q se usvaja da je jednak 1,5
    - Za potpuno elastično ponašanje vrednost faktora ponašanja je $q = 1{,}0$ međutim usojena je ipak vrednost 1.5, ne zbog planirane disipacije seizmičke energije (postoji u nekoj meri) već zbog činjenica da je stvarna nosivost nešto veća od proračunske (konzervativne pretpostavke pri dimenzionisanju)
  - **Projektovane su kao nedisipativne pa ne obezbeđuju nikakav stepen sigurnosti u odnosu na globalni kolaps usled zemljotresa koji je jači od projektnog**
  - Proračun je ekvivalentan proračunu za ostala dejstva i stalne i prolazne proračunske situacije

Klase duktilnosti – EN 1998-1

- **Klase duktilnosti M (DCM – Ductility Class Medium) i klasa duktilnosti H (DCH – Ductility Class High)**
  - Dopušta se neelastični rad konstrukcije i obezbeđuje disipacija seizmičke energije
  - Usvajaju se faktori ponašanja q veći od 1,5
  - Nivo seizmičkog dejstva je viši kod DCM (manje vrednosti faktora ponašanja) nego kod DCH zgrada (veće vrednoisti faktori ponašanja)
  - Generalno, neophodno je obezbediti duktilan odgovor konstrukcije uz zadovoljenje zahteva vezanih za ograničenje pomeranja
  - Zahtevi pri projektovanju su „blaži“ kod DCM zgrada nego kod DCH zgrada
  - Povećanje globalne duktilnosti pomeranja smanjuje projektne seizmičke sile za dimenzionisanje

Klase duktilnosti – EN 1998-1

- **Benefiti povećanja duktilnosti (osim ekonomskih)**
  - Veći faktori ponašanja *q* čine izvodljivom i lakšom verifikaciju temeljnog tla što se normalno čini na osnovu nosivosti, a ne na osnovu kapaciteta deformacija
  - Smanjena nosivost fizički obezbeđuje gornju granicu inercijanih sila i ubrzanja koja se mogu razviti u konstrukciji pa se na taj način pruža svojevrsna zaštita sadržaja zgrade i nekonstruktivnih delova koji su osetljivi na ubrzanje
  - Visoka obezbeđena duktilnosti povećava robusnost i otpornost zgrade na zemljotres koji je jači od projektnog pa samim tim i na nepouzdanosti vezane za budući zemljotres
- **Benefiti povećanja nosivosti**
  - Obezbeđuje da konstrukcija ostane u elastičnoj oblasti ponašanja pri učestalijim i umerenijim zemljotresima. Veća nosivost generalno smanjuje oštećenja konstrukcije i poboljšava upotrebljivost nakon seizmičkog događaja. Takođe, javljaju se i manja oštećenja pri projektnom seizmičkom dejstvu
  - Projektovanje konstrukcijskih elemenata na veću nosivost u odnosu na veću duktilnost je pouzdanije i jednostavnije
  - Izbegava se posebno zahtevno konstrukcijsko oblikovanje detalja koje je neophodno za obezbeđivanje veće duktilnosti
  - Povećanje nosivosti obezbeđuje otpornost i na dejstvo vetra a i na dejstvo zemljotresa (ekonomski povoljno jer se ova dejstva ne uzimaju istovremeno da deluju)
  - Kod kompleksnih i neregularnih konstrukcija kroz niže faktore ponašanja obezbeđuje se pouzdanije projektovanje primenom linearno-elastičnih metoda

Klase duktilnosti – EN 1998-1

- Projektant odlučuje kakav balans između duktilnosti i nosivosti predstavlja optimalno rešenje za konkretan objekat, pa su zbog ovoga u EN 1998-1 uvedene su tri različite klase duktilnosti pri čemu se u Nacionalnim dodacima mogu propisati određena oganičenja
- Evrokod ne povezuje eksplicitno izbor između DCM i DCH sa seizmičnošću ili značajem konstrukcije, niti postavlja ograničenja u njihovoj primeni. Zemlje mogu slobodno da biraju za različite delove svoje teritorije klase duktilnosti. Bolje je da se ovaj izbor prepusti projektantu, u zavisnosti od specifičnosti projekta. DCM konstrukcije pokazuju nešto bolje ponašanje kod umerenih zemljotresa, a DCH konstrukcije obezbeđuju nešto viši stepen sigurnosti od rušenja kod vrlo jakih zemljotresa

Faktor ponašanja *q* AB zgrada za horizontalna seizmička dejstva – EN 1998-1

- Zavisi od klase duktilnosti, tipa konstrukcijskom sistema i regularnosti konstrukcije
- Vrednost faktora ponašanja *q* je povezana, indirektno kroz klase dukilnosti ili direktno kroz definisanje zahteva za konstrukcijsko oblikovanje, sa zahtevanom lokalnom duktilnosti u kritični zonama

(1)P Gornja vrednost faktora ponašanja q, uvedenog u 3.2.2.5(3) za ocenu kapaciteta disipacije energije, mora se odrediti za svaki proračunski pravac prema sledećem izrazu:

$$q = q_0 \cdot k_w \geq 1{,}5 \qquad (5.1)$$

gde je

q_0 osnovna vrednost faktora ponašanja, zavisna od tipa konstrukcijskog sistema (videti paragraf (2) ove podtačke),

k_w faktor koji uzima u obzir preovlađujuću vrstu loma konstrukcijskih sistema sa zidovima (videti paragraf (11)P ove podtačke).

(2) Za zgrade koje su regularne po visini u skladu sa 4.2.3.3, osnovna vrednost q_0 za različite tipove konstrukcijskih sistema je data u tabeli 5.1.

Tabela 5.1: Osnovne vrednosti faktora ponašanja q_0 za sisteme regularne po visini

Tip konstrukcije	DCM	DCH
Okvirni sistem, dvojni sistem, sistem povezanih zidova	$3{,}0\alpha_u/\alpha_1$	$4{,}5\alpha_u/\alpha_1$
Sistem nevezanih zidova	3,0	$4{,}0\alpha_u/\alpha_1$
Torziono fleksibilni sistem	2,0	3,0
Sistem obrnutog klatna	1,5	2,0

Komentar:
Za zgrade koje nisu regularne po visini *q* se mora redukovati za 20%

Komentar:
Mogu da se koriste različite vrednosti *q* u dva različita ortogonalna horizontalna pravca (u osnovi) u zavisnosti od konstrukcijskog sistema i vertikalne regularnosti ali ne na osnovu klase duktilnosti koja je ista za celu zgradu

Faktor ponašanja q AB zgrada za horizontalna seizmička dejstva – EN 1998-1

- Faktor ojačanja ili dodatne nosivosti α_u/α_1

(4) Vrednosti α_1 i α_u su definisani na sledeći način:

α_1 je vrednost kojom se množi projektno horizontalno seizmičko dejstvo da bi se prvi put dostigla plastična nosivost u bilo kom elementu konstrukcije, pri čemu sva ostala proračunska dejstva ostaju konstantna;

α_u je vrednost kojom se množi projektno horizontalno seizmičko dejstvo da bi se plastični zglobovi formirali u dovoljnom broju preseka za razvoj globalne nestabilnosti konstrukcije (tj. da bi se formirao potpuni plastični mehanizam), pri čemu sva ostala proračunska dejstva ostaju konstantna. Vrednost faktora α_u može se odrediti nelinearnom statičkom analizom.

(5) Kada faktor multiplikacije α_u/α_1 nije izračunat eksplicitnim proračunom, za zgrade koje su regularne u osnovi mogu se koristiti sledeće aproksimativne vrednosti:

a) Okviri ili ekvivalentni dvojni sitemi okvira:

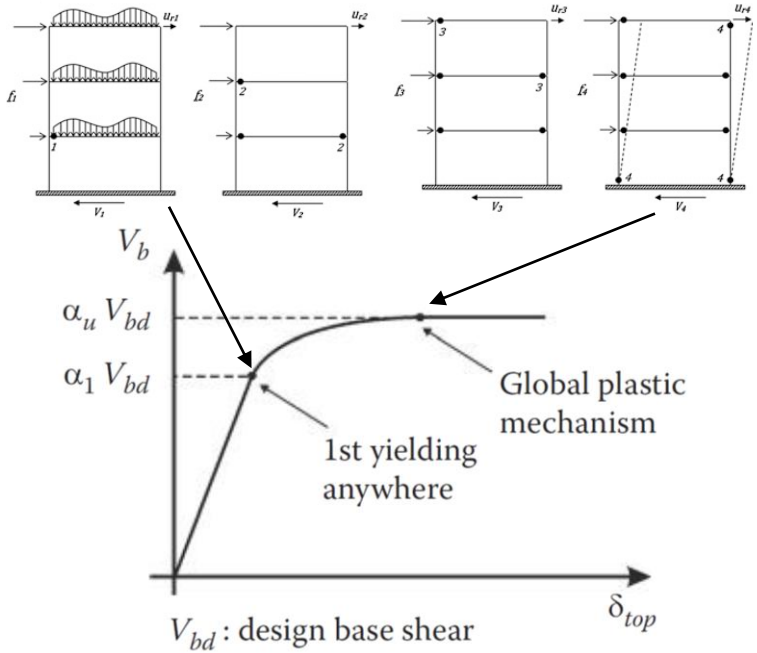
- jednoetažne zgrade: α_u/α_1 = **1,1**,
- višespratni okviri sa jednim poljem: α_u/α_1 = **1,2**,
- višespratni okviri sa više polja ili ekvivalentni dvojni sistemi okvira: α_u/α_1 = **1,3**.

b) Zidovi i ekvivalentni dvojni sitemi zidova:

- sistemi zidova sa samo dva nepovezana zida za svaki horizontalni pravac: α_u/α_1 = **1,0**,
- ostali nepovezana sistemi zidova: α_u/α_1 = **1,1**,
- ekvivalentni dvojni sistemi zidova ili sistemi spojenih zidova: α_u/α_1 = **1,2**.

(6) Za zgrade koje nisu regularne u osnovi (videti 4.2.3.2), za koje se proračun vrednosti α_u/α_1 ne sprovodi, koristite se približne vrednosti odnosa α_u/α_1 koje se dobijaju kao srednje vrednosti između: (a) **1,0** i (b) vrednosti date u paragrafu (5) ove pod tačke.

(7) Mogu se koristiti vrednosti α_u/α_1 veće od onih datih u (5) i (6) ove podtačke, pod uslovom da one budu potvrđene nelinearnom statičkom (*pushover*) analizom.



Komentar:
α_u/α_1 – faktor dodatne nosivosti duktilne statički neodređene konstrukcije(faktor prekoračenja ili faktor redudantnosti). Maksimalna vrednost 1,5. Odnos seizmičkog dejstva koje odgovara potpuno razvijenom plastičnom mehanizmu u konstrukciji i dejstva koje odgovara prvoj realizaciji plastičnog zgloba

Faktor ponašanja q AB zgrada za horizontalna seizmička dejstva – EN 1998-1

- Faktor k_w preovlađujuće vrste loma sistema sa zidovima

$$k_w = \begin{cases} 1{,}00, \text{ za okvire i ekvivalentne dvojne sisteme} \\ (1+\alpha_0)/3 \le 1, \text{ ali ne manje od } 0{,}5 \text{ za zidove, ekvivalentne zidove i torziono fleksibilne sisteme} \end{cases} \quad (5.2)$$

gde je α_o preovlađujući odnos dimenzija zidova konstrukcijskog sistema.

(12) Ako se odnos dimenzija h_{wi}/l_{wi} svih zidova konstrukcijskog sistema značajnije ne razlikuje, vrednost α_o može biti određena kao:

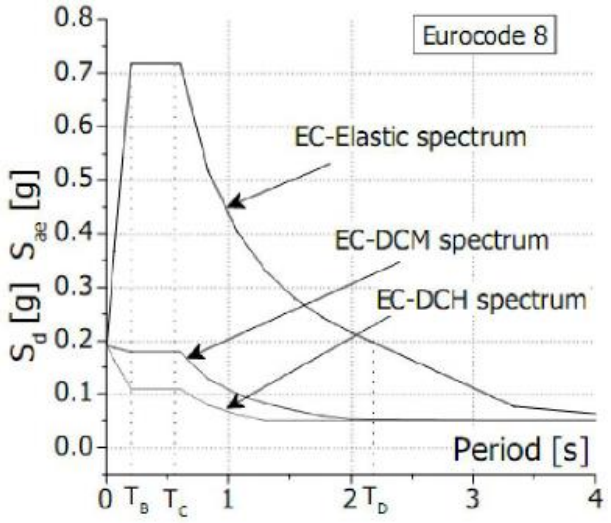
$$\alpha_o = \Sigma h_{wi}/\Sigma l_{wi} \quad (5.3)$$

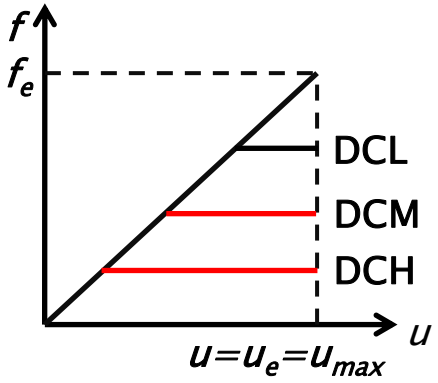
gde je

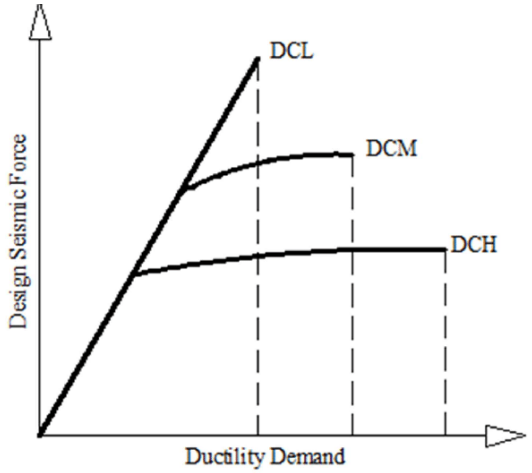
h_{wi} visina zida i, a
l_{wi} dužina poprečnog preseka zida i.

(13) Sistemi velikih lako armiranih zidova ne mogu da se oslone na disipaciju energije u plastičnim zglobovima i treba da se projektuju kao DCM konstrukcije.

Faktor ponašanja *q* AB zgrada za horizontalna seizmička dejstva – EN 1998-1







Faktor ponašanja *q* AB zgrada za vertikalno seizmičko dejstvo – EN 1998-1

- Za sve materijale i konstrukcijske sisteme do iznosa 1.5

Veza faktora ponašanja i faktora globalne duktilnosti pomeranja

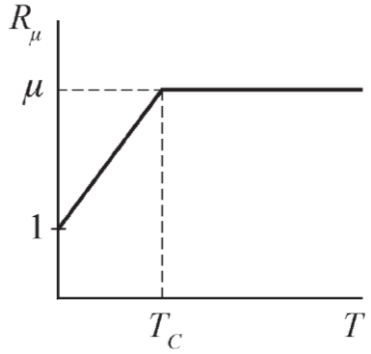
- Projektni spektri ustvari predstavljaju neelastične spektre odgovora SDOF sistema, a veza faktora ponašanja q i globalne duktilnosti pomeranja $\mu_\delta = \delta_{max}/\delta_y$ glasi

$$\mu_\delta = q \quad \text{ako je} \quad T_1 \geq T_c \quad \text{(Pravilo jednakih pomeranja)}$$

$$\mu_\delta = 1 + (q-1)\frac{T_c}{T_1} \quad \text{ili} \quad q = 1 + (\mu_\delta - 1)\frac{T_1}{T_c} \quad \text{ako je} \quad T_1 < T_c$$

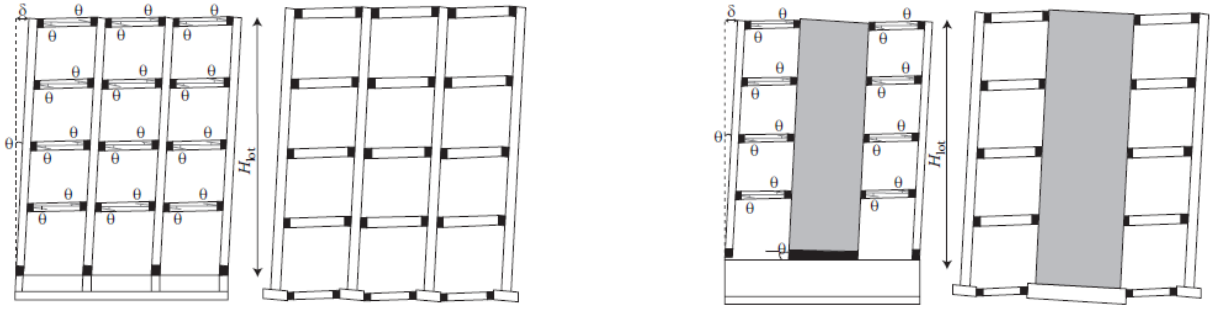
(Objedinjuje pravila jednakih energija i jednakih ubrzanja)

Vidic, T., P. Fajfar, and M. Fischinger. 1994. Consistent inelastic design spectra: Strength and displacement. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 23(5):507–521



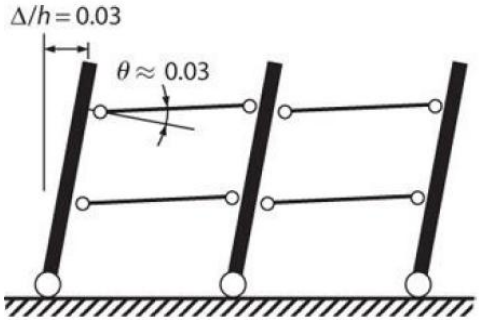
Veza duktilnosti krivine u plastičnom zglobu i faktora ponašanja

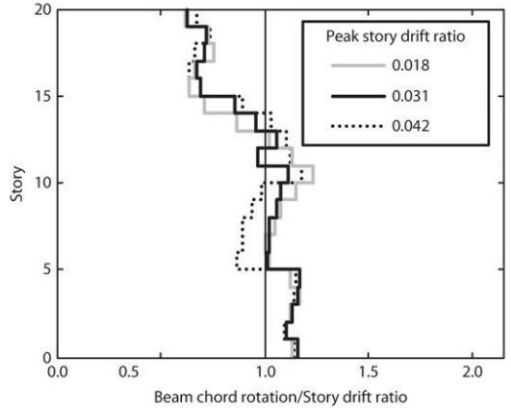
- Poželjna mesta momentnih plastičnih zglobova



- Pod pretpostavkom istovremene pojave plastičnih zglobova, rotacije tetiva krajeva greda i stubova u osnovi su međusobno jednake i odgovaraju količniku pomeranja vrha zgrade i ukupne visine zgrade

$$\mu_\theta = \frac{\theta_u}{\theta_y} \approx \mu_\delta = \frac{\delta_u}{\delta_y}$$

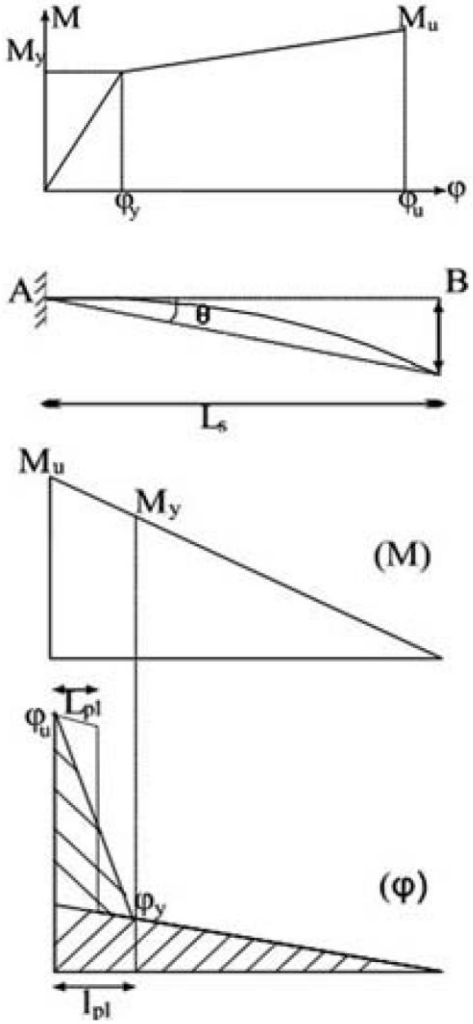




Veza duktilnosti krivine u plastičnom zglobu i faktora ponašanja

- Pri dostizanju granične plastične krivine približna trougaona raspodela krivine po dužini plastifikacije l_{pl} je zamenjena uniformnom raspodelom po manjoj dužini $L_{pl} \approx 0.5 l_{pl}$, odnosno tada je plastični deo krivine $\varphi_u - \varphi_y$ konstantan po dužini L_{pl} koja se naziva *dužina plastičnog zgloba*
- Granična plastična rotacija koja se razvija po dužini plastičnog zgloba iznosi

$$\theta_{pl,u} = (\varphi_u - \varphi_y) L_{pl}$$



Veza duktilnosti krivine u plastičnom zglobu i faktora ponašanja

- Pomeranje tačke B usled plastične rotacije, računato u odnosu na sredinu plastičnog zgloba, iznosi

$$\delta_{B,p} = \theta_{pl}(L_s - L_{pl}/2)$$

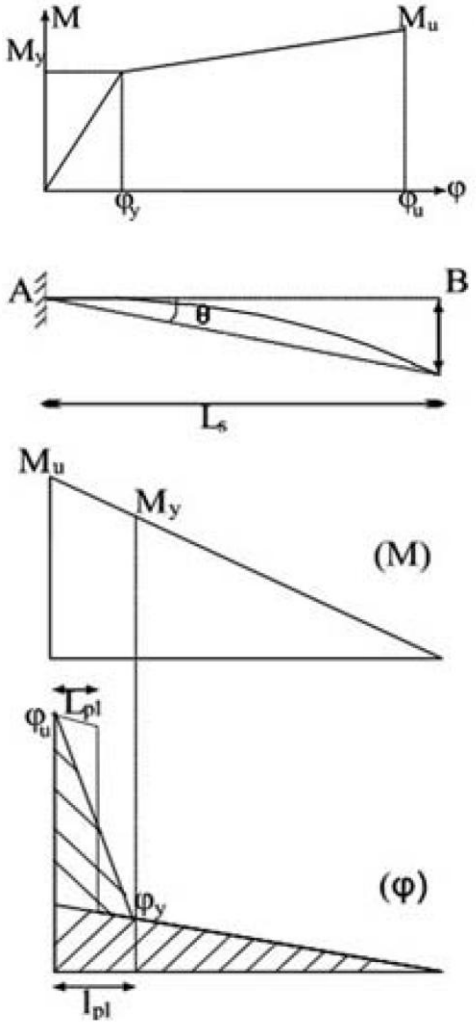
- Pomeranje tačke B usled elastičnih deformacija iznosi

$$\delta_{B,e} = \varphi_y L_s^2/3$$

- Granična rotacija tetive u tački A iznosi

$$\theta_u = \frac{\delta_B}{L_s} = \frac{\delta_{B,e} + \delta_{B,p}}{L_s} = \frac{1}{L_s}\left(\frac{\varphi_y L_s^2}{3} + (\varphi_u - \varphi_y)L_{pl}(L_s - \frac{L_{pl}}{2})\right)$$

$$\theta_u = \frac{\varphi_y L_s}{3} + (\varphi_u - \varphi_y)L_{pl}(1 - \frac{L_{pl}}{2L_s}) \qquad \theta_y = \frac{\varphi_y L_s}{3}$$



Veza duktilnosti krivine u plastičnom zglobu i faktora ponašanja

- Ako je krivina φ u tački A između krivine u trenutku dostizanja tečenja i granične krivine sledi

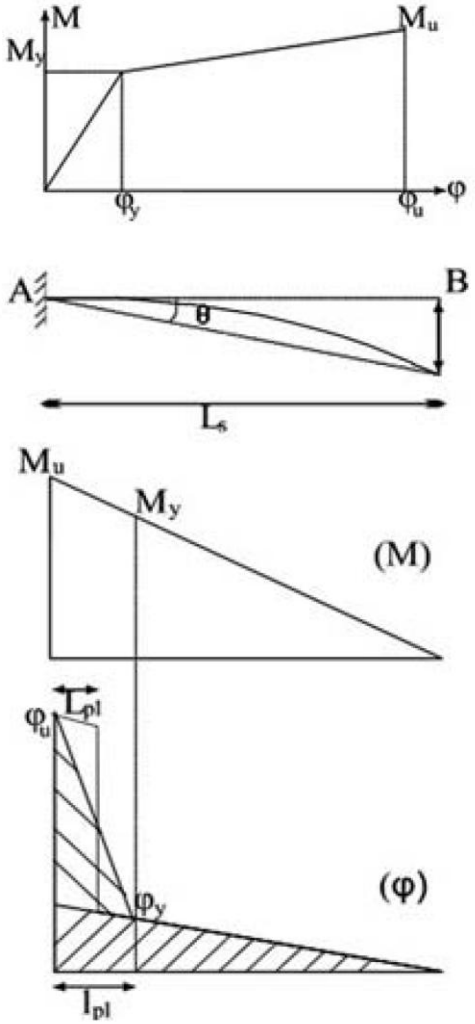
$$\theta = \frac{\varphi_y L_s}{3} + (\varphi - \varphi_y) L_{pl} \left(1 - \frac{L_{pl}}{2L_s}\right)$$

  - koristeći veze

$$\theta_y = \frac{\varphi_y L_s}{3} \qquad \mu_\theta = \frac{\theta}{\theta_y} \qquad \mu_\varphi = \frac{\varphi}{\varphi_y}$$

  - sledi

$$\mu_\theta = 1 + (\mu_\varphi - 1) \frac{3L_{pl}}{L_s} \left(1 - \frac{L_{pl}}{2L_s}\right)$$



Veza duktilnosti krivine u plastičnom zglobu i faktora ponašanja

- Dužina plastičnog zgloba EN 1998-3

$$L_{pl} = 0.1L_V + 0.17h + 0.24\frac{d_{bl}f_y[\text{MPa}]}{\sqrt{f_{ck}[\text{MPa}]}}$$

  - odnosno za uobičajen opseg parametara sledi
    - grede: $L_{pl} = 0.25L_V - 0.35L_V$
    - stubovi: $L_{pl} = 0.35L_V - 0.45L_V$
    - zidovi: $L_{pl} = 0.18L_V - 0.24L_V$

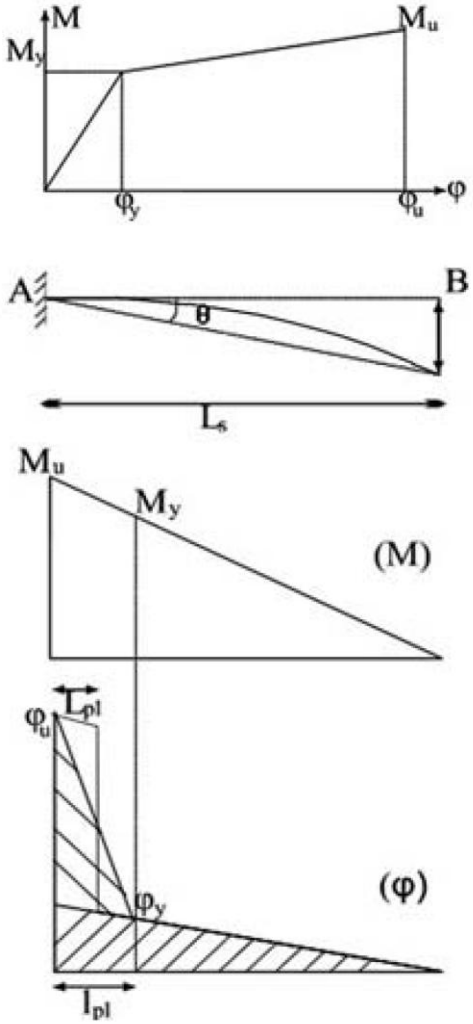
Komentar:
L_V – smičući raspon (odnos M/V). Za uobičajene grede i stubove jednak je polovini raspona

  - odnosno usvaja se manja vrednost za sve elemente (na strani sigurnosti jer se dobija konzervativna procena potrebne lokalne duktilnosti krivine)

$$L_{pl} \approx 0.2L_V \quad (L_{pl} \approx 0.2L_s)$$

- Sada sledi

$$\mu_\theta \approx \mu_\delta \approx 1 + 0.5(\mu_\varphi - 1) \Rightarrow \mu_\varphi = 2\mu_\delta - 1$$



Veza duktilnosti krivine u plastičnom zglobu i faktora ponašanja

- Zamenom

$$\mu_\delta = q \quad \text{za} \quad T_1 \geq T_c$$

$$\mu_\delta = 1 + (q-1)\frac{T_c}{T_1} \quad \text{za} \quad T_1 < T_c$$

u izraz $\mu_\varphi = 2\mu_\delta - 1$ sledi

uslov lokalne duktilnosti krivine prema EN 1998-1

$$\mu_\varphi = 2q_o - 1 \quad \text{ako je} \quad T_1 \geq T_c$$

$$\mu_\varphi = 1 + 2(q_o - 1)\frac{T_c}{T_1} \quad \text{ako je} \quad T_1 < T_c$$

Komentari:

- Faktor duktilnosti krivine μ_φ predstavlja odnos krivine pri 85% momentu postgranične nosivosti i krivine na početku tečenja, pod uslovom da granične dilatacije betona i čelika nisu prekoračene
- Koristi se q_o umesto q, jer q može da bude manje od q_o zbog neregularnosti po visini ili manjeg odnosa između visine i dužine zida ali smanjenje q ne može da smanji potrebu za lokalnom duktilnosti, tj. potrebna lokalna duktilnost može biti veća od one koja odgovara smanjenoj vrednosti q
- Ako se u kritičnim oblastima primarnih seizmičkih elemenata koristi podužna armatura klase B uslov lokalne duktilnosti krivine mora da bude veći za 1,5 puta

Granično stanje nosivosti

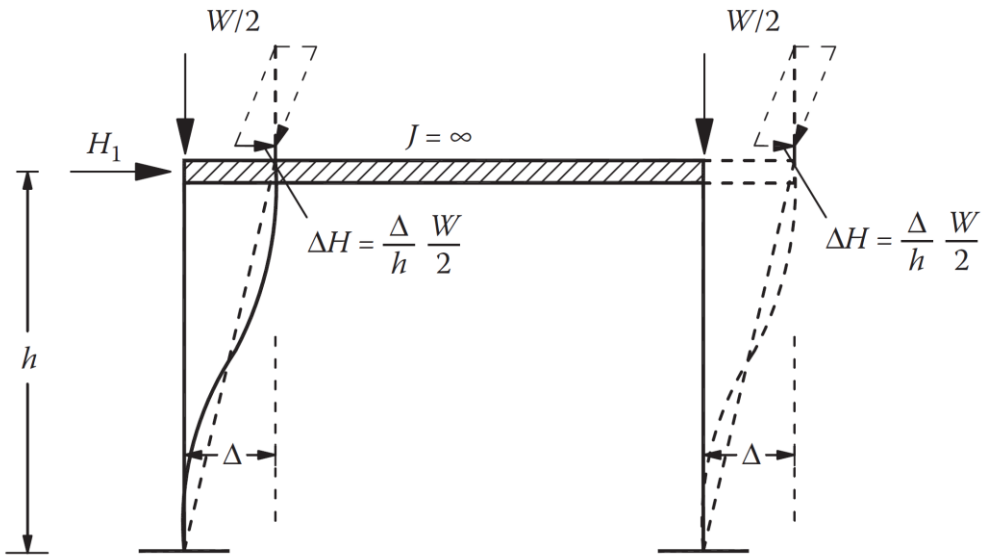
- **Ultimate limit state** (pokriva kontrolu nosivost i kontrolu kapaciteta deformacija, odnosno kontrolu duktilnosti)
- Granično stanje nosivosti obuhvata
  - kontrolu nosivosti
  - kontrolu globale i lokalne duktilnosti
  - kontrolu stabilnosti protiv preturanja i klizanja
  - kontrolu sposobnosti temelja da prihvati seizmičke i ostale uticaje bez značajnijih trajnih deformacija
  - kontrolu otpornost horizontalnih dijafragmi
  - kontrolu uticaja nekonstruktivnih elemenata na odgovor konstruktivnih elemenata
  - kontrolu dilatacija

Granično stanje nosivosti

- **Prema EN 1998-1 kontrola nosivosti sprovodi se procedurom baziranom na silama (FBD – Force based design)**
  - Određivanje uticaja linearno-elastičnom analizom za seizmičko dejstvo definisano preko spektra odgovora ubrzanja redukovanog sa faktorom ponašanja *q*
  - Na osnovu kombinacija dejstva prvo se dimenzionišu kritične zone, tj. zone u kojima se očekuje plastifikacija, na osnovu uticaja iz analize
  - Zatim se dimenzionišu ostale zone u kojima se ne očekuje plastifikacija pomoću metode programiranog ponašanja
  - Pošto je dimenzionisanje sprovedeno na redukovane seizmičke sile očekuje se plastifikacija u kritičnim zonama pa se mora obezbediti odgovarajuća lokalna duktinost u plastičnim zglobovima adekvatnim dimenzionisanjem i konstrukcijskim detaljima. U zonama koje ostaju u linearno elastičnoj oblasti odgovora obezbeđuje se samo adekvatna nosivost
- **Procedura bazirana na pomeranjima (DBD – Displacement based design)...**

Granično stanje nosivosti

- **Efekti drugog reda – linearno elastična analiza – EN 1998-1**



Približno obuhvatanje

- Ram je opterećen ukupnim gravitacionim opterećenjem W
- Ram se usled seizmičke sile H_1 pomerio za veličinu Δ
- Vertikalnu silu $W/2$ razlažemo na silu u pravcu tetive stuba i na horizontalnu komponentu

$$\Delta H_{1,2} = \frac{\Delta}{h} \cdot \frac{W}{2}$$

- Ram je sada pored sile H_1 dopunski opterećen zbog uticaja drugog reda sa horizontalnom silom $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2$

$$\Delta H = \frac{\Delta}{h} W$$

- Umesto spratnog pomeranja, kao na slici, za svaki sprat se koristi relativno spratno pomeranje d_r i uvodi se koeficijent osetljivosti međuspratnog relativnog horizontalnog pomeranja kao odnos smičuće sile usled efekata drugog reda i same te sile ($\Delta H/H$)

$$\boldsymbol{\theta = \frac{W_{tot} d_r}{H_{tot} h}}$$

Granično stanje nosivosti

- **Efekti drugog reda – linearno elastična analiza – EN 1998-1**
  - Vrednosti iz izraza za θ treba da se dese istovremeno usled iste kombinacije opterećenja, pa bi se pri modalnoj spektralnoj analizi (MDOF sistem) trebalo odrediti θ za svaki razmatrani prvac i za svaki ton koji se uzima u analizi nakon čega se dobijene vrednosti kombinuju
  - **Ne moraju da se uzimaju o obzir ako je ispunjen uslov za svaki sprat**

$$\boldsymbol{\theta = \frac{P_{tot} d_r}{V_{tot} h} \leq 0.1}$$

    - gde je
      - θ – koeficijent osetljivosti međuspratnog relativnog horizontalnog pomeranja koji je jednak odnosu povećanja smičuće sile zbog efekata drugog reda i same smičuće sile
      - P_{tot} – ukupno gravitaciono opterećenje na i iznad posmatranog sprata u seizmičkoj proračunskoj sitaciji
      - d_r – proračunsko međuspratno relativno horizontalno pomeranje izračunato kao razlika između osrednjenih horizontalnih pomeranja d_s na vrhu i na dnu posmatranog sprata (razlika horizontalnih pomeranja na vrhu i i na dnu sprata u centru mase tavanice). Vrednost d_s ne treba da bude veća od vrednosti koja je dobijena primenom elastičnog spektra odgovora
      - V_{tot} – ukupna seizmička smičuća sila u posmatranom spratu
      - h – međuspratna visina

Granično stanje nosivosti

- **Efekti drugog reda – linearno elastična analiza – EN 1998-1**
  - **Ako je na bilo kom spratu ispunjen uslov**

$$0.1 < \theta \leq 0.2$$

    - uticaji drugog reda moraju da se uzmu za celu konstrukciju. Približno se obuhvataju u proračunu množenjem relevantnih seizmičkih uticaja određenih linearno-elastičnom analizom sa faktorom

$$\frac{1}{1-\theta}$$

    - gde se za veličinu θ konzervativno koristi ekstremna vrednost određena na osnovu svih spratnih vrednosti
  - **Vrednost θ ne sme da pređe 0.3 (ako pređe treba povećati krutost konstrukcije), a ako pređe vrednost 0.2 tebalo bi sprovesti proračun prema geometrijski nelinearnoj analizi**
  - Uvećanje uticaja prvog reda koeficijentom $1/(1-\theta)$ pretpostavlja postojanje krutih tavanica u svojoj ravni, međutim ako taj uslov nije ispunjen potrebno je koristiti nelinearne metode proračuna

Granično stanje upotrebljivosti
Granično stanje ograničenja oštećenja

- Granično stanje nosivosti – intenzitet zemljotresa sa povratnim periodom od 475. godina
- Granično stanje oštećenja – intenzitet zemljotresa sa povratnim periodom 95. godina (slabiji intenzitet od prethodnog)
- **Proračun pomeranja**

$$d_s = q_d d_e$$

$$\mu_\delta = q \quad \text{za} \quad T_1 \geq T_c$$

$$\mu_\delta = 1 + (q-1)\frac{T_c}{T_1} \quad \text{za} \quad T_1 < T_c$$

  - gde je
    - d_s – pomeranje tačke usled projektnog seizmičkog dejstava
    - q_d – faktor ponašanja za pomeranja koji je jednak q osim ako nije drugačije navedeno. Generalno, q_d je veće od q ako je $T_1 < T_c$
    - d_e je pomeranje iste tačke konstrukcijskog sistema koje je određeno prema linearno elastičnoj analizi zasnovanoj na projektnom spektru odgovora pri čemu moraju da se uzmu i uticaji torzionih efekata
  - Pomeranja određena nelinearnom statičkom ili nelinaearnom dinamičkom analizom predstavljaju *stvarna* pomeranja

Granično stanje upotrebljivosti

- **Ograničenje relativnog spratnog pomeranja**
  - Zgrade koje poseduju nenoseće elemente od krtih materijala koji su vezani za konstrukciju

$$\boldsymbol{d_r \nu \leq 0.005h}$$

  - Zgrade koje sadrže duktilne nenoseće elemente

$$\boldsymbol{d_r \nu \leq 0.0075h}$$

  - Zgrade koje poseduju nenoseće elemente koji su vezani tako da ne ometaju deformaciju konstrukcije ili za zgrade bez nenosećih elemenata

$$\boldsymbol{d_r \nu \leq 0.010h}$$

    - gde je
      - d_r međuspratno relativno horizontalno pomeranje, tj. razlika horizontalnih pomeranja d_s na vrhu i na dnu posmatranog sprata (na osnovu projektnog zemljotresa sa povratnim periodom od 475. godina)
      - h međuspratna visina
      - ν faktor redukcije (klase značaja I i II $\nu = 0.5$; klase značaja III i IV $\nu = 0.4$) koji obuhvata kraći povratni period zemljotesa (95. godina) koji se koristi za kontrolu graničnog stanja oštećenja

Kombinacije dejstava u seizmičkoj proračunskoj situaciji

$$\sum_{\mathbf{j}\geq\mathbf{1}} \boldsymbol{G_{k,j}} \text{ " + " } \boldsymbol{P} \text{ " + " } \boldsymbol{A_{Ed}} \text{ " + " } \sum_{\mathbf{i}\geq\mathbf{1}} \boldsymbol{\Psi_{2,i} * Q_{k,i}}$$

- gde je $\boldsymbol{A_{Ed}}$ proračunska vrednost seizmičkog dejstva i $\Psi_{2,i}$ koeficijent kombinacije za kvazi-stalnu vrednost za promenljivo dejstvo
- **Parcijalni koeficijenti za dejstva** (povećanje vrednosti dejstava) jednaki su **1,0** jer se filozofija bazira na faktorima ponašanja (smanjivanje vednosti seizmičkog dejstva)
- U EN 1992-1-1 usvojeni su manji **parcijalni koeficijenti za matrerijal** za incidentne proračunske situacije u koje spada i zemljotres ($\gamma_c = 1.2$ i $\gamma_s = 1.0$). Međutim, u EN 1998-1 usvojeni su za svojstva materijala parcijalni koeficijenti za stalne i prolazne proračunske situacije ($\boldsymbol{\gamma_c = 1.5}$ i $\boldsymbol{\gamma_s = 1.15}$) zbog činjenice da pri cikličnom ponašanju u plastičnoj oblasti usled dejstva zemljotresa nosivost u nekoj meri ipak degradira. Međutim, ovaj pristup pojednostavljuje proračun jer su isti parcijalni koeficijenti za materijal u seizmičkim i ostalim proračunskim situacijama. Pri projektovanju na neseizmička dejstva usvajanje donje granice nosivosti (veći parcijalni koeficijenti za materijal) je na strani sigurnosti. Međutim, u metodi programiranog ponašanja na strani sigurnosti je da se usvoji gornja granica nosivosti na savijanje u plastičnim zglobovima jer to prouzroguje određivanje većih smičućih sila kod greda i stubova koje se određuju na osnovu momenta nosivosti plastičnih zglobova na krajevima greda i stubova, tj. povećava se sigurnost od krtog smičućeg loma koji se ne sme dozvoliti

Kombinacije efekata komponenata seizmičkog dejstva

- Dve horizontalne komponente seizmičkog dejstva deluju istovremeno, a vertikalna komponenta seizmičkog dejstva se obuhvata pod određenim uslovima propisanim u EN 1998-1

> **(1)** Ako je a_{vg} veće od **0,25*g*** (odn. **2,5 m/s^2**) vertikalna komponenta seizmičkog dejstva, kao što je definisano u 3.2.2.3, mora da se uzme u obzir u sledećim navedenim slučajevima:
>
> - za horizontalne ili skoro horizontalne konstrukcijske elemente sa rasponima **20 m** ili više;
> - za horizontalne ili skoro horizontalne konzolne elemente duže od **5 m**;
> - za horizontalne ili skoro horizontalne prethodno-napregnute elemente;
> - za grede na koje su oslonjeni stubovi;
> - za konstukcije sa baznom izolacijom.

- **Kombinovanje se vrši na nivou uticaja, a ne na nivou komponenata seizmičkog dejstva**
- Malo je verovatno da će se ekstremne vrednosti efekata komponenata seizmičkog dejstva (ekstremne vrednosti uticaja za pojedine komponente seizmičkog dejstva) javiti istovremeno u svim pravcima

Kombinacije efekata komponenata seizmičkog dejstva

- Dobra aproksimacija za kombinovanje uticaja usled pojedinih komponenata seizmičkog dejstva je SRSS pravilo (slično kao kod kombinovanja ekstremnih vrednosti odgovora za pojedine tonove u modalnoj spektralnoj analizi), tzv. **osnovni način kombinovanja**

$$E_E = \sqrt{E_{Ex}^2 + E_{Ey}^2\ (+E_{Ez}^2)}$$

  - gde je E_E konačna (ekstremna) vrednost uticaja usled seizmičkog dejstava, a E_{Ex}, E_{Ey} i E_{Ez} su vrednosti uticaja usled seizmičkog dejstva za svaki pravac x, y i z posebno (određene iz svih relevantnih tonova modalnim kombinovanjem za svaki pravac x, y i z posebno)
- Prethodni način kombinovanja načelno daje konzervativan rezultat

Kombinacije efekata komponenata seizmičkog dejstva

- **Alternativan način kombinovanja** uticaja usled komponenata seizmičkog dejstva glasi

E_{Edx} "+" $0.3E_{Edy}$ "+" $0.3E_{Edz}$ $0.3E_{Edx}$ "+" E_{Edy} "+" $0.3E_{Edz}$ $0.3E_{Edx}$ "+" $0.3E_{Edy}$ "+" E_{Edz}

  - gde "+" znači „kombinuje se sa“, ali sa istim predznakom. Vrednost primenjenog koeficijenta 0.3 je posledica dogovora, a na taj način se uvodi realna situacija da zemljotres deluje pod uglom u odnosu na glavne pravce
- Kod osnovnog načina kombinovanja jedna kombinacija predstavlja efekte seizmičkog dejstva, a kod alternativnog načina javljaju se dve ili tri (ako se uzima efekat vertikalne komponente) kombinacije i svaka kombinacija u seizmičkoj proračunskoj situaciji gleda se sa alternativnim predznakom

Komentar:
Treba izbegavati upotrebu alternativnog načina kombinovanja komponenata seizmičkog dejstva

Primarni i sekundarni seizmički elementi

- **U skladu sa EN 1998-1 određeni broj konstrukcijskih elemenata može da se proglasi sekundarnim seizmičkim elementima. Najčešće su to grede i/ili stubovi**
- Podela se odnosi samo u odnosu na seizmičko dejstvo ali ne i u odnosu na ostala dejstva
- Doprinos sekundarnih seizmičkih elemenata na krutost i nosivost, na seizmička dejstva, se zanemaruje ali oni učestvuju u prihvatanju ostalih dejstava, u seizmičkoj proračunskoj situaciji, pri čemu moraju da se izlože pomeranjima koja su posledica seizmičkih dejstava
- Seizmička dejstva se prihvataju samo primarnim seizmičkim elementima

Primarni i sekundarni seizmički elementi

- **Osnovni razlozi zbog kojih se neki noseći elementi proglašavaju sekundarnim**
  - U zgradi se nalaze konstrukcijski elementi ili sistemi čija se analiza ne može bazirati na disipaciji energije i duktilnosti
    - Sistemi ploča sa ili bez kapitela direktno oslonjenih na stubove (sistemi bez greda; *Flat slab frames*) ili ramovi sa prethodno napregnutim gredama nisu predviđeni za prijem seizmičkih dejstava
      - Ploča oslonjena direkno na stubove nije pogodna za disipaciju seizmičke energije jer su dominantene smičuće sile probijanja
    - Kod ramova većih raspona sa prethodno napregnutim gredama zbog većih dimenzija greda praktično je nemoguće obezbediti uslov

$$\sum M_{Rd,c} \geq 1.3 \sum M_{Rd,b}$$

    - Kod prethodno navedenih sistema stubovi se klasifikuju kao sekundarni, a celokupno seizmičko dejstvo se prihvata drugim sistemima, npr. zidovima ili krućim ramovima

Primarni i sekundarni seizmički elementi

- **Osnovni razlozi zbog kojih se neki noseći elementi proglašavaju sekundarnim**
  - Zbog arhitektonskih razloga konstrukcijski elementi ne mogu da ispune zahteve u odnosu na geometriju, proračun ili detalje sa kojima se obezbeđuje disipacije energije ili duktilnost
    - Ekscentricitet ose grede u odnosu na osu stuba nije ispunjen
    - Dimenzija poprečnog preseka stuba u pravcu grede nije dovoljna da se ispuni kriterijum adekvatnog sidrenja šipki grede unutar čvora
    - Širina grede ne ispunjava uslov
    - Procenat armiranja grede u gornjoj zoni prevazilazi maksimalno dopušteni za primarne elemente
    - Kod greda malog raspona zbog primene metode programiranog ponašanja računska sila smicanja može da bude tako velika da obezbeđenje od loma betonske dijagonale ne bude moguće

Primarni i sekundarni seizmički elementi

- **Ograničenja pri klasifikovanju elemenata kao sekundarnih**
  - **Ukupan doprinos krutosti na horizontalno seizmičko dejstvo svih sekundarnih elemenata ne može da bude veći od 15% od doprinosa svih primarnih elemenata**
    - Potrebno je sprovesti dve analize za svaki horizontalan pravac
    - Jedna analiza uključuje doprinos sekundarnih elemenata, a druga potpuno zanemaruje doprinos sekundarnih elemenata
    - **Načini kontrole udela krutosti**
      - 1) Provera udela seizmičkih sila, u nivou prizemlja, koje prihvataju pojedine vrste elemenata
        - Ovaj pristup kod upotrebe različitih konstrukcijskih sistema u istom objektu, npr. dvojni ramovski i zidni sistemi, gde doprinos krutosti po visini varira, može da prouzrokuje pogrešan rezultat u smislu da u nivou prizemlja uslov bude ispunjen, a u gornjim etažama da uslov ne bude ispunjen
      - 2) Relativna spratna pomeranja određena analizom gde su sekundarni elementi isključeni treba da budu manja od 1,15 puta relativna spratna pomeranja izračunata sa uključenim sekundarnim elementima na svim spratovima
      - **Drugi način se preporučuje**

Primarni i sekundarni seizmički elementi

- **Ograničenja pri klasifikovanju elemenata kao sekundarnih**
  - **Proglašavanje nekih konstrukcijskih elemenata kao sekundarnih ne sme promeniti klasifikaciju sa neregularne na reglarnu konstrukciju**
    - **Sa aspekta vertikalne regularnosti ovo znači sledeće**
      - da ramovi, stubovi ili zidovi koji se ne prostiru po čitavoj visini zgrade ne mogu biti klasifikovani kao sekundarni da bi se konstrukcija na osnovu ostalih sistema koji se prostiru po čitavoj visini proglasila regularnom po visini
      - da kod ramovskih sistema gde se spratno ojačanje (odnos stvarne spratne nosivosti koju obezbeđuju vertikalni elementi i zidana ispuna prema nosivosti koja je potrebna prema analizi) neproporcionalno razlikuje između spratova. U ovom slučaju određeni vertikalni elementi ne mogu da se klasifikuju kao sekundarni na pojedinim spratovima da se ublaži razlika između pojedinih spratnih ojačanja
    - **Sa aspekta regularnosti u osnovi ovo znači sledeće**
      - proglašavanje nekih elemenata sekundarnim ne bi smeo da se smanji ekscentricitet između centra masa i centra krutosti ispod 30% od torzionog radijusa
      - proglašavanjem nekih elemenata sekundarnim ne bi smelo da prouzrokuje povećanje torzionog radijusa tako da bude veći od radijusa inercije mase tavanice

Primarni i sekundarni seizmički elementi

- **Analiza sekundarnih elemenata**
  - Njihove veze i obrada detalja treba da im obezbedi nošenje gravitacionih opterećenja kada su izloženi maksimalnim pomeranjima usled seizmičkog dejstva
  - Maksimalna pomeranja pri seizmičkom dejstvu mogu se odrediti iz seizmičke analize konstrukcije u kojoj je doprinos sekundarnih seizmičkih elemenata bočnoj krutosti zanemaren, a krutost na savijanje i smicanje primarnih seizmičkih elemenata modelira se sa presecima sa prslinama i obuhvataju se efekti drugog reda
  - **Postupak određivanja uticaja u sekundarnim elementima (dve analize za svaki horizontalan pravac; Fardis, 2009)**
    - **Analiza 1 (model 1)**
      - Zanemaruje doprinos sekundarnih elemenata na bočnu krutost
    - **Analiza 2 (model 2)**
      - Obuhvata doprinos sekundarnih elemenata na bočnu krutost

Primarni i sekundarni seizmički elementi

- **Analiza sekundarnih elemenata**
  - Napomene za formiranje modela 1
    - Isključivanje bočne krutosti sekundarnih elemenata
      - redukcija momenta inercije ili
      - postavljanje tzv. *momentnih zglobova* na krajevima sekundarnih elemenata
    - Primarni elementi
      - Pri modeliranju obuhvataju se prsline kroz smanjenje krutosti poprečnih preseka na savijanje i smicanje
    - Efekti drugog reda se obuhvataju
  - **Model 1** služi za klasifikaciju elemenata kao sekundarnih, za proračun primarnih seizmičkih elemenata pri seizmičkom dejstvu i za određivanje maksimalnih pomeranja pri seizmičkom dejstvu koja se koriste dalje u analizi modela 2
  - **Model 2** se koristi za proračun sekundarnih elemenata u seizmičkoj proračunskoj situaciji i za proračun cele konstrukcije u svim ostalim proračunskim situacijama

Primarni i sekundarni seizmički elementi

- **Analiza sekundarnih elemenata**
  - Sekundarnim elementima treba obezbediti nosivost koja obezbeđuje elastični odgovor pri maksimalnim pomeranjima usled seizmičkog dejstva
  - Maksimalna pomeranja se određuju na modelu 1, koji je fleksibilniji u odnosu na model 2, da bi se obuhvatio najnepovoljniji slučaj njihovog naprezanja
  - Zbog ovoga će uticaji u sekundarnim elementima, za koje se koristi model 2, biti veći od onih koji bi se javili kada bi konstrukcija imala elastičan odgovor pri dejstvu zemljotresa, i to biće veći srazmerno odnosu pomeranja određenih na modelu 1 i modelu 2
  - Zbog toga se uticaji u sekundarnim elementima iz modela 2 (koji služi za njihovo dimenzionisanje) množe sa faktorom ponašanja *q* (pravilo jednakih pomeranja) ali se još i množe sa odnosom relativnih spratnih pomeranja određenih na modelu 1 i modelu 2 (ovaj odnos predstavlja dobru procenu za ove uticaje iz prethodne stavke)

Primarni i sekundarni seizmički elementi

- **Analiza sekundarnih elemenata**
  - U modelu 2 kombinacija opterećenja u seizmičkoj proračunskoj situaciji glasi

$$\sum_{j\geq 1} G_{k,j} \text{ " + " } \gamma \cdot A_{Ed} \text{ " + " } \sum_{i\geq 1} \Psi_{2,i} \cdot Q_{\mathrm{k,i}} \qquad \gamma = q \cdot \frac{d_{r,1,m}}{d_{r,2,m}} \cdot \frac{1}{1-\theta_m}$$

    - gde su
      - $d_{r,1,m}$ – relativno spratno pomeranje u modelu 1 na *m*-tom spratu
      - $d_{r,2,m}$ – relativno spratno pomeranje u modelu 2 na *m*-tom spratu
  - Za kruće konstrukcije ($T_1 < T_c$) ne važi princip jednakih pomeranja pa se umesto faktora ponašanja q u koeficijentu γ može koristiti faktor koji je jednak desnoj strani jednačine

$$\mu_\delta = 1 + (q-1)\frac{T_c}{T_1} \quad \text{ako je} \quad T_1 < T_c$$

  - Dimenzionišu se u skladu sa EN 1992-1-1

Metode linearne seizmičke analize konstrukcija

Vrste seizmičkih analiza

- **Za seizmičku analizu konstrukcija potrebni su nam podaci o seizmičkom dejstvu i o konstrukciji**
  - Seizmičko dejstvo krije u sebi nesigurnosti iz prostog razloga što ne možemo tačno unapred znati kakav će se zemljotres desiti u eksploatacionom veku objekta već se na osnovu prethodnih zemljotresa procenjuje probabilističkim metodama šta će biti u narednom periodu
  - Ponašanje konstrukcije krije nesigurnosti pogotovo u nelinearnoj oblasti odgovora
  - Zbog prethodno nabrojanih nesigurnosti i rezultati analiza sadrže nesigurnosti
- **S obziroma na prethodne činjenice seizmička sigurnost konstrukcija može (mora) da se postigne kombinacijom odgovarajuće dispozicije objekta, korektne analize, pravilnog dimenzionisanja i pravilnog konstrukcijskog oblikovanja**
- **Kod numeričke analize, primenjeni model treba da obuhvati sve navažnije parametre i da bude što je moguće jednostavniji**

Vrste seizmičkih analiza

- **Primenjuju se dve vrste analize**
  - **Linearna analiza**
    - Određivanje naponsko-deformacijskog stanja za potrebe dimenzionisanja
    - Bitan parametar, između ostalih, je krutost
    - Kontrola funkcionalnosti posle slabijih zemljotresa
  - **Nelinearna analiza**
    - Neophodno je poznavanje svih geometrijskih i mehaničkih karakteristike konstrukcije
    - Bitni parametri, između ostalih su, pored krutosti, i nosivost i duktilnost
    - Kontrola sigurnosti konstrukcije posle jakih zemljotresa
    - Ključan rezultati su dostignuti nivo i raspored ostvarenih oštećenja tokom jakog zemljotresa na osnovu čega se procenjuju seizmičke performanse (ponašanje) konstrukcije
- **Pri elastičnim analizama osnovni parametri dinamičkog modela su masa, krutost, prigušenje i seizmičko dejstvo**
- **Pri nelastičnim analizama osnovni parametri dinamičkog modela su masa, krutost, prigušenje, nosivost, duktilnost i seizmičko dejstvo**

Metode linearno-elastične analize EN 1998-1

- U zavisnosti od karakteristika konstrukcije zgrade (kriterijumi za konstrukcijsku regularnost) mogu da se koriste sledeća dva tipa linearne analize
  - **metoda ekvivalentnih bočnih sila** i
  - **multimodalna spektralna analiza**

Tabela 4.1: Posledice konstrukcijske regularnosti na seizmičku analizu i projektovanje

Regularnost		Dozvoljeno uporošćenje		Faktor ponašanja za linearnu analizu
U osnovi	Po visini	Model	Linearno-elastična analiza	
Da	Da	Ravanski	Bočne sile [a]	Referentna vrednost
Da	Ne	Ravanski	Modalna	Smanjena vrednost
Ne	Da	Prostorni [b]	Bočne sile [a]	Referentna vrednost
Ne	Ne	Prostorni	Modalna	Smanjena vrednost

- Alternativa linearnom pristupu su nelinearne analize (geometrijska i materijalna nelinearnost)
  - **nelinearna statička (pushover) analiza** i
  - **nelinearna dinamička analiza vremenskog odgovora**

Metoda ekvivalentnih bočnih sila EN 1998-1

- **Predstavlja pojednostavljen pristup**
- **Videti deo *Dinamika konstrukcija – Rekapitulacija osnovnih jednačina za linearnu seizmičku analizu konstrukcija***
- Može da se primeni na zgrade koje mogu da se analiziraju sva dva ravanska modela i čiji odgovor ne zavisi bitno od uticaja viših svojstvenih oblika slobodnih vibracija
- Za primenu mora biti ispunjeno sledeće

(a) zgrade koje imaju osnovne periode slobodnih vibracija T_1 za svaki od dva glavna pravca, koji su manji od sledećih vrednosti:

$$T_1 \leq \begin{cases} 4\,T_C \\ 2{,}0\ \text{s} \end{cases}$$

gde je T_C definisano u članu 3.2.2.2;

(b) zgrade zadovoljavaju kriterijume regularnosti po visini date u članu 4.2.3.3.

Metoda ekvivalentnih bočnih sila EN 1998-1

- **Ukupna smičuća sila u osnovi za svaki pravac**

$$F_b = S_d(T_1) \cdot m \cdot \lambda \qquad (4.5)$$

gde je

$S_d(T_1)$	ordinata projektnog spektra za period T_1 (videti 3.2.2.5)
T_1	osnovni period slobodnih vibracija za posmatrani horizontalan pravac
m	ukupna masa zgrade iznad temelja ili iznad vrha krutog podruma, koja je izračunata u skladu sa 3.2.4(2)
λ	korekcioni faktor, čija je vrednost jednaka $\lambda = 0{,}85$ ako je $T_1 \leq 2T_C$ i zgrada ima više od dva sprata, dok je $\lambda = 1{,}0$ u svim drugim slučajevima.

- **Raspodela horizontalnih seizmičkih sila**

$$F_i = F_b \frac{s_i \cdot m_i}{\sum s_j \cdot m_j} \qquad (4.10)$$

gde je

F_i	horizontalna sila koja deluje na sprat i;
F_b	seizmička sila u osnovi zgrade u skladu sa izrazom (4.5);
s_i i s_j	su amplitude pomeranja masa m_i i m_j u osnovnom svojstvenom obliku;
m_i i m_j	su spratne mase određene u skladu sa 3.2.4(2).

Metoda ekvivalentnih bočnih sila EN 1998-1

Procena T_1

(3) Za zgrade sa visinama do **40 m**, vrednost osnovnog perioda T_1 (izražena u **s**) može da se približno odredi prema sledećem izrazu:

$$T_1 = C_1 \cdot H^{3/4} \quad (4.6)$$

gde je

- C_1 jednako **0,085** za prostorne čelične okvire, **0,075** za prostorne betonske okvire i za čelične okvire sa ekscentričnim spregovima, kao i **0,050** za ostale konstrukcije;
- H visina zgrade, u metrima, od temelja ili od vrha krutog podruma.

(4) Alternativno, za konstrukcije sa betonskim ili zidanim smičućim zidovima, vrednost C_1 u izrazu (4.6) može da se uzme da je jednaka:

$$C_1 = 0.075\sqrt{A_c} \quad (4.7)$$

gde je

$$A_c = \sum\left[A_i\,(0,2 + (\frac{l_{wi}}{H}))^2\right] \quad (4.8)$$

kao i

- A_c je totalna efektivna površina smičućih zidova prvog sprata zgrade, u $\mathbf{m^2}$
- A_i je efektivna površina poprečnog preseka smičućeg zida i u posmatranom pravcu prvog sprata zgrade, u $\mathbf{m^2}$;
- H je definisano u tački (3) ovog člana;
- l_{wi} je dužina smičućeg zida i u prvom spratu u pravcu koji je paralelan sa primenjenim silama, izražena u metrima, sa ograničenjem da odnos l_{wi}/H ne prelazi **0,9**.

(5) Alternativno, procena osnovnog perioda T_1 (izražena u **s**) može da se izvrši prema sledećem izrazu:

$$T_1 = 2\sqrt{d} \quad (4.9)$$

gde je

- d jednako horizontalnom elastičnom pomeranju vrha zgrade, izraženo u metrima, usled gravitacionih sila koje su primenjene u horizontalnom pravcu.

Slučajni torzioni efekti

(1) Ako su horizontalna krutost i masa simetrično raspoređeni u osnovi zgrade i ako slučajni ekscentricitet opisan u članu 4.3.2(1)P nije uzet u obzir nekim tačnijim postupkom (npr. datim u članu 4.3.3.3.3(1)), slučajni torzioni efekti mogu da se uzmu u obzir tako što se uticaji u pojedinim nosećim elementima, dobijeni primenom člana 4.3.3.2.3(4), pomnože sa faktorom δ, koji je dat sa:

$$\delta = 1 + 0,6\frac{x}{L_e} \quad (4.12)$$

gde je

- x rastojanje posmatranog nosećeg elementa od centra mase zgrade u osnovi, mereno upravno na pravac zemljotresnog dejstva koje se analizira;
- L_e rastojanje između dva međusobno najudaljenija noseća elementa u osnovi, mereno upravno na pravac zemljotresnog dejstva koje se analizira.

(2) Ako se analiza sprovodi primenom dva ravanska modela, po jedan za svaki glavni horizontalni pravac, torzioni efekti mogu da budu određeni tako što se udvostruči slučajna ekscentričnost e_{ai} u izrazu (4.3) i primeni odredba (1) ovog člana, pri čemu je faktor **0,6** u izrazu (4.12) povećan na **1,2.**

Multimodalna spektralna analiza EN 1998-1

- **Modalna analiza + metoda spektra odgovora = multimodalna spektralna analiza**
- **Videti deo *Dinamika konstrukcija – Rekapitulacija osnovnih jednačina za linearnu seizmičku analizu konstrukcija***
- **Referentni metod** za određivanje uticaja usled seizmičkog dejstva (primenjuje se bez ograničenja na sisteme obuhvaćene sa EN 1998-1)
- **Potrebno je obuhvatiti uticaj svih tonova koji značajno doprinose odgovoru**, a da bi se to ispunilo potrebno je ispuniti sledeće (ako se koristi prostorni model neophodno je sledeće uslove ispuniti za svaki relevantan pravac)
  - Zbir efektivnih modalnih masa za razmatrane tonove mora da iznosi najmanje 90% od ukupne mase dinamičkog modela
  - Potrebno je obuhvatiti sve tonove sa efektivnim modalnim masama koje su veće od 5% od ukupne mase dinamičkog modela

Multimodalna spektralna analiza EN 1998-1

- **Slučajni torzioni efekti**

(1) Kada se u analizi koristi prostorni proračunski model, slučajni torzioni efekti navedeni u 4.3.2(1)P mogu da se odrede kao anvelope uticaja koji se dobijaju usled statičkih opterećenja koja se sastoje od torzionih momenata M_{ai} oko vertikanih osa svakog sprata i:

$$M_{ai} = e_{ai} \cdot F_i \qquad (4.17)$$

gde je

- M_{ai} torzioni momenat primenjen na sprat i oko njegove vertikalne ose (kroz centar mase)
- e_{ai} slučajan ekscentricitet ukupne mase sprata i u skladu sa izrazom (4.3) za sve relevantne pravce
- F_i horizontalna sila koja deluje na sprat i, kao što je prikazano u 4.3.3.2.3, za sve relevantne pravce.

(2) Uticaji od opterećenja u skladu sa (1) treba da se uzmu u obzir i sa pozitivnim i sa negativnim znacima (isti znak za sve spratove).

Komentar:
Primena metode ekvivalentnih bočnih sila se ne preporučuje. Kod zgrada neregularnih u osnovi koje zadovoljavaju uslove vertikalne regularnosti i uslove da je $T_1 \leq 4T_c$ i $T_1 \leq 2.0$ s, što znači da njihov odgovor ne bi trebalo da zavisi od viših tonova vibracija, upotreba metode ekvivalentnih bočnih sila može da *da* nekonzervativne rezultate. Preporučuje se da i kod *regularnih* zgrada treba primenjivati modalnu analizu sa spektrima odgovora koja svakako predstavlja i referentnu metodu.

Slučajni torzioni efekti – EN 1998-1

- **Čak iako je zgrada potpuno simetrična u osnovi u odnosu na dva ortogonalna pravca moguć je nepovoljan torzioni odgovor** jer je to idealna situacija koja je praktično neostvariva zbog varijacije krutosti i/ili nosivosti i/ili neravnomernog rasporeda mase u nivou etaža i/ili imperfekcija u konstrukciji, kao i zbog prostorne varijacije seizmičkog dejstva
- Takođe, **moguće su komponente torzionog kretanja tla, koje se ne uzimaju u obzir u seizmičkim analizama**, a koje mogu da izazovu torzioni odgovor čak i u potpuno simetričnim zgradama
- **Da bi se obuhvatile prethodno nabrojane nesigurnosti i da bi se osigurao minimum torzione otpornosti i krutosti sistema, kao i da bi se ograničile moguće posledice nepovoljnog nepredviđenog torzionog dejstva primenjuje se koncept „slučajne ekscentričnosti“**

Slučajni torzioni efekti – EN 1998-1

- Slučajni torzioni efekti **uvode se u analizu kroz pomeranje položaja centra mase svake tavanice** iz svoje nominalne pozicije za dodatni slučajni ekscentricitet koji iznosi

$$e_{ai} = \pm 0.05 L_i$$

  - gde je
    - e_{ai} slučajni ekscentricitet spratne mase u odnosu na nominalni položaj centra mase koji se primenjuje u istom smeru (isti znak) za sve spratove (posebno za x i y pravac i sa oba predznaka)
    - L_i je dimenzija tavanice upravno na pravac seizmičkog dejstva
- 3D modelima može da se obuhvati sprezanje translatornih i torzionih vibracija

Slučajni torzioni efekti – EN 1998-1

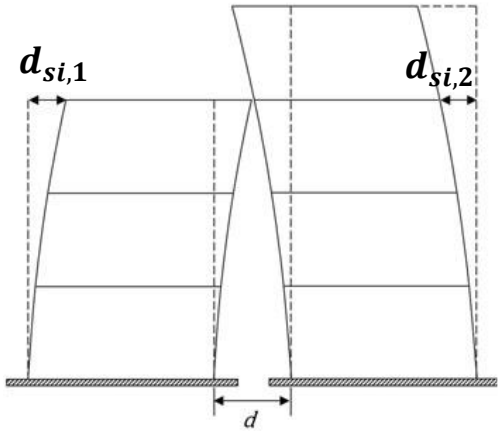
- **Kod 3D dinamičke analize pomeranje položaja centra mase svake tavanice generalno podrazumeva formiranje četiri modela što je nezgodno za praktičnu primenu pa se slučajni torzioni efekti u multimodalnoj spektralnoj analizi uvode indirektno preko spratnih torzionih momenata oko vertikalne ose, koji se određuju množenjem horizontalne seizmičke sile koja deluje na sprat sa slučajnim ekscentricitetom**, čije se dejstvo prenosi na vertikalne konstrukcijske elemente i prouzrokuje dodatne uticaje (posebno za x i y pravac i sa oba predznaka)
- **Pristup sa momentima torzije generalno ne daje iste rezultate kao pomeranje mase** ali je mnogo pogodniji za primenu pogotovo zbog toga što nema smisla pokušavati „tačno“ predvideti slučajne torzione efekte s ozirom da je to krajnje neizvesna pojava

Uslov seizmičke dilatacije – EN 1998-1

- **Potrebno je obezbediti zaštitu od sudara**
  - sa susednim objektima
  - između konstrukcijski nezavisnih delova iste zgrade
- Zaštita od sudara između konstrukcijski nezavisnih delova iste zgrade ili između dve zgrade (kontrola za svaki sprat)

$$d \geq \alpha \sqrt{max\left(d_{si,1}^2 + d_{si,2}^2\right)}$$

  - d je „svetlo“ rastojanje
  - Koeficijent $\alpha = 0.7$ za iste spratne visine nezavisnih delova iste zgrade ili dve susedne zgrade
  - Koeficijent $\alpha = 1.0$ za različite spratne visine nezavisnih delova iste zgrade ili dve susedne zgrade



Inercijalni efekti EN 1998-1

- **Masa dinamičkog modela**

$$\sum G_{k,i} \text{ "+" } \sum \Psi_{E,i} * Q_{k,i}$$

  - gde je $\Psi_{E,i}$ koeficijent kombinacije promenljivog dejstva koji uzima da opterećenja $Q_{k,i}$ nisu prisutna na celoj konstrukciji tokom zemljotresa

$$\Psi_{E,i} = \varphi \cdot \Psi_{2,i}$$

Tabela 6.2: Korisna opterećenja na podovima, balkonima i stepeništima zgrada

Kategorije opterećenih površina	q_k [kN/m^2]	Q_k [kN]
Kategorija A		
- podovi	1,5 do 2,0	2,0 do 3,0
- stepeništa	2,0 do 4,0	2,0 do 4,0
- balkoni	2,5 do 4,0	2,0 do 3,0
Kategorija B	2,0 do 3,0	1,5 do 4,5
Kategorija C		
- C1	2,0 do 3,0	3,0 do 4,0
- C2	3,0 do 4,0	2,50 do 7,0 (4,0)
- C3	3,0 do 5,0	4,0 do 7,0
- C4	4,5 do 5,0	3,5 do 7,0
- C5	5,0 do 7,5	3,5 do 4,5
Kategorija D		
- D1	4,0 do 5,0	3,5 do 7,0 (4,0)
- D2	4,0 do 5,0	3,5 do 7,0

Tabela 4.2: Vrednosti parametra φ u proračunu Ψ_{Ei}

Vrsta promenljivog dejstva	Sprat	φ
Kategorije A-C*	Krov	1,0
	Spratovi sa sadržajima u korelaciji	0,8
	Spratovi sa nezavisnim sadržajem	0,5
Kategorije D-F* i Arhive		1,0

Табела А1.1 — Вредности ψ коефицијената за зграде

Дејство	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Корисна оптерећења у зградама, према категорији (видети EN 1991-1-1)			
Категорија A: простори за становање и боравак	0,7	0,5	0,3
Категорија B: пословни простори	0,7	0,5	0,3
Категорија C: простори за окупљање људи	0,7	0,7	0,6
Категорија D: трговачки простори	0,7	0,7	0,6
Категорија E: складишни простори	1,0	0,9	0,8
Категорија F: саобраћајне површине, тежина возила ≤ 30 kN	0,7	0,7	0,6
Категорија G: саобраћајне површине, 30 kN < тежина возила ≤ 160 kN	0,7	0,5	0,3
Категорија H: кровови	0	0	0
Оптерећења од снега на зграде (видети EN 1991-1-3) за локације на надморској висини H > 1 000 m за локације на надморској висини H ≤ 1 000 m	0,70 0,50	0,50 0,20	0,20 0
Оптерећења од ветра на зграде (видети EN 1991-1-4)	0,6	0,2	0
Температура (осим од пожара) у зградама (видети EN 1991-1-5)	0,6	0,5	0

Modeliranje za linearnu seizmičku analizu

Napomene

Modeliranje

Tačnost je uslovljena tačnošću pojedinih faza, tj. prvenstveno zavisi od tačnosti najmanje tačne faze u postupku proračuna

Nivo tačnosti zemljotresnog dejstva?

Nivo tačnosti opisa neelastičnog ponašanja?

Često na odgovor utiče samo nekoliko najnižih frekvencija

→ Složen dinamički model nema smisla jer se ne mogu popraviti rezultati

→ Dinamički model je jednostavniji od statičkog

Krutost, sile u presecima (u funkciji izvoda pomeranja) i naponi

↓

Složeniji („tačniji“) matematički model

Inercijalne karakteristike i pomeranja konstrukcije

↓

Jednostavniji matematički model

↓ ↓

Optimalno

→ Statička analiza
Složeniji („tačniji“) model

Dinamička analiza
Jednostavniji model

Modeliranje

Složeniji statički model

↓

Postupak statičke kondenzacije → Eliminacija nebitnih stepeni slobode pomeranja koji su najčešće vezani za male inercijalne sile

↓

Jednostavniji dinamički model → **NAJČEŠĆE U SVAKODNEVNOJ PRAKSI**

- **Diskretni model (koncentrisane mase i zanemareni maseni momenti inercije)**
- **Inercijalno (dinamički) nespregnut sistem (matrica masa dijagonalna)**
- **Statički (elastično) spregnut sistem (matrica krutosti nije dijagonalna)**

Modeliranje

- **Grede i stubovi**
  - Linijski konačni elementi
  - Kod monolitne veze greda sa pločom, pri čemu greda može biti T (ploča sa obe strane) ili Γ (ploča sa jedne strane) poprečnog preseka, treba voditi računa o efektivnoj širini preseka
- **Čvorovi**

(a) Bez krutih čvornih zona



(b) Sa krutim čvornim zonama u gredama i stubovima (precenjana ukupna krutost konstrukcije)

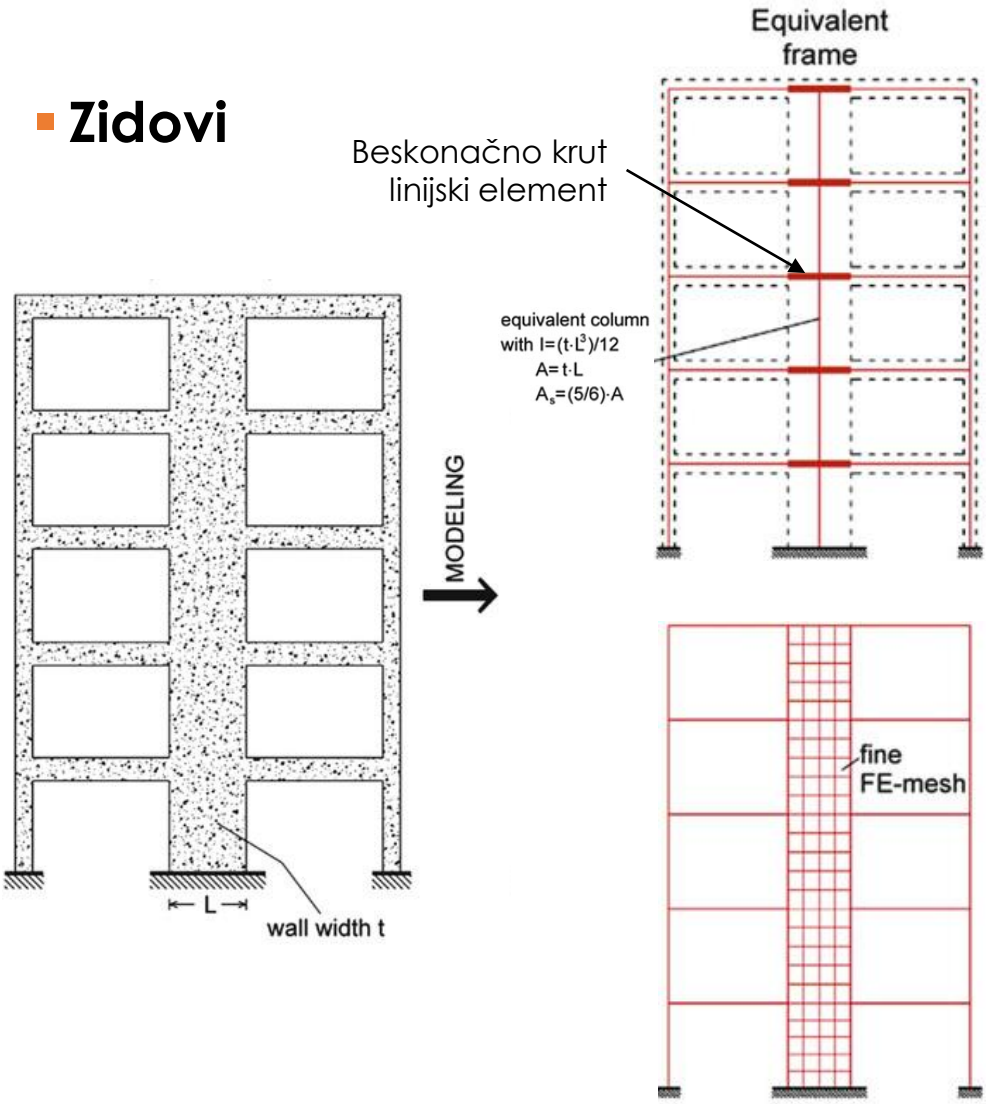


Komentari:

- Uobičajeno je da se kod elemenata manjih dimenzija i manje krutosti, a to su obično grede, deo unutar čvorne zone smatra beskonačno krutim, a krući elementi (obično stubovi) se modeliraju od čvora do čvora sa realnim karakteristikama
- Ako postoje krute zone na krajevima elementa onda se uticaji na kraju elastičnog dela koriste dalje u proračunu
- Ako na krajevima elementa nema krutih zona (stubovi) onda se za dalje analize mogu koristiti ili uticaju na kraju sistemne dužine (konzervativno) ili uticaji na donjem i gornjem licu greda na spoju sa stubom (realnija procena)

Modeliranje

- **Zidovi**



Komentari:

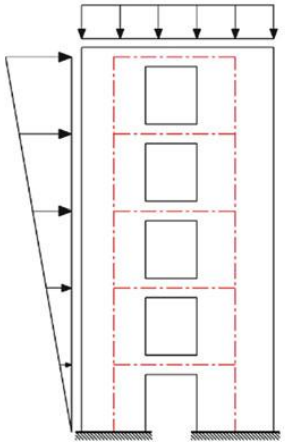
- Generalno, linijski model sa prihvatljivom tačnošću može se primeniti za zidove koji rade dominantno na savijanje i sa odnosom visine i dužine $h/L \geq 4$
- Kod složenih preseka zidova, kao npr. L, T, U i sl., nije preporučljivo koristiti linijske konačne elemente

Modeliranje

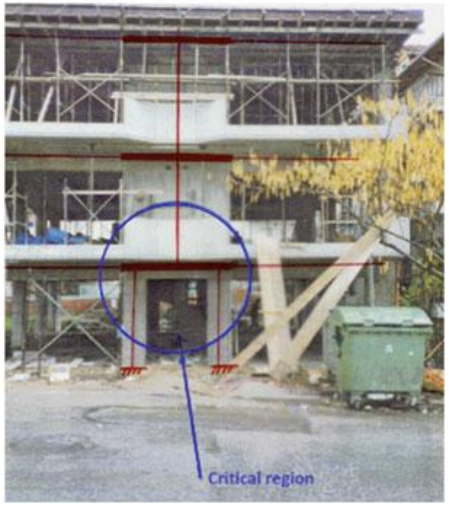
- **Grede, stubovi i zidovi**
  - Ekvivalentni ramovi





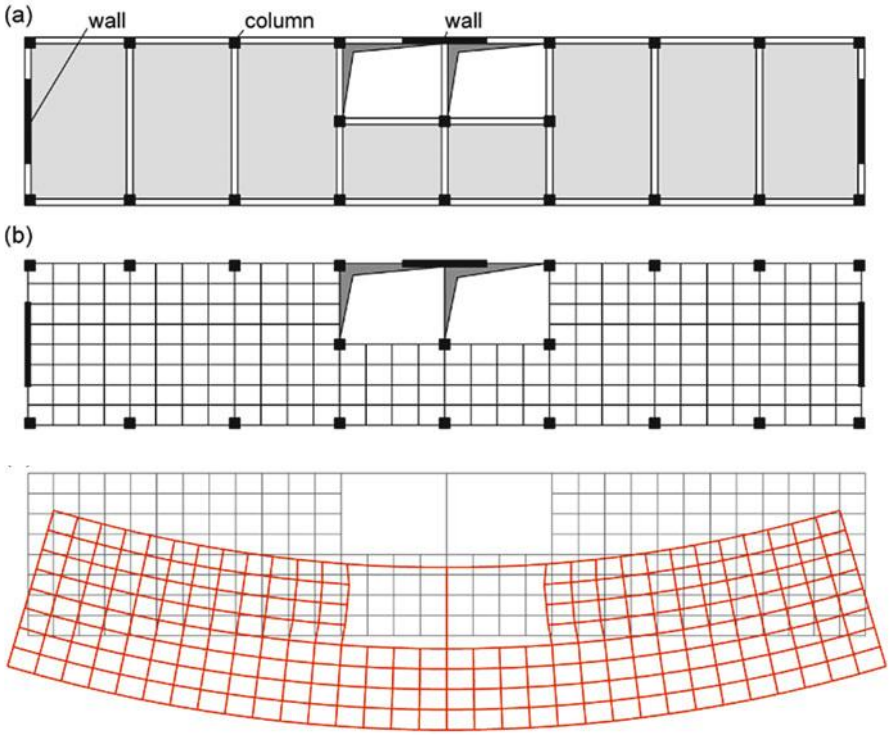


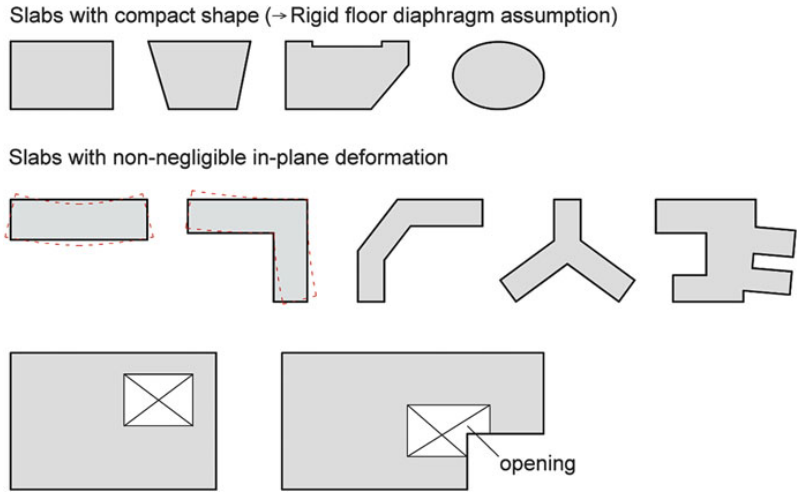


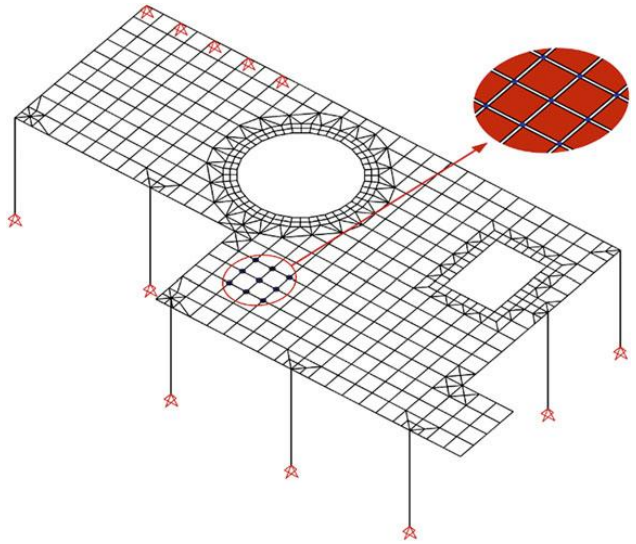


Modeliranje

- **Ploče**



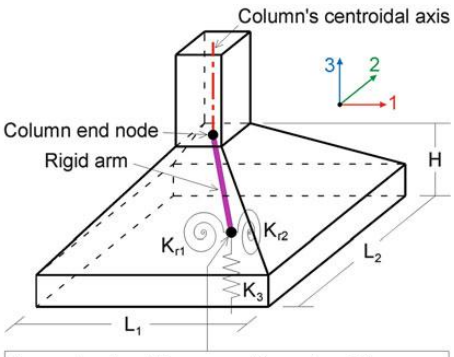




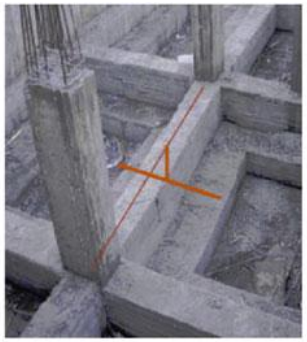
Modeliranje

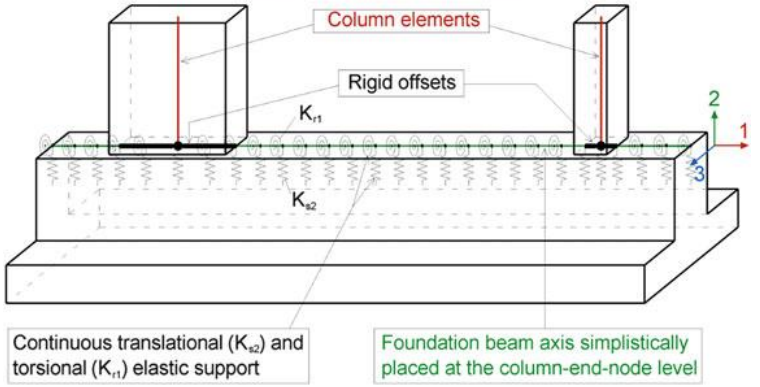
- **Temelji**

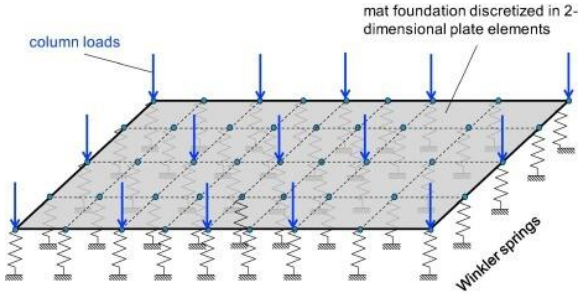


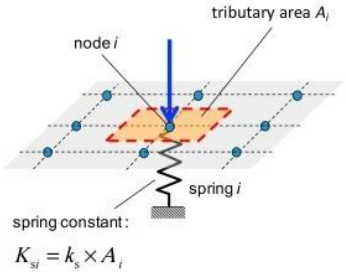


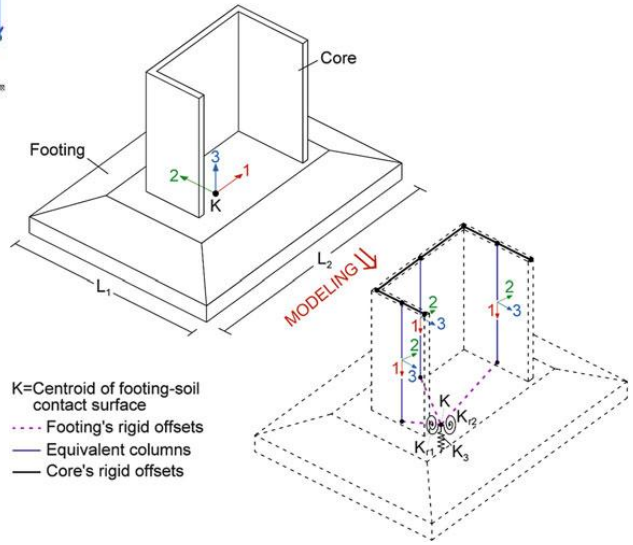
Support node at the geometric centre of the footing-soil contact surface. One vertical and two rotational springs with regard to the two horizontal axes simulate the soil's flexibility.











Komentar:
Winklerov model (najjednostavniji i najčešći u svakodnevnoj praksi) za obuhvatanje interakcije konstrukcije i tla

Tlo	Modul reakcije tla $\bar{k}_s$ (kN/m³)
Rastresiti pijesak	4 800 – 16 000
Srednje zbijeni pijesak	9 600 – 80 000
Zbijeni pijesak	64 000 – 128 000
Zaglinjeni srednje zbijeni pijesak	32 000 – 80 000
Muljeviti srednje zbijeni pijesak	24 000 – 48 000
Zaglinjeno tlo:	
$q_a \leq 200$ kPa	12 000 – 24 000
200 kPa $< q_a \leq 800$ kPa	24 000 – 48 000
$q_a > 800$ kPa	> 48 000

Modeliranje

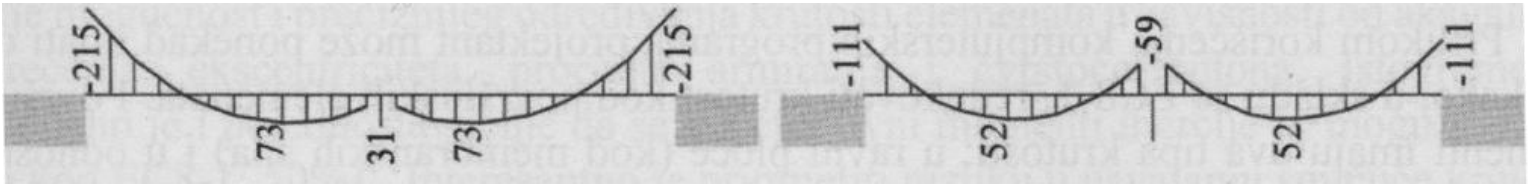
- **Zidovi ispune**
  - Ako znatno doprinose bočnoj krutosti i nosivosti treba da se uključe u model, tj. u tom slučaju zidanu ispunu je potrebno obuhvatiti u 3D modelu pri značajnoj neregularnosti u osnovi ili kod proračuna stubova na smicanje usled lokalnih efekata zidova ispune (EN 1998-1)
  - Posebno mogu da imaju efekte kod ramovskih konstrukcija
  - Prvi pristup
    - Modeliranje pritisnutom dijagonalom koja se oslanja na stub pri dnu i pri vrhu zidane ispune
    - Kod linearnih analiza može biti problem utvrditi koja je dijagonala pritisnuta jer se samo one uključuju u analizu
  - Drugi pristup
    - Modeliranje zidane ispune primenom MKE sa površinskim konačnim elementima
    - S obzirom na to da se degradacija ispune vrlo brzo dešava pri dejstvu zemljotresa modul elastičnosti zida treba redukovati faktorom 0.5 ili manjim
  - Ako uobičajeni zid ima više od jednog otvora (vrata i prozor) ili ako se odvoji od konstrukcije i poveže tako da neometa pomeranje same konstrukcije može se isključiti iz analize

Modeliranje

- **Efekat sekvencijalnog (faznog) građenja**
  - Uobičajeno u praksi je da se pri računskim analizama podrazumeva da konstrukcija AB zgrade nije izložena opterećenju dok nije u potpunosti izgrađena. Ovo nije prihvatljivo za sopstvenu težinu konstrukcije koja se postepeno dodaje kako se konstrukcija gradi
  - Na slici je prikazana razlika između momenata savijanja u gredi jednog AB rama na 15 spratu sa i bez uzimanja u obzir efekata sekvencijalnog građenja

Bez uzimanja u obzir efekata sekvencijalne gradnje

Sa uzimanjem u obzir efekata sekvencijalne gradnje



Modeliranje

- **Krutost u linearnim analizama**
  - Kod AB konstrukcija već pri relativno malom nivou opterećenja realni odnos sila-pomeranje nije linearan. **Pitanje je koju KRUTOST usvojiti za linearnu analizu.** Gornja granica je krutost homogenih (zanemarene prsline) preseka za AB, spegnute i zidane konstrukcije. Donja granica bi kod AB konstrukcija bila sekantna krutost koja odgovara trenutku početka tečenja armature. **KRUTOST bitno utiče na seizmički odgovor sistema**
  - Manja krutost znači duži period vibracija i veće pomeranje, dok seizmičko dejstvo (ubrzanje, tj. seizmičko opterećenje) zavisi od perioda i od oblika spektra odgovora. Sa izuzetkom konstrukcija čiji je osnovni period vrlo kratak, seizmičko opterećenje se obično smanjuje sa smanjenjem krutosti, ili se ne menja (ovo odgovara horizontalnom platou spektra ubrzanja u EN 1998-1)

Modeliranje

- **Krutost u linearnim analizama**
  - Tokom jakog zemljotresa očekuje se neelastično ponašanje sistema i znajući da su tada pomeranja i deformacije ključne za procenu seizmičkih performansi, preporuka data u EN 1998-1 je da treba uzeti u obzir uticaj prislina na krutost poprečnih preseka i da donja granica krutosti odgovara trenutku početka tečenja armature, odnosno potreban je iterativni postupak (analiza ... korekcija krutosti ... opet analiza ... korekcija krutosti ... dok se rezultati ne ustale)...
  - ... **da bi se izbegao nepraktičan iterativni postupak u EN 1998-1 data je vrlo jednostavna preporuka da se u linearnoj analizi betonskih i zidanih konstrukcija za fleksionu i smučuću krutost poprečnih preseka svih konstrukcijskih elemenata mogu usvojiti vrednosti koje su jednake 1/2 krutosti homogenih (neisprskalih) poprečnih preseka**

Modeliranje

- **Krutost u linearnim analizama**
  - Uniformna redukcija krutosti nije realna (ali je pogodna za proračun)
  - Aksijalne sile pritiska imaju za posledicu manji stepen pojave prslina pri cikličnom opterećenju
  - Aksijalni momenti inercije
    - ACI318, 2019
      - Stubovi: $I_{ef} = 0{,}7I_g$
      - Zidovi bez prslina: $I_{ef} = 0{,}7I_g$
      - Zidovi sa prslinama: $I_{ef} = 0{,}35I_g$
      - Grede: $I_{ef} = 0{,}35I_g$
      - Ravne ploče: $I_{ef} = 0{,}25I_g$
    - ASCE 41, 2013 (u zavisnosti od nivoa aksijalnog naprezanja)

$$\frac{I_{ef}}{I_g} = 0{,}7 \text{ za} \frac{\mathrm{P}}{A_g f_c} \geq 0{,}5 \qquad \frac{I_{ef}}{I_g} = 0{,}3 \text{ za} \frac{\mathrm{P}}{A_g f_c} \leq 0{,}1$$

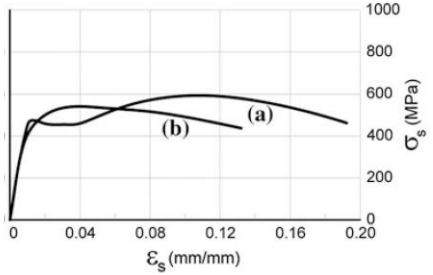
Napomena: između 0,5 i 0,1 – linearna interpolacija

Ponašanje betona i armature
Duktilnost

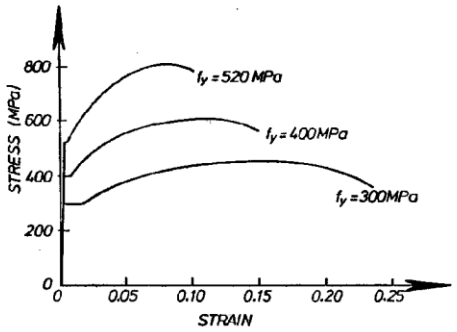
Čelik za armaturu i beton pri monotonom dejstvu

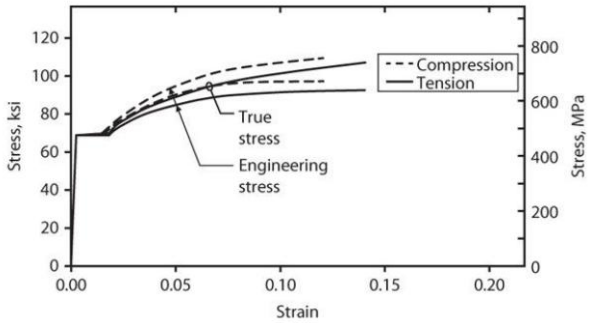
Komentar:
Površina ispod krive predstavlja disipiranu energiju

- Veliki kapacitet neelastičnog deformisanja bez značajnijeg gubitka nosivosti **čelika za armaturu (velika duktilnost)**

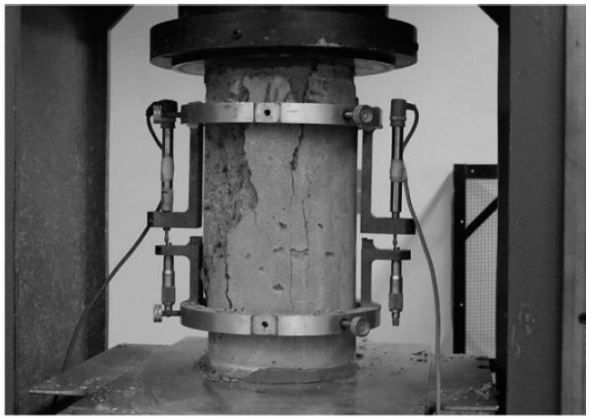


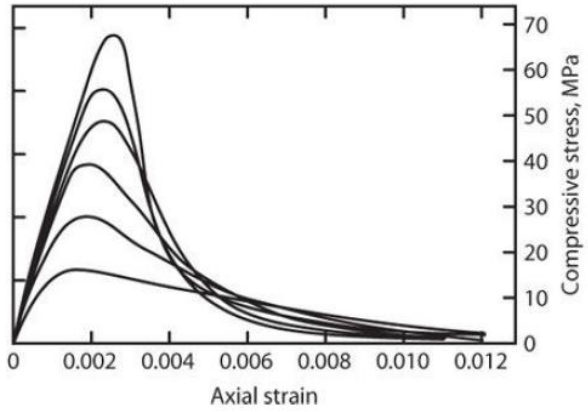
(a) the hot rolled and
(b) cold worked reinforcing bars





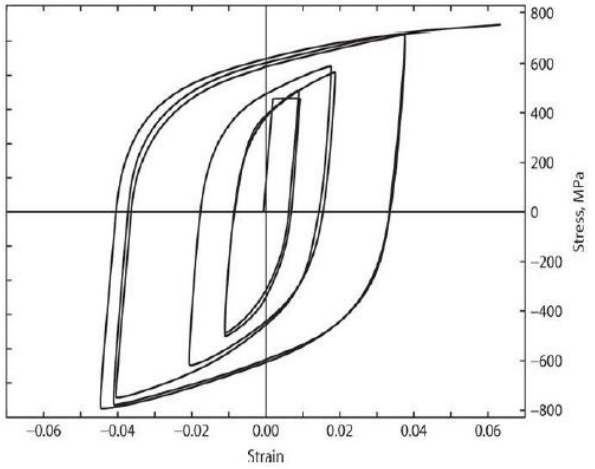
- **Ponašanje betona je krto** (cilindar izložen jednoaksijalnom pritisku; betoni viših klasa su manje duktilni od betona nižih klasa)



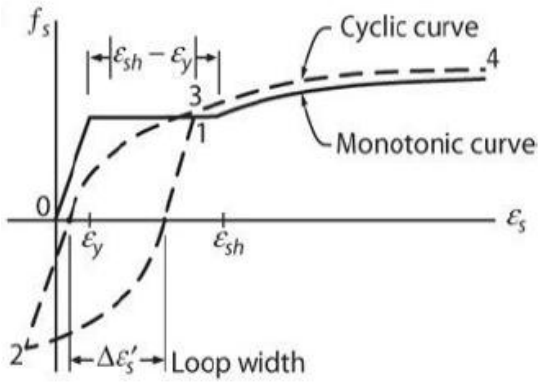


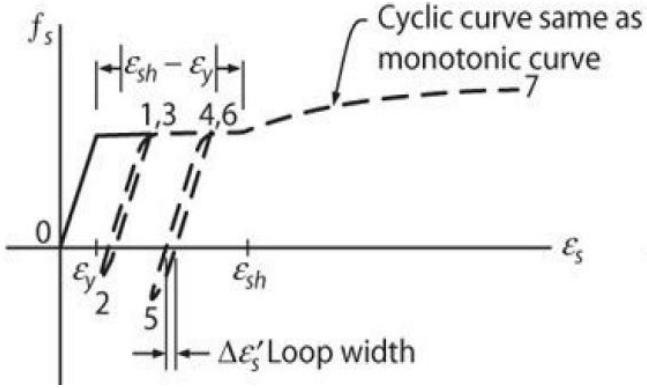
Čelik za armaturu pri cikličnom dejstvu

Veza napon-dilatacija u slučaju praktično jednakih dostignutih cikličnih dilatacija pri zatezanju i pritisku. Za opterećenja sa tako velikim cikličnim promenama dilatacija, anvelopa napona izlazi izvan odnosa napon-dilatacija pri monotonom opterećenju



Ako dođe do značajnih dilatacija pri pritisku, odnos napon-dilatacija pri monotonom opterećenju nije više anvelopa cikličnog ponašanja

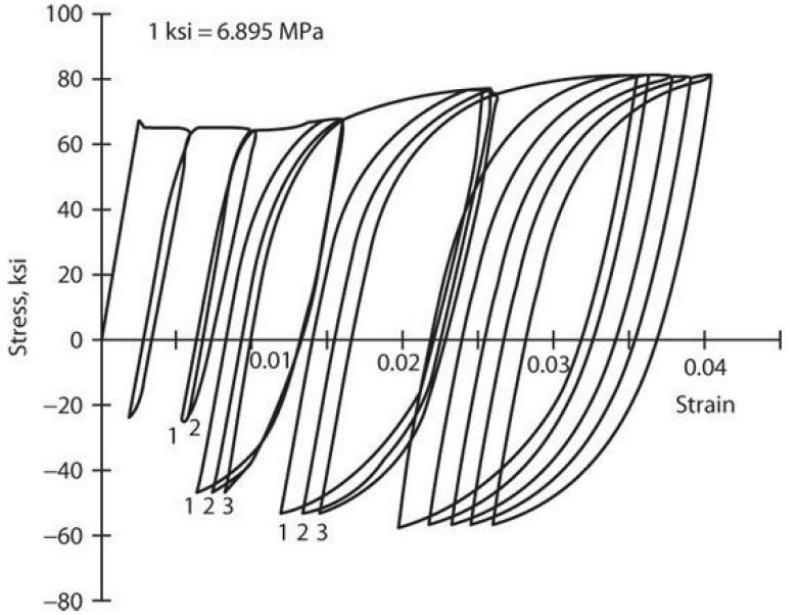




Čelik za armaturu pri cikličnom dejstvu

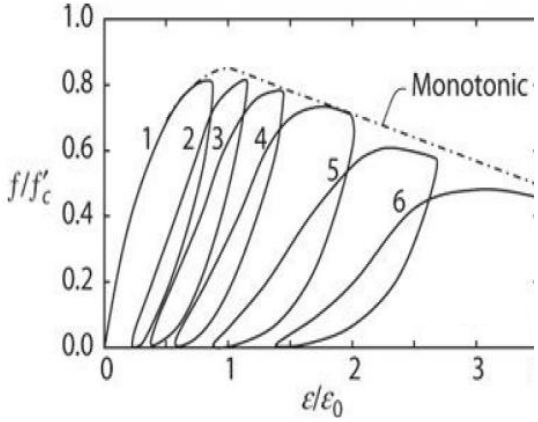
Bauschinger-ov efekat

- Ako se armatura zategne preko granice elastičnosti, pa se rastereti, pri ponovnom zatezanju povećavaju se granica elastičnosti, kao i granica tečenja
- Ako se armatura koja je zategnuta preko granice elastičnosti rastereti, pa se zatim optereti suprotnim smerom (na pritisak) preko granice elastičnosti, onda će da dođe do smanjenja prvobitne (pri monotonom opterećenju) granice elastičnosti pri pritisku
- Baušingerov efekat je posledica dejstva zaostalih napona i poremećaja u unutrašnjoj strukturi materijala izazvanih plastičnim deformacijama
- Kada u materijalu dođe do plastičnih deformacija, ne može da se dobro predvidi njegovo ponašanje bez poznavanja istorije naprezanja
- Kada se jednom dostigne granica tečenja pri zatezanju veza napon-deformacija pri pritisku postaje nelinearna za napone ispod napona tečenja pri monotonom opterećenju
- Čelična užad koja će da budu u konstrukciji izložena isključivo zatezanju, pre upotrebe se "treniraju„, tj. izlažu ciklusima ponovljenih zatazanja i rasterećenja do nule, sa ciljem povećanja granice elastičnosti i granice tečenja

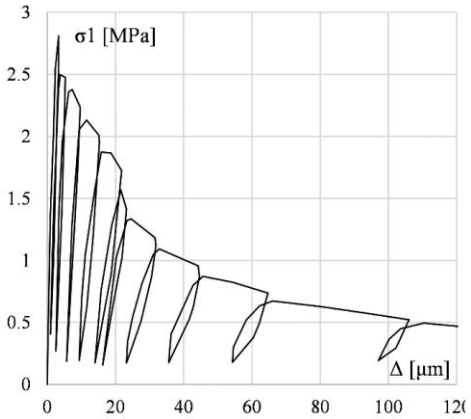


Beton pri cikličnom opterećenju

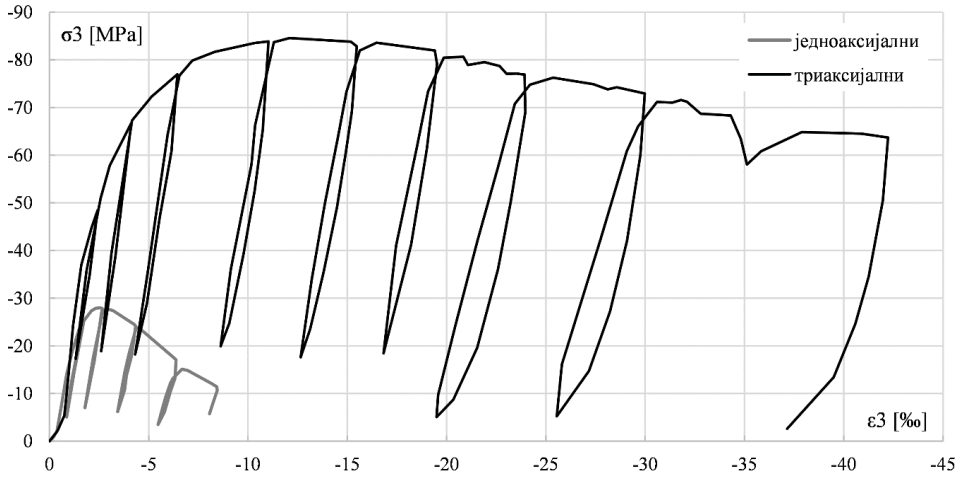
Jednoaksijalni monotoni i ciklični pritisak

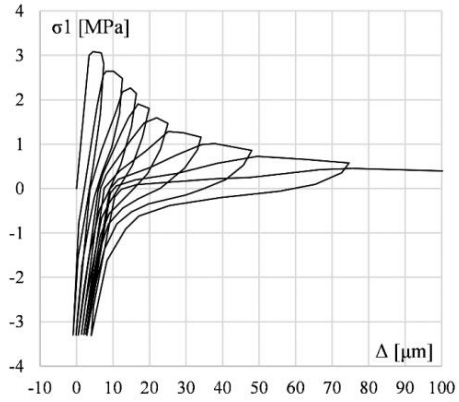


Jednoaksijalno ciklično zatezanje



Jednoaksijalni i triaksijalni ciklični pritisak





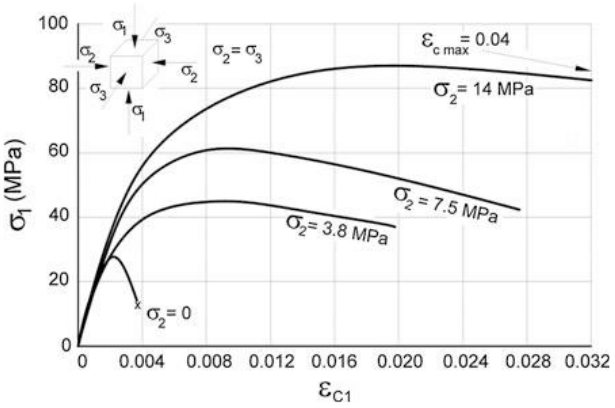
Efekat brzine nanošenja opterećenja

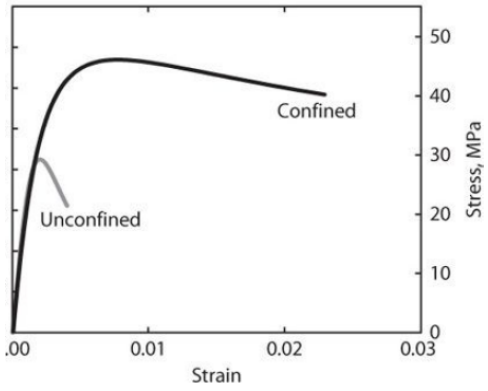
Komentar:
Brzine dilatacija kod jačeg zemljotresa ~ 0.05 [1/s]

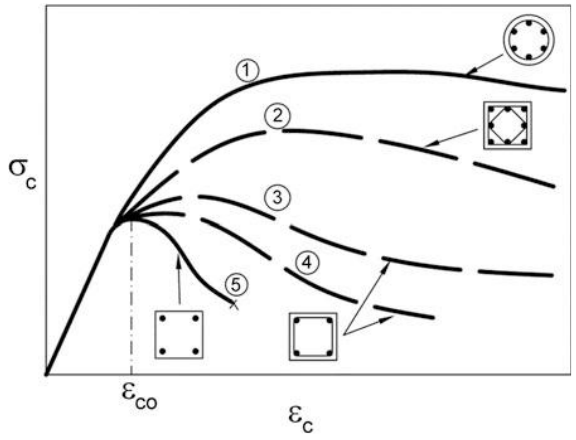
- **Čelik za armaturu**
  - Pri većim brzinama nanošenja opterećenja mehaničke karakteristike se povećavaju pri čemu je efekat veći za granicu tečenja nego za čvrstoću
  - Povećanje granice tečenja u proseku iznosi 20% za armaturu sa granicom tečenja od 250 – 350 MPa
  - Povećanje granice tečenja u proseku iznosi 10% za armaturu sa čvrstoćom od 550 MPa
  - Porast čvrstoće na zatezanje je upola manji od povećanja granice tečenja
  - Može se zanemariti kod zemljotresa
- **Beton**
  - Pri većim brzinama nanošenja opterećenja poseduje veću nosivost i krutost
  - Može da dođe do povećanja nosivosti i do 27%, a krutosti i do 16%
  - Može se zanemariti kod zemljotresa

Utegnuti beton

- **Beton je krt materijal ali pravilno utezanje (confinement) poprečnom armaturom (uzengije) izaziva troosno naponsko stanje u betonu i povoljno utiče na duktilnost betona (troosno naponsko stanje je povoljnije od jednoosnog), tj. povećava duktilnost betona, a samim tim povoljno utiče i na duktilnost poprečnog preseka, tj. povećava je i pri monotonom i pri cikličnom dejstvu**



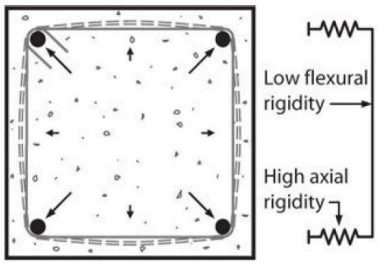




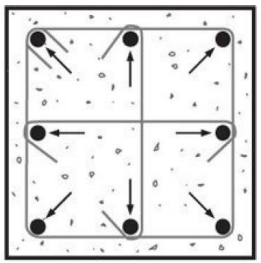
Komentar:
Kružni poprečni presek i spiralne uzengije (vrlo efikasno utezanje)

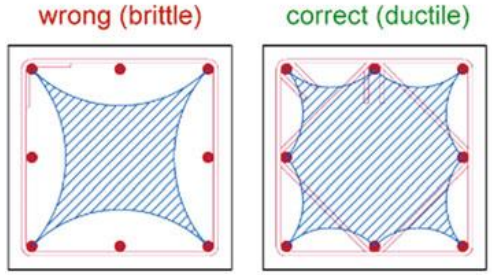
Utegnuti beton

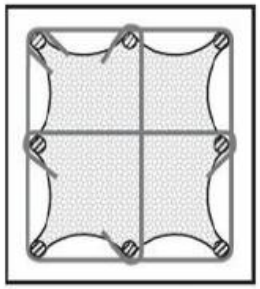
- **Efekti utezanja uzengijama**

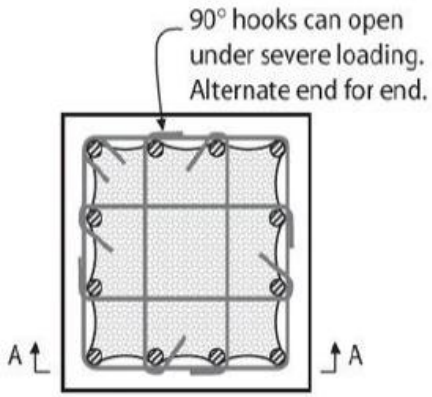


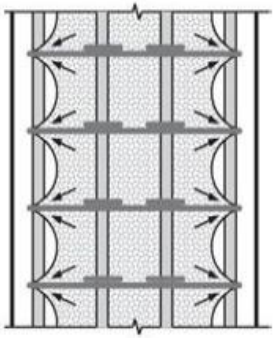
(a) Cross section and model

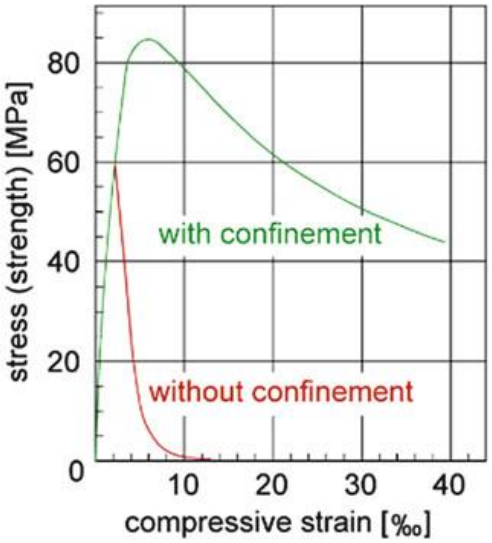

(b) Improved cross section





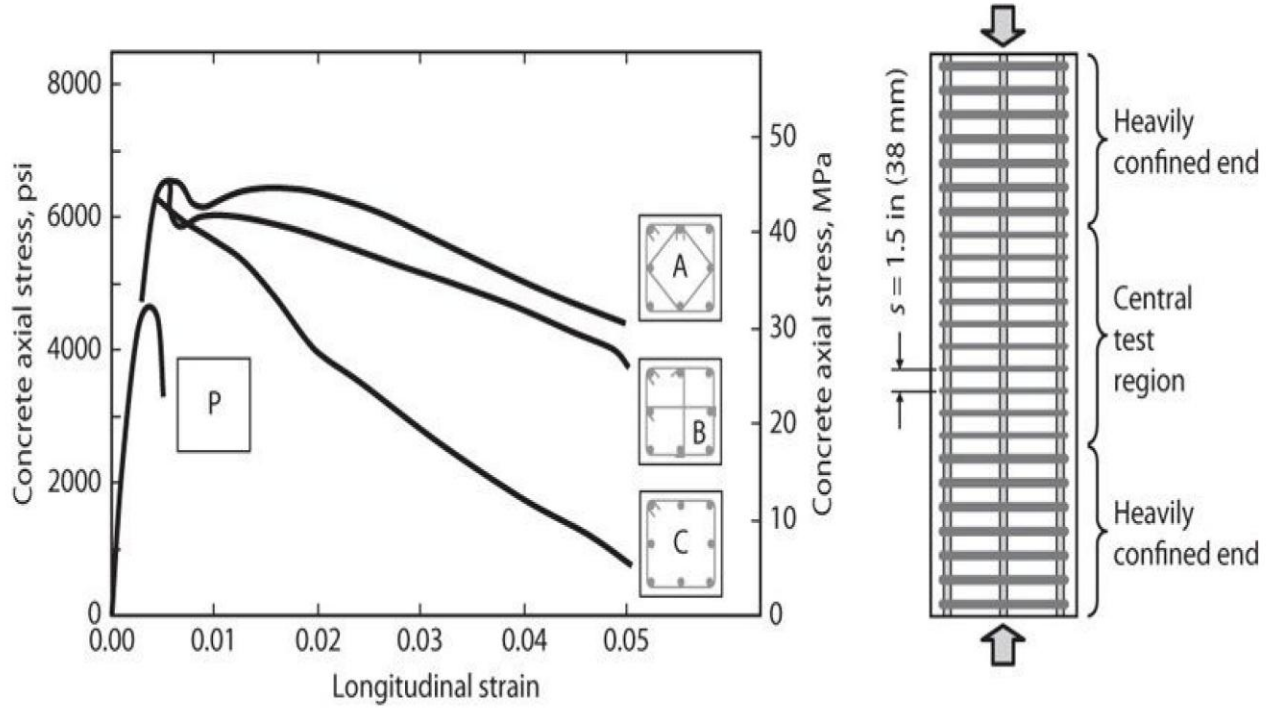






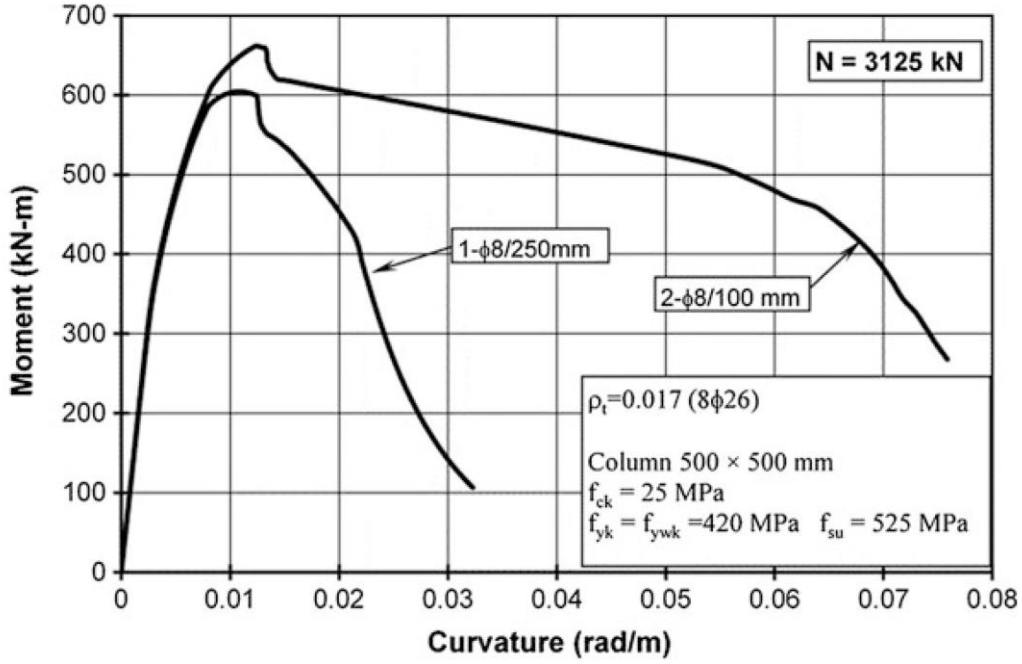
Utegnuti beton

- **Efekti utezanja uzengijama na ponašanje stuba**



Utegnuti beton

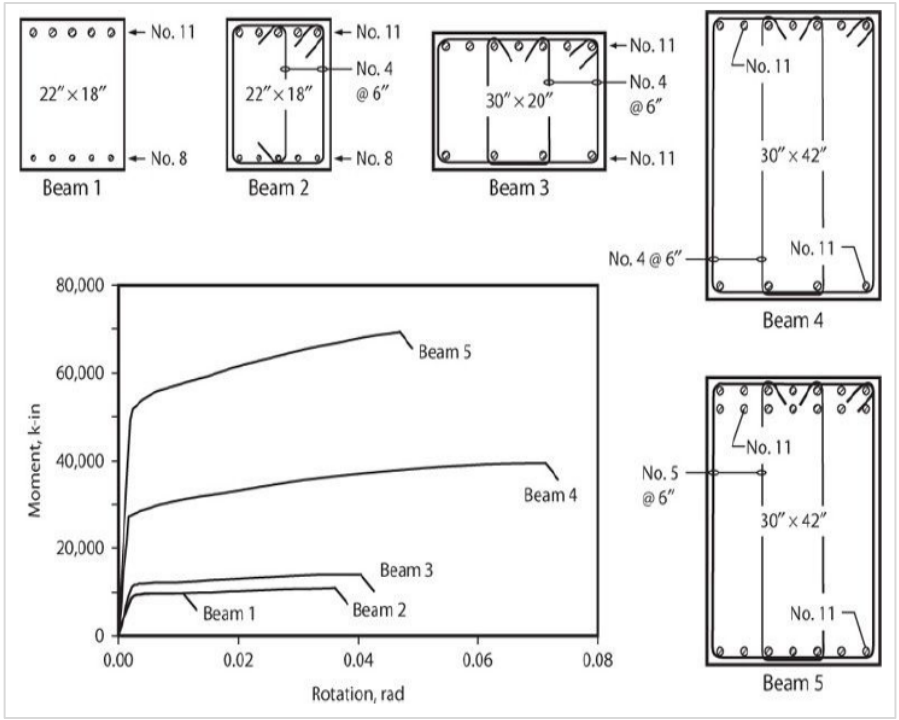
- **Efekti utezanja uzengijama na duktilnost krivine poprečnog preseka stuba**
  - „Niža“ kriva je za stub sa neadekvatnom poprečnom armaturom, a „viša“ kriva je za stub sa minimalnom poprečnom armaturom proisteklom iz seizmičkih zahteva. Veoma povoljan utica utezanja poprečnom armaturom



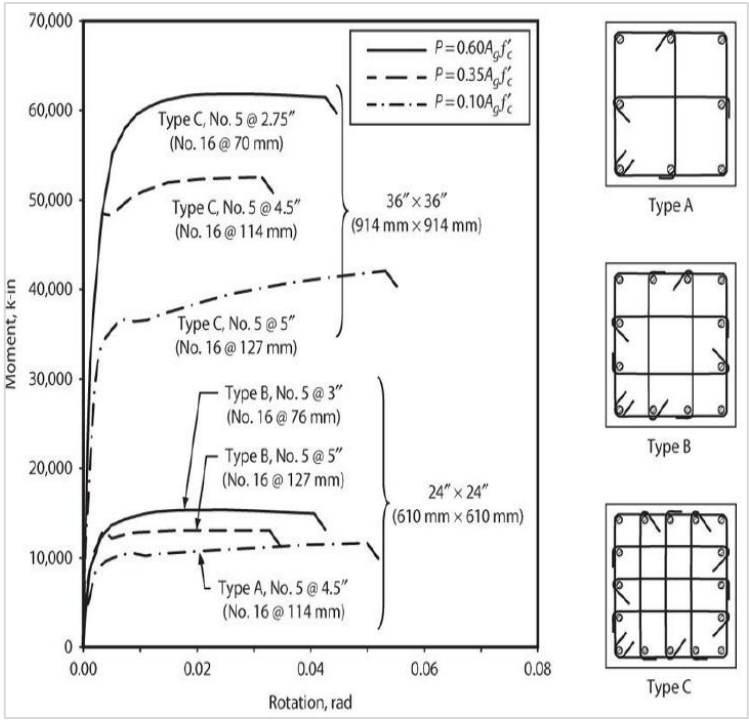
Utegnuti beton

- **Efekti utezanja uzengijama na kapacitet rotacije poprečnog preseka**

Ponašanje greda



Ponašanje stubova



Utegnuti beton

- **Efikasnost utezanja**

Confinement effectiveness as shown in Figure 4.11 can be expressed algebraically as

$$k_e = \frac{n_l - 2}{n_l}\left(1 - \frac{s}{b_c}\right) \tag{4.13}$$

in which n_l = number of longitudinal bars restrained by corners of hoops or legs of crossties around the column perimeter. For rectangular sections, for which s/b_c is different in the two orthogonal directions, the average of the s/b_c values in the two directions can be used. The expression was first presented in Paultre and Légeron (2008).

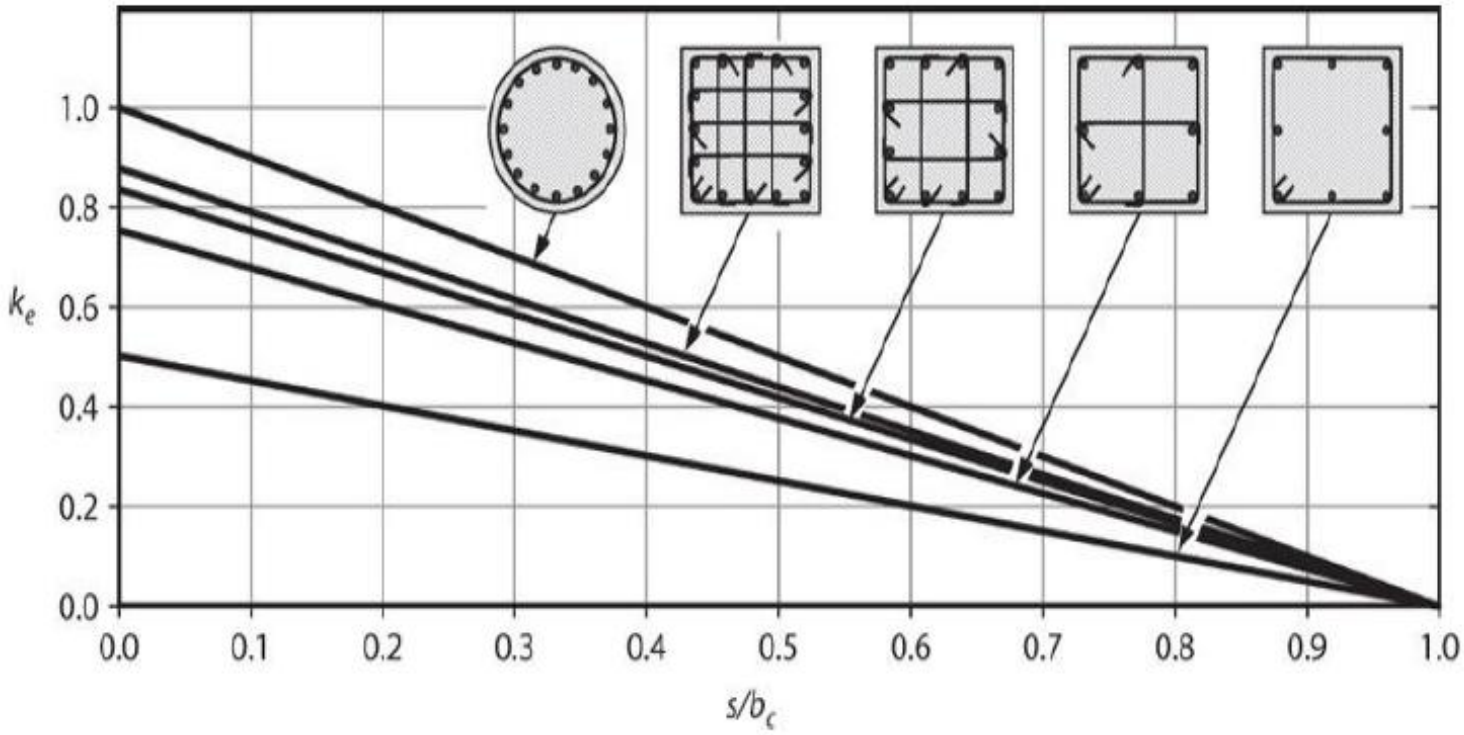


FIGURE 4.11 Confinement effectiveness for various confinement configurations and hoop spacings.

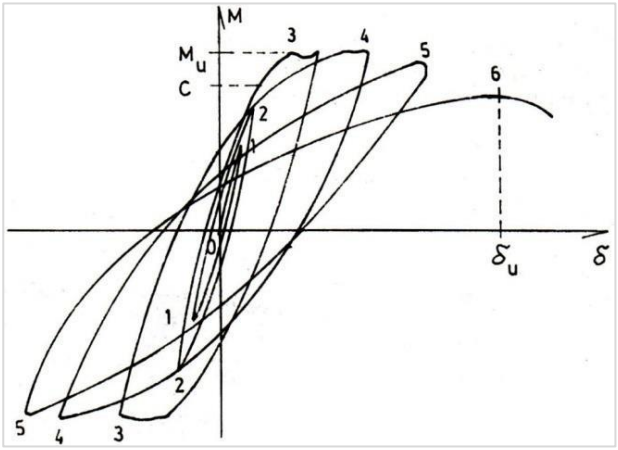
Ponašanje grede pri cikličnom opterećenju

- Disipativno ponašanje obezbeđuje se samo po momentima savijanja, kroz histerezisno ponašanje

- Naizmenično promenljivo (ciklično opterećenje) se javlja pri dejstvu zemljotresa
- Mala aksijalna sila. Naprezanje savijanjem je dominantno
- Histerezisno ponašanje bitno zavisi od smicanja

Savijanje bez izraženog smicanja

- Početne krive 1-1 i 2-2 odgovaraju malim opterećenjima bez pojave prslina. U tom delu histerezisna petlja ima malu površinu jer je odgovor praktično elastičan i dolazi do vrlo male disipacije energije
- U tački 3 (gore) dostiže se granica razvlačenja podužne armature i nešto pre toga (tačka C) dolazi do pojave prsline i počinje zakrivljenje dijagrama. Tada je dostignuta i najveća moguća nosivost na savijanje M_U. Zbog pojave plastičnih deformacija površina petlje raste, a pri cikličnom odgovoru dolazi do obaranja krutosti i rotiranja petlje koja zahvata sve veću površinu
- Pri postepenom povećanju pomeranja (tačke 4 i 5) krutost nastavlja da opada, a petlja se polako okreće oko koordinatnog početka, pri čemu granična nosivost ne može više da se dostigne. Obrazuje se plastičan zglob koji dozvoljava rotaciju bez prirasta momenta savijanja ali i bez značajnijeg pada u nosivosti na savijanje sve do tačke 6 gde dolazi do loma
- Ovakvo poželjno ponašanje pri cikličnom opterećenju se postiže na sledeći način: presek mora da bude obezbeđen od loma po betonu, mora da se izbegne izvijanje pritisnute armature, mora da se obezbedi adekvatno sidrenje armature, da se dovoljno razvije plastični rad armature i da uticaj smičućih sila u preseku bude mali, odnosno da budu potpuno prihvaćene armaturom



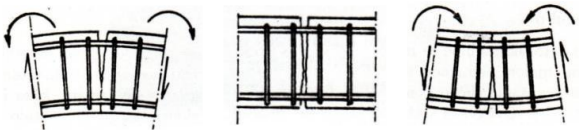
Histerezisno ponašanja AB grede izložene savijanju pri malom smicanju

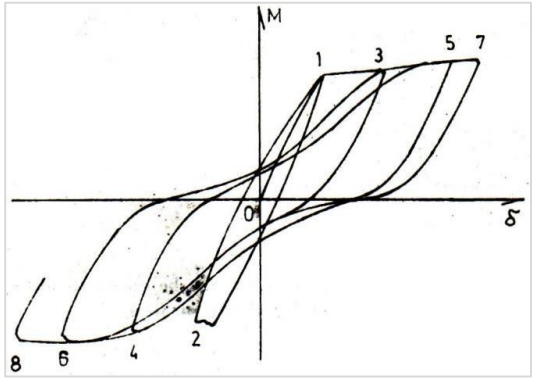
Ponašanje grede pri cikličnom opterećenju

- Disipativno ponašanje obezbeđuje se samo po momentima savijanja, kroz histerezisno ponašanje

Savijanje sa većim smičućim naprezanjem

- Dolazi do suženja histerezisne petlje oko koordinatnog početka (uštinuće petlje) zbog efekata smicanja. Moguće je ostvariti istu duktilnost ali je površina petlje manja, tj. disipacija seizmičke energije je manja tj. pomerljivost konstrukcije je veća, a to je manje povoljno ponašanje
- Uopšteno, sila smicanja u slučaju bez prsline prenosi se preko betona i armature
- Sa nastankom prsline, usled savijanja, mehanizam prenosa smicanja se menja. Sila se prenosi preko neisprskalog betona u pritisku, trenjem preko prsline ako se nije previše otvorila i armaturom preko efekta moždanika upravno na prslinu. Ako je moment savijanja bio dovoljno velik da se prslina otvori do polovine visine preseka tada će pojava momenta savijanja istog intenziteta, a suprotnog znaka dovesti do pojave prsline i na drugoj polovini preseka. Tada se pritisnuta zona formira preko već prethodno isprskalog betona pa se sila smicanja prenosi trenjem. Ako je trenje dovoljno veliko preneće silu smicanja. Neka je u nekom ciklusu došlo do značajnije plastifikacije zategnute armature. U jednom trenutku tokom rasterećenja, moment rasterećenja postaće dovoljno velik da otvori prslinu na prethodno pritisnutoj zoni preseka ali ne i da sabije plastično deformisanu armaturu i zatvori prslinu na drugoj strani. Tada se javlja nezatvorena prslina celom visinom preseka, tako da se aktivni presek sastoji samo od armature. Ovaj presek ima znatno manju mogućnost prenosa sile smicanja, manje je krut i naglo dolazi do povećanja pomeranja što se manifestuje kroz cikluse uštinućem histerezisne petlje. Cikličnim ponavljanjem plastifikuje se i poprečna armatura, prenos pritiska zatvaranjem prsline kruni beton što vodi degradaciji nosivosti i lomu pri relativno malim neelastičnim deformacijama

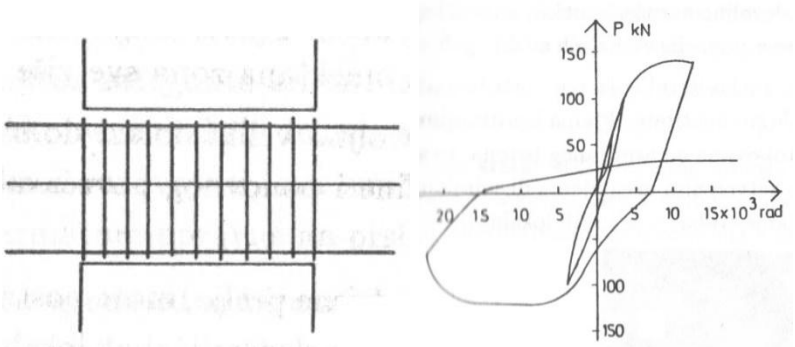


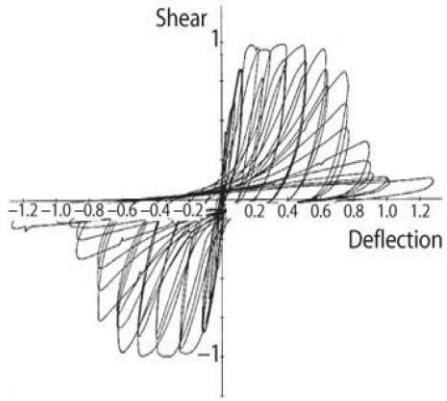


Histerezisno ponašanja AB grede izložene savijanju pri velikom smicanju

Ponašanje vezne grede kod spojenih zidova pri cikličnom opterećenju

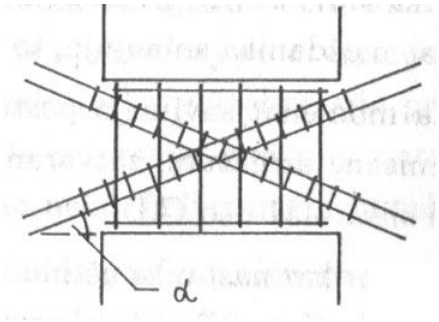
Nije povoljno histerezisno ponašanje

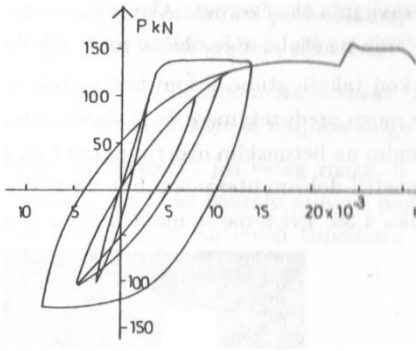


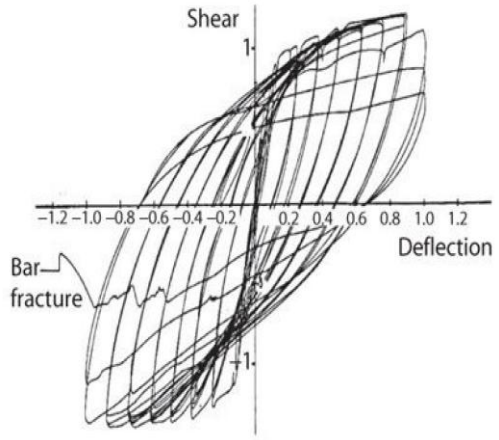


(a) Longitudinal reinforcement

Povoljno histerezisno ponašanje
Nema naglog pada krutosti, petlja nije uštinuta, nosivost i duktilnost mogu da se ostvare, značajna disipacija energije



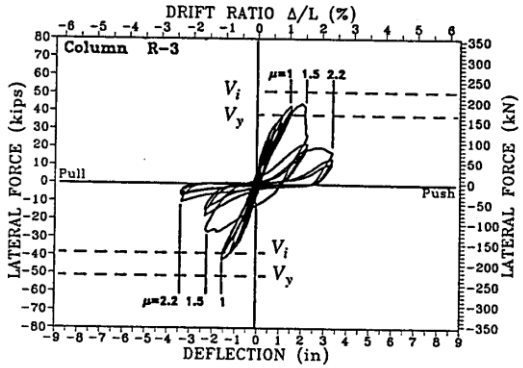




(b) Diagonal reinforcement

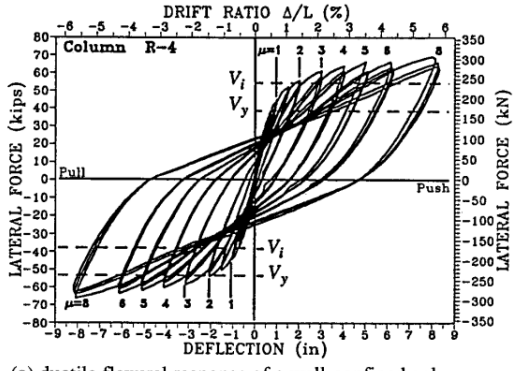
Ponašanje stuba pri cikličnom opterećenju

„Loše“ histerezisno ponašanje



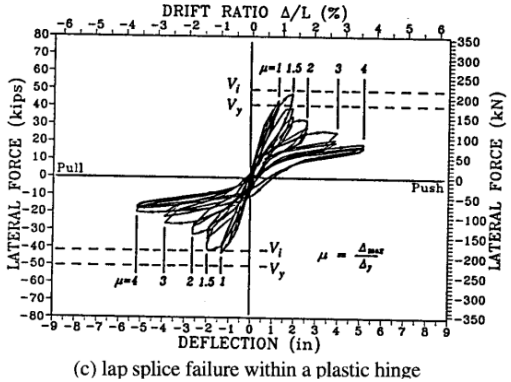
(b) shear failure of a column with inadequate shear reinforcement

„Dobro“ histerezisno ponašanje



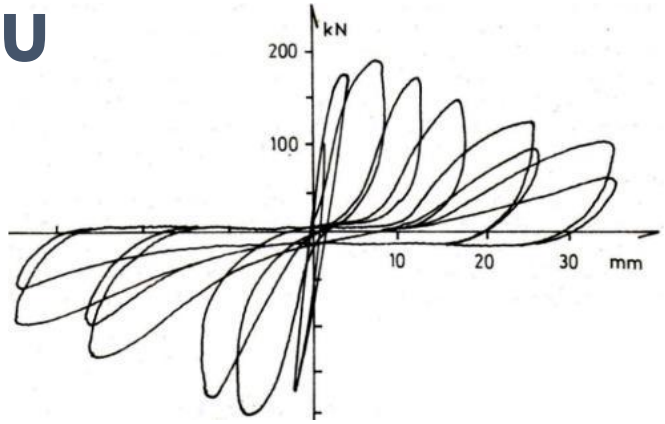
(a) ductile flexural response of a well-confined column

„Loše“ histerezisno ponašanje



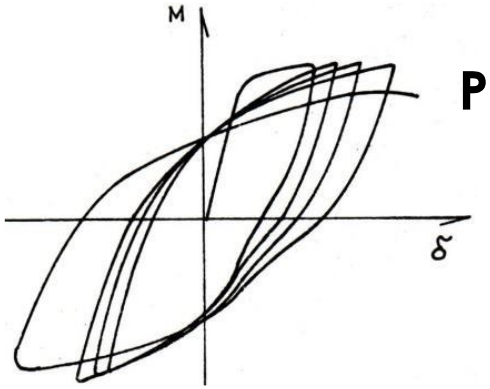
(c) lap splice failure within a plastic hinge

Ponašanje kratkog stuba pri cikličnom opterećenju



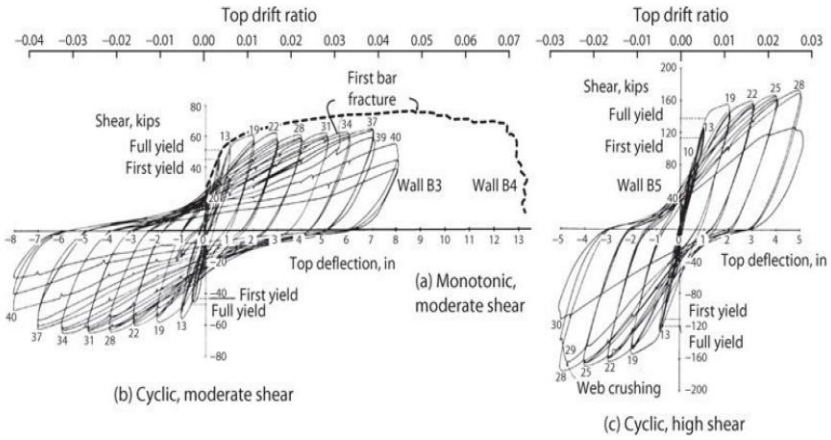
Nije povoljno histerezisno ponašanje
Brzo opadanje kutosti i nosivosti pri dostizanju maksimalne transverzalne sile

Ponašanje zida pri cikličnom opterećenju

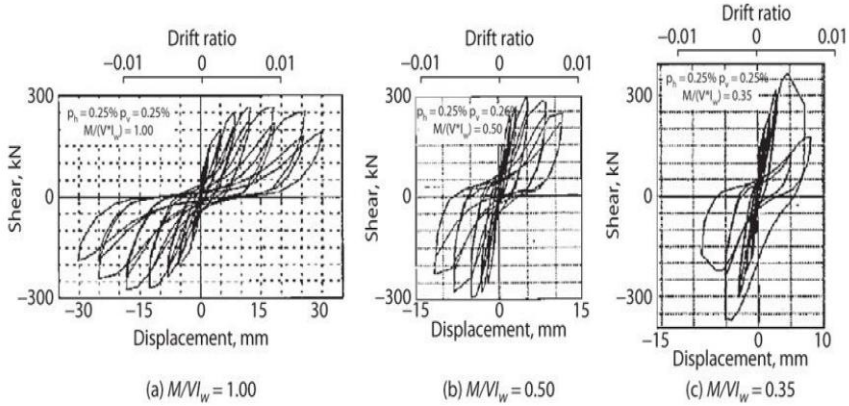


Poželjno histerezisno ponašanje

Vitak zid

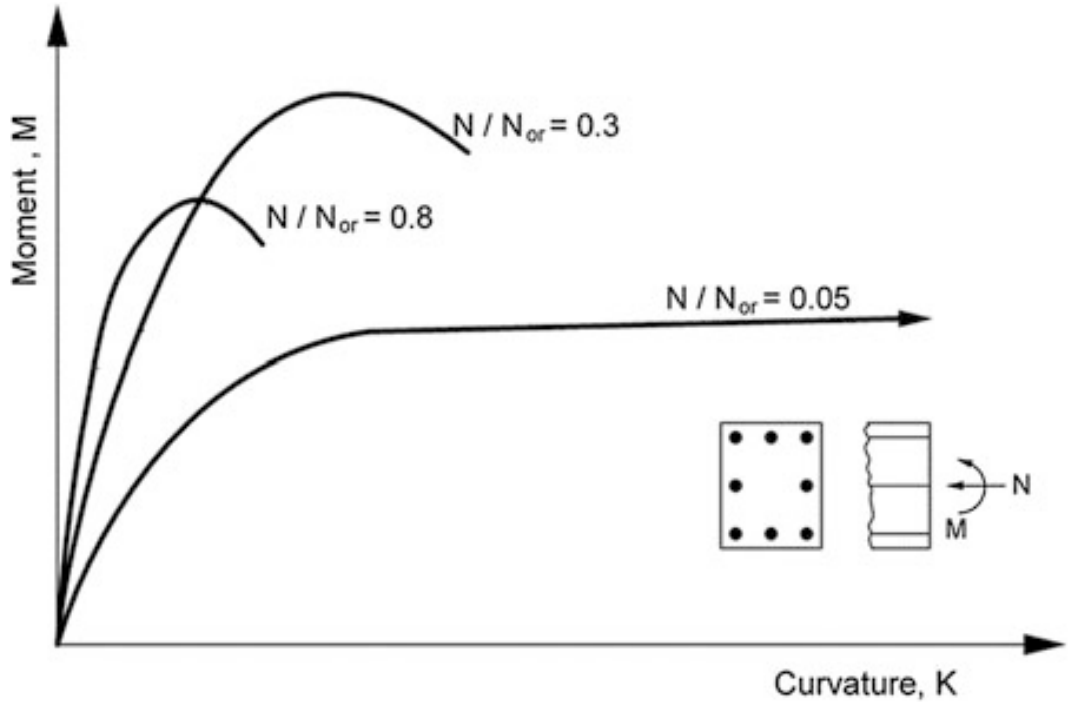


Kratak zid



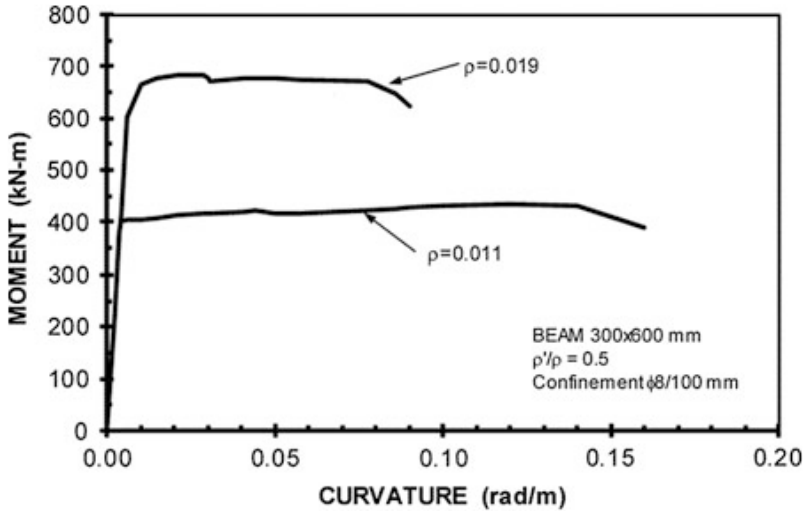
Efekti aksijalne sile na duktilnost krivine preseka

- **Povećanje aksijalne sile pritiska nepovoljno utiče**

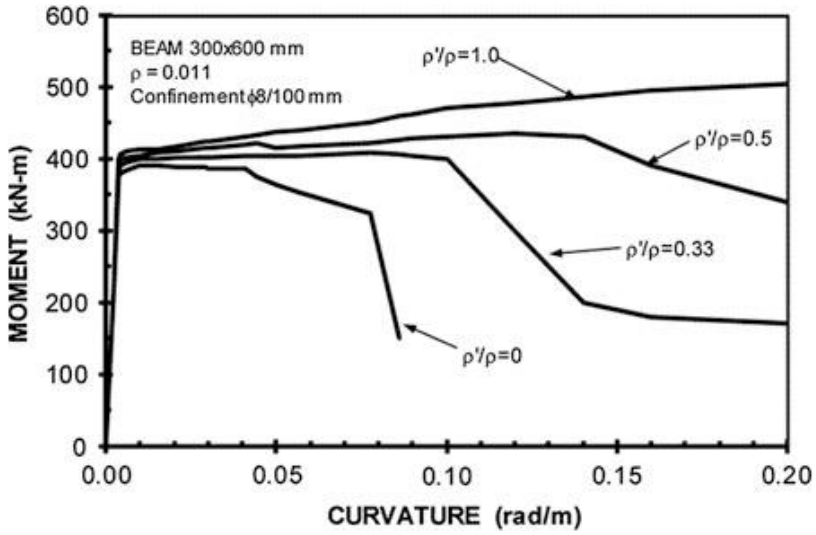


Efekti podužne armature na duktilnost krivine preseka

- **Efekti zategnute armature na duktilnost krivine** poprečnog preseka grede **(povećanje nepovoljno utiče)**



- **Efekti pritisnute armature na duktilnost** krivine poprečnog preseka grede **(povećanje povoljno utiče)**



Rekapitulacija bitnih faktora koji utiču na duktilnost

- **Karakter i veličina normalne sile**
  - Aksijalna sila zatezanja povećava duktilnost preseka, a pritiska smanjuje. Sa smanjenjem ekscentriciteta sile pritiska smanjuje se i duktilnost, a kod sile zatezanja važi obrnuto. Zbog izbegavanja krtog loma ograničava se napon pritiska u poprečnom preseku
- **Količina zategnute armature**
  - Povećanje količine povećava nosivost preseka ali vodi ka smanjenju duktilnosti. Pri tečenju armature napon u armaturi je praktično konstantan, a tada je sila u armaturi linearno zavisna od površine armature, tj. ako je veća površina armature veća je i sila u armaturi pa to vodi ka većem opterećenju pritisnute zone betona što ima za posledicu smanjenje duktilnosti preseka. Zato propisi definišu maksimalni procenat armiranja zategnutom armaturom
  - Armaturni čelici sa nižom granicom tečenja imaju veću duktilnost
- **Količina pritisnute armature**
  - Povećanje količine pritisnute armature dovodi do povećanja duktilnosti preseka jer se rasterećuje pritisnuta zona betona u preseku. Zbog toga propisi definišu minimalan odnos procenata armiranja pritisnutom i zategnutom armaturom

Rekapitulacija bitnih faktora koji utiču na duktilnost

- **Kvalitet betona**
  - Betoni viših klasa su manje duktilni od betona nižih klasa ali njihova primena dovodi do povećanja kapaciteta pritisnute zone preseka a samim tim i do povećanja duktilnosti
- **Oblik poprečnog preseka**
  - Preseci sa većim površinama pritisnute zone su povoljniji u smislu duktilnosti
- **Utezanje poprečnih preseka (confinement)**
  - Bitno utiče na duktilnost preseka u smislu da pavećanje količine i pravilan raspored poprečne armature značajno povećava duktilnost jer se umesto jednoaksijalnog pritiska javlja troosno naposko stanje pritiska u betonu
- **Generalno**
  - **Povećanje duktilnosti poprečnog preseka se postiže smanjenjem količine zategnute amature, povećanjem količine pritisnute armature, primenom armaturnih čelika sa nižom granicom razvlačenja ili većom dilatacijom loma, povećanjem klase čvrstoće betona pri čemu treba voditi računa da izrazito visoke klase čvrstoće betona nisu povoljne, izborom poprečnih preseka sa većim površinama pritisnute zone i adekvatnim utezanjem poprečnih preseka (veoma povoljni efekti)**

Materijali

- U primarnim seizmičkim elementima minimalna klasa betona **C16/20**
- **DCM**
  - U kritičnim oblastim primarnih seizmičkih elemenata armaturni **čelik klase B i C** (rebrasta armatura)
- **DCH**
  - U kritičnim oblastim primarnih seizmičkih elemenata armaturni **čelik klase C** (rebrasta armatura)

AB ramovske konstrukcije zgrada

Mehanizmi plastičnih zglobova

Osnovni mehanizmi plastičnih zglobova

Spratni mehanizam
- Formiranje plastičnih zglobova na krajevima svih stubova jednog sprata
- Tzv. fleksibilni (slab) sprat

Kombinacija spratnog i grednog mehanizma
- Formiranje plastičnih zglobova kombinacijom spratnog i grednog mehanizma

Gredni mehanizam
- Formiranje plastičnih zglobova na krajevima svih greda i na mestima ukleštenja stubova u temelj



Komentari:
- Potreba za lokalnom duktilnosti krivine kod grednog mehanizma je znatno manja nego kod spratnog mehanizma pri istom zahtevu globalne duktilnosti pomeranja
- Osnovni cilj projektovanja je sprečavanje pojave fleksibilnog sprata, tj. sprečavanje pojave spratnog mehanizma
- **Pri projektovanju se koristi princip „jaki stubovi – slabije grede“ da bi se izbegao spratni mehanizam**
- Da bi se obezbedio gredni mehanizam potrebno je da odnos momenata nosivosti na savijanje stubova i greda koji se sustiču u čvoru ima vrednost čak do 4. Ovaj odnos je nepraktičan i u pravilnicima se propisuju manji odnosi, npr. EN 1998-1 propisuje 1.3 pa se realno se može očekivati kombinovani mehanizam

Grede

Mesta plastičnih zglobova

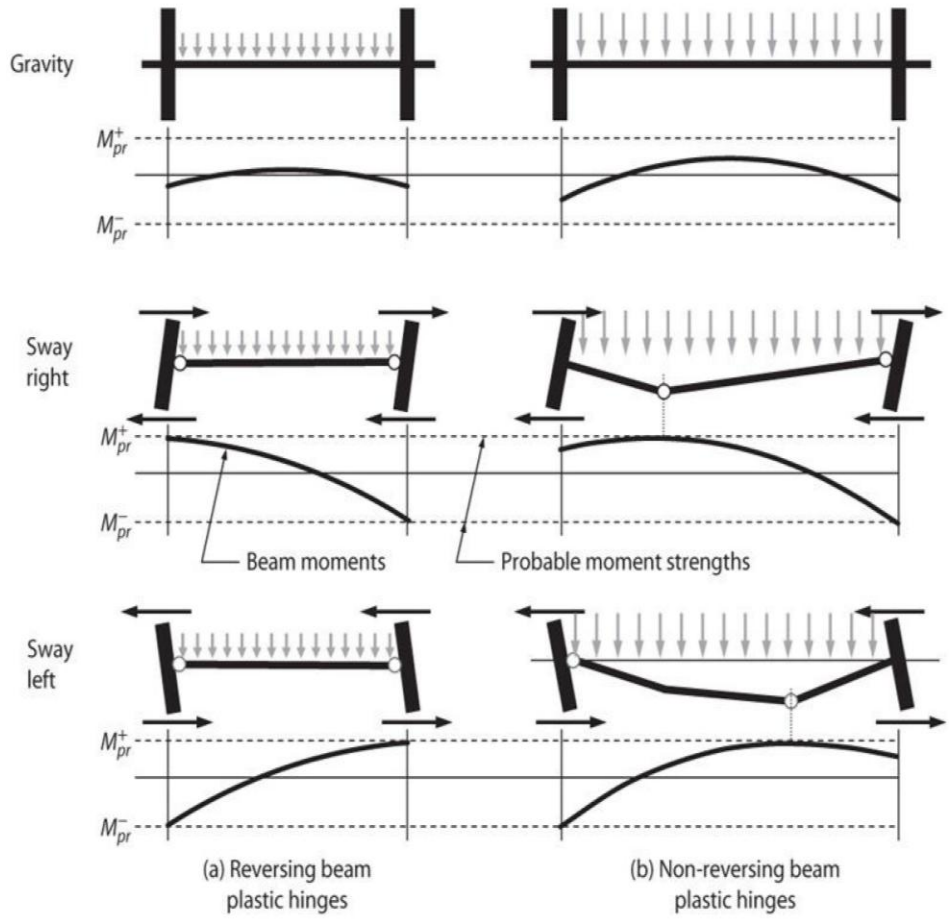
a) Kada su uticaji od seizmičkih dejstava dominantni plastični zlobovi se formiraju neposredno do stuba. Pozitivni plastični zglob (donja armatura teče) i negativni plastični zglob (gornja armatura teče) pri promenama pomeranja rama se formiraju na istom mestu, tzv. dvoznačni plastični zglobovi

b) Kada su gravitacioni uticaji dominantni (posebno kod greda većeg raspona) pozitivni plastični zglob (donja armatura teče) može da se formira u polju, tj. pozitivni i negativni plastični zglobovi se formiraju na različitim mestima, tzv. jednoznačni plastični zglobovi

Komentari:

- Zbog nemogućnosti tačnog predviđanja vrednosti gravitacionog opterećenja pri seizmičkom dejstvu lokacija pozitivnog plastičnog zgloba u polju se teško predviđa pa se za kritičnu oblast u polju propisuje dvostruko veća dužina u odnosu na onu kod stuba
- Potrebna rotacija plastičnog zgloba u polju je veća od potebne rotacije plastičnog zgloba kod stuba
- Kod dvoznačnih plastičnih zglobova postoji mogućnost pojave prsline po čitavoj visini poprečnog preseka pa se smicanje prenosi samo preko podužne armature, a to ima negativan uticaj na histerezisno ponašanje (sužava petlju)

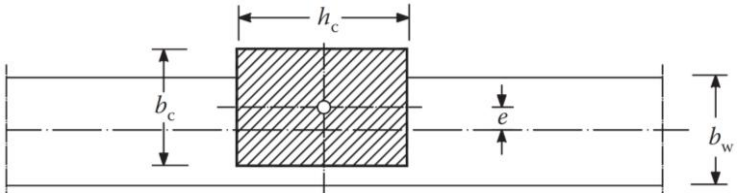
Komentar:
Dijagram *M* na pritisnutu stranu



Grede

- **Geometrijska ograničenja**
  - Optimalni rasponi 4 do 6 m (ujednačeni u okviru jednog rama)
    - Kod većih raspona se javljaju jednoznačni plastični zglobovi što je manje povoljno
    - Kod manjih raspona javljaju se velike smičuće sile (opasnost od krtog loma)
  - Ekscentricitet e ose grede u odnosu na osu stuba mora ostati manji od $b_c/4$, gde je b_c odgovarajuća (upravna) dimenzija preseka stuba kako bi se obezbedio efikasan prenos cikličnih momenata sa grede na stub

$$e \leq b_c/4$$



  - Ako greda podupire diskontinualni stub (stub bez kontnuiteta ispod grede) nije dozvoljen ekscentricitet ose stuba u odnosu na osu grede i greda mora biti oslonjena na najmanje dva direktna oslonca kao što su stubovi ili zidovi. Ovo svakako treba izbegavati
  - AB zidovi ne smeju biti oslonjeni na grede ili ploče

Grede

- **Geometrijska ograničenja**
  - Da bi se obezbedio povoljan efekat pritiska u stubovima na prijanjanje horizontalnih šipki grede koje prolaze kroz čvor, širina grede mora da zadovolji sledeći uslov

$$b_w \leq \min\left(b_c + h_w, 2b_c\right)$$

b_w – širina grede
b_c – širina stuba upravno na osu grede
h_w – visina grede

  - Kod konstrukcija klase duktilnosti DCH minimalna širina grede mora da iznosi 200 mm
  - Prilikom pojave plastičnih zglobova povećava se opasnost od bočnog izvijanja pritisnute ivice pa se vitkost grede kod DCH ramova ograničava na

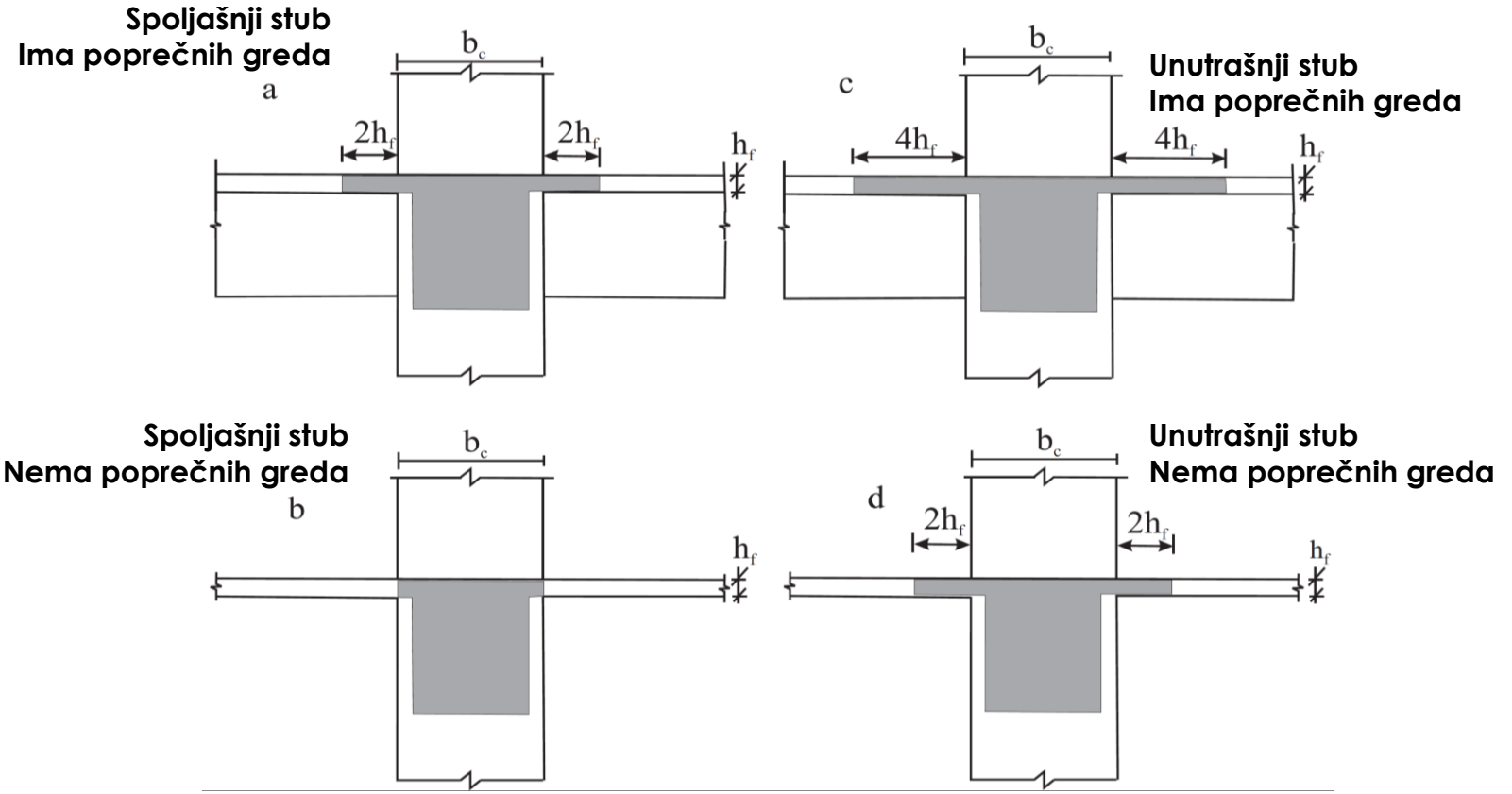
$$\frac{l_{ot}}{b} \leq \frac{70}{(h/b)^{1/3}} \quad \text{and} \quad \frac{h}{b} \leq 3.5$$

l_{ot} – rastojanje između torzionih ukleštenja
b – širina grede
h – visina grede

  - Povoljno je da širina grede bude manja od dimenzije stuba sa kojim se spaja u čvoru

Grede

- **Nosivost na savijanje M_{Rb}**
  - Efektivna širina ploče i armatura u njoj, koja je paralelna sa gredom, se obuhvataju pri proračunu M_{Rb}



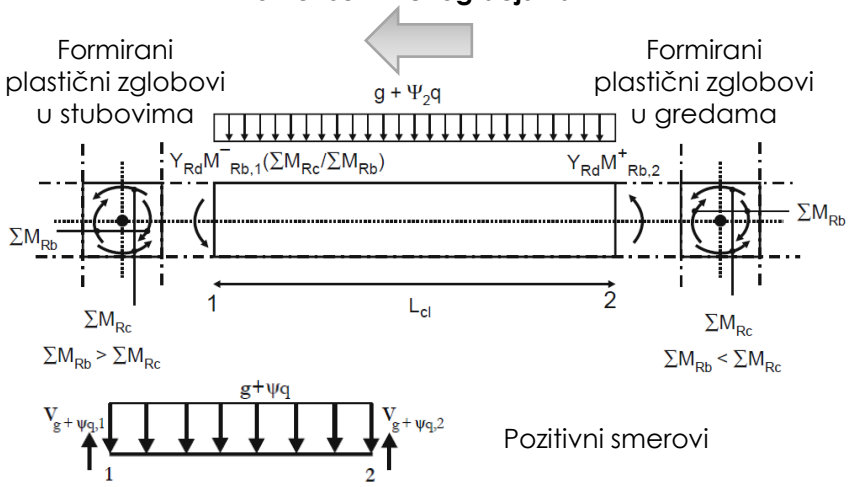
Grede

Proračun smičućih sila

- Lom smicanjem je krt i nepoželjan, pa ga je potrebno sprečiti. To se postiže dimenzionisanjem poprečne armature na maksimalne smičuće sile koje se javljaju pri maksimalnim momentima na krajevima grede, načelno određenim naponom pri lomu u armaturi (ne pri početku tečenja u armaturi), u oba smera, a ne na smičuće sile iz proračunske situacije. Na ovaj način obezbediće se poprečna armatura u količini dovoljnoj za prijem ove sile smicanja i greda će ostati elastičnog smičućeg ponašanja i pre i nakon formiranja plastičnih zglobova na krajevima grede. Ovaj način određivanja proračunskih transverzaalnih sila odgovara pravilima **metode programiranog ponašanja**
- Ako se pri proračunu na smicanje dobije da je proračunska smičuća sila grede veća od maksimalno dopuštene $V_{Rd,max}$ koja se dobija na osnovu nosivosti pritisnute betonske dijagonale trebalo bi prvo probati sa smanjenjem dimenzija preseka grede
- U situacijama kada stubovi nisu projektovani principom „jaki stubovi/slabije grede“ maksimalni moment na kraju grede može biti i manji od nosivosti preseka (za onoliko koliko su stubovi „slabiji“ od greda)

EN 1998-1

Smer seizmičkog dejstva



Pozitivni smerovi

$$V_{Ed,1} = \frac{M^-_{1,d} + M^+_{2,d}}{L_{cl}} + \frac{(g + \Psi_2 q)L_{cl}}{2} \qquad V_{Ed,2} = \frac{M^-_{1,d} + M^+_{2,d}}{L_{cl}} - \frac{(g + \Psi_2 q)L_{cl}}{2}$$

$$M_{i,d} = \gamma_{Rd} M_{Rb,i} \cdot \min\left(1; \frac{\sum M_{Rc}}{\sum M_{Rb}}\right) \quad i = 1,2$$

γ_{Rd} – faktor koji uzima u obzir povećanje momenta nosivosti usled efekta ojačanja armature pri većim dilatacijama, zatim uzima i još u obzir smanjenju verovatnoću da se istovremeno na oba kraja grede dostigne nosivost na savijanje i pravi protivtežu parcijalnim koeficijentima sigurnosti koji se koriste pri određivanju nosivosti, a koji u ovom slučaju nisu na strani sigurnosti

DCM: γ_{Rd} = 1,0

DCH: γ_{Rd} = 1,2

$M_{Rb,i}$ – vrednost momenta nosivosti grede na kraju i

$\sum M_{Rc}$ – suma momenta nosivosti stubova koji se sustiču u čvoru

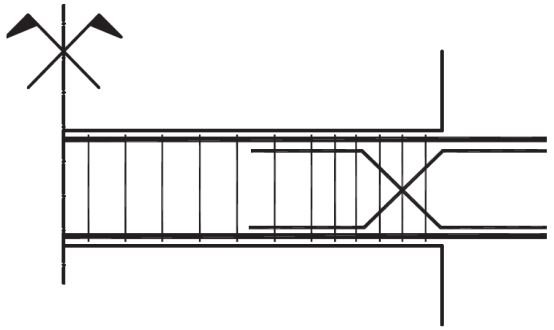
$\sum M_{Rb}$ – suma momenta nosivosti greda koje se sustiču u čvoru

Najčešći slučaj je da se plastični zglobovi formiraju na kraju greda pa je treći činilac u prethodnom izrazu $\min\left(1; \frac{\sum M_{Rc}}{\sum M_{Rb}}\right)$ jednak 1. Količnik $\sum M_{Rc}/\sum M_{Rb}$ je u slučaju formiranja plastičnog zgloba u stubu manji od 1

Smer seizmičkog dejstva

Analogan proračun

Grede



- **Prenos smičućih sila**
  - **DCH grede**
    - **Mogućnost pojave prsline u plastičnom zglobu po celoj visini preseka, usled alternativnog seizmičkog dejstva, ugrožava prenos smicanja (samo podužnom armaturom preko efekta klina i trenjem zrna agregata unutar prsline)**
      - Progušćenje uzengija ne pomaže
      - Rešenje je postavljanje dijagonalne armature
    - Ako je ispunjen sledeći uslov ($V_{Ed,max}$ i $V_{Ed,min}$ su određene metodom programiranog ponašanja) nije potrebna dijagonalna armatura

$$\zeta = V_{Ed,min}/V_{Ed,max} \qquad \zeta \geq -0.5$$

    - Ako je ispunjen sledeći uslov očekuje se potpuna promena smera smičućih sila i moguća su dva slučaja

$$\zeta \leq -0.5$$

      - 1) ako je ispunjen sledeći uslov proračun se vrši prema EN 1992-1-1

$$|V_E|_{max} \leq (2 + \zeta) \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$$

      - 2) ako je ispunjen sledeći uslov onda je neophodno obezbediti dijagonalnu armaturu i to tako da se polovina prihvata uzengijama, a polovina dijagonalnom armaturom

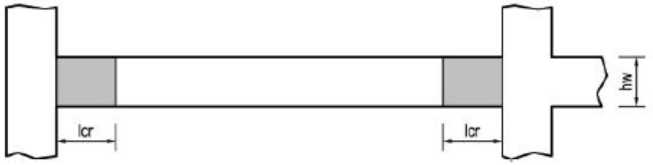
$$|V_E|_{max} \geq (2 + \zeta) \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \qquad 0.5V_{Emax} \leq 2A_s \cdot f_{yd} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

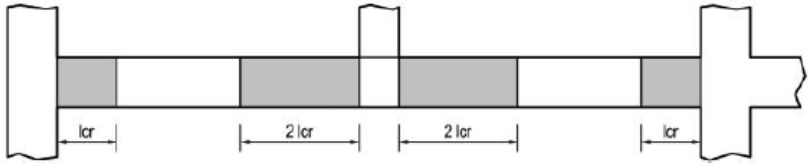
A_s – površina dijagonalne armature u jednom pravcu pod uglom od 45°

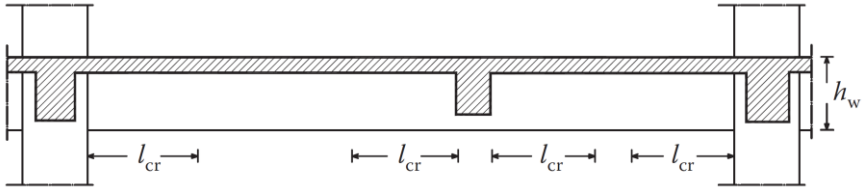
Grede

- **Detalji za lokalnu duktilnost (zone plastičnih zglobova)**
  - **Dužina kritične zone l_{cr}**
    - Zone u kojima se mogu formirati plastični zglobovi
    - Krajevi greda i stubova se tretiraju kao kritične oblasti bez obzira na to da li se formiranje plastičnih zglobova očekuje na tim mestima ili ne

$$l_{cr} = \begin{cases} h_w & \text{za DCM} \\ 1.5 \cdot h_w & \text{za DCH} \end{cases}$$







  - **Zahtev za lokalnom duktilnosti krivine**

$$\mu_\varphi = 2q_o - 1 \quad \text{ako je} \quad T_1 \geq T_c$$

$$\mu_\varphi = 1 + 2(q_o - 1)\frac{T_c}{T_1} \quad \text{ako je} \quad T_1 < T_c$$

Grede

- **Detalji za lokalnu duktilnost**
  - **Maksimalni i minimalni procenat armiranja podužnom armaturom u kritičnim oblastima**
    - Pritisnuta armatura mora biti veća ili jednaka od 1/2 zategnute armature
    - Maksimalni procenat armiranja zategnutom armaturom

$$\rho_{1\max} \le \rho_2 + \frac{0.0018}{\mu_\varphi \cdot \varepsilon_{sy,d}} \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$\rho_{1,max}$ – maksimalni procenat armiranja zategnutom armaturom
ρ_2 – procenat armiranja pritisnutom armaturom

Komentar:
Ako je potreban veći procenat armiranja zategnutom armaturom onda se može ili povećati procenat armiranja pritisnutom armaturom ili korigovati dimenzije preseka

- Po celoj dužini grede minimalni procenat armiranja

$$\rho_{min} = 0.50\left(\frac{f_{ctm}}{f_{yк}}\right)$$

Komentar:
Kod gravitacionih opterećenja minimalni procenat armiranja se određuje iz uslova da nosivost na savijanje bude veća od momenta pri kome se javlja prslina da bi se sprečio krti lom po zategnutoj armaturi. Kod seizmičkog dejstva mora se obezbediti da se plastične deformacije ne skoncentrišu u jednom preseku gde se javi prva prslina što bi imalo za posledicu veliku potrebu za lokalnom duktilnosti krivine

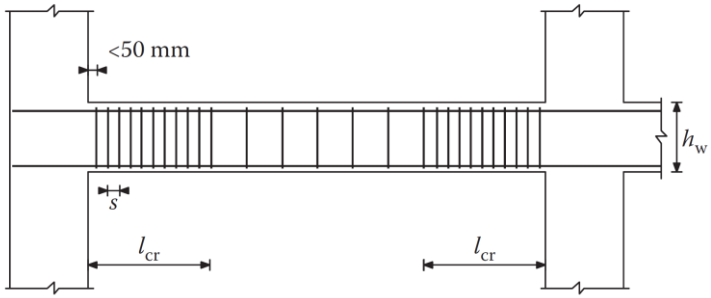
Grede

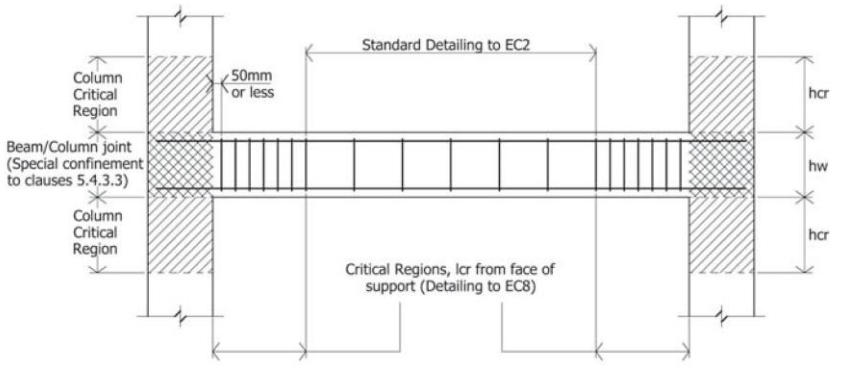
- **Detalji za lokalnu duktilnost**
  - Kod DCH greda moraju biti postavljene najmanje dve šipke Ø14 po celoj dužini grede u gornjoj i u donjoj zoni
  - Kod DCH greda 1/4 maksimalne gornje armature na osloncima vodi se po celoj dužini grede
  - **Poprečna armatura (uzengije)**
    - Minimalni prečnik uzengija iznosi Ø6
    - Ne bi trebalo usvajati veći prečnik od Ø14
    - Razmak između uzengija
      - DCM

        $$s = \min\left(h_w/4;\ 24d_{bw};\ 225\ \text{mm};\ 8d_{bL}\right)$$

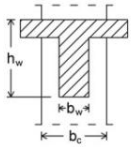
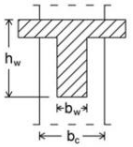
      - DCH

        $$s = \min\left(h_w/4;\ 24d_{bw};\ 175\ \text{mm};\ 6d_{bL}\right)$$

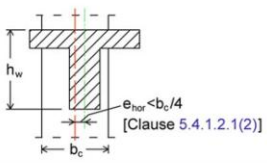




Grede

SECTION DIMENSIONS	
DCM	DCH
	
$b_w \le \min\{(b_c + h_w); (2b_c)\}$ [Clause 5.4.1.2.1(3)P]	$b_w \le \min\{(b_c + h_w); (2b_c)\}$ [Clause 5.5.1.2.1(5)P] $b_w \ge 0.20\text{m}$ [Clause 5.5.1.2.1(1)P] $h_w / b_w \ge 3.50^*$ [Clause 5.5.1.2.1(2)P]

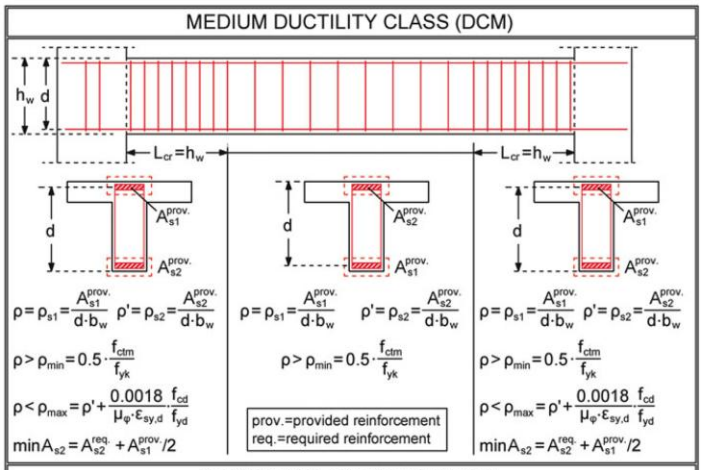
JOINT ECCENTRICITY TO THE COLUMNS



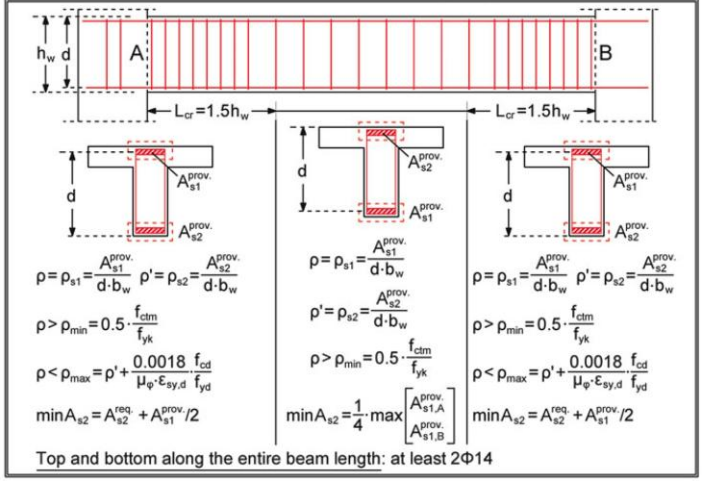
Komentar:
Uskladiti sa Nacionalnim aneksima

- **Podužna armatura**

MEDIUM DUCTILITY CLASS (DCM)

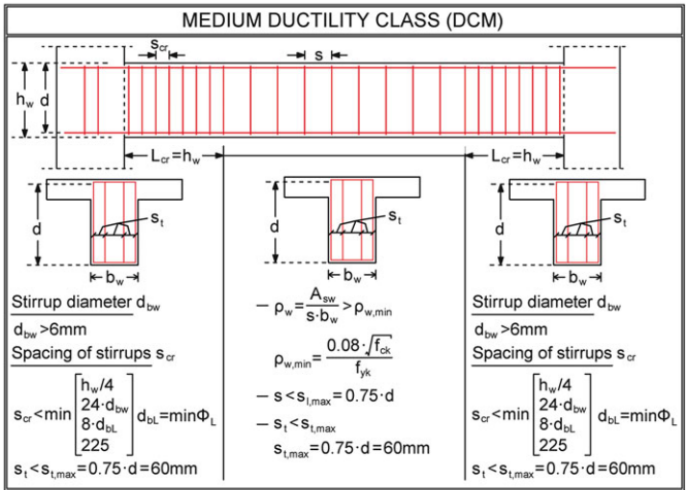


HIGH DUCTILITY CLASS (DCH)

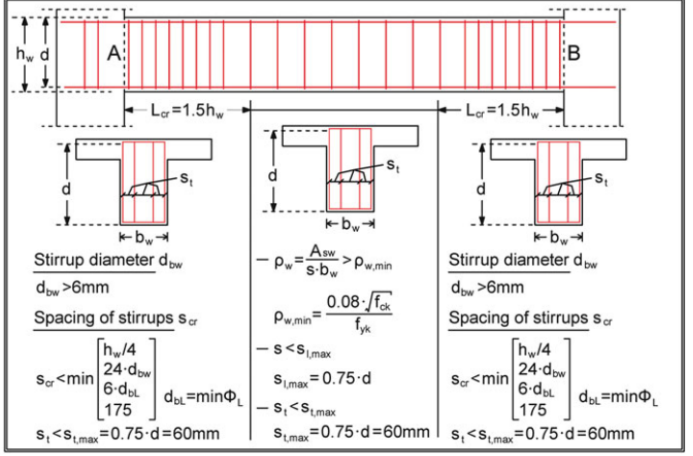


Poprečna armatura

MEDIUM DUCTILITY CLASS (DCM)



HIGH DUCTILITY CLASS (DCH)



Stubovi

- **Geometrijska ograničenja**
  - Generalne preporuke
    - Poželjno je usvojiti veću dimenziju preseka stuba od grede za po 5 cm sa obe strane
    - Veće dimenzije preseka stuba od grede su u skladu sa metodom programiranog ponašanja ali se i smanjuje međuspratno pomeranje jer dominantno zavisi od krutosti kraćeg elementa u ramu, a to je uobičajeno stub
  - Osim kada je koeficijent osetljivosti spratnog pomeranja $\theta \leq 0.1$ dimenzije preseka stuba ne treba da budu manje od 1/10 većeg rastojanja tačke infleksije i kraja stuba za savijanje u ravni paralelno posmatranoj dimenziji stuba
  - Duktilnost krivine preseka opada sa porastom intenziteta aksijalne sile pritiska. Takođe, veliki pritisak u stubovima može biti uzrok otpadanja zaštitnog sloja betona do armature. S obzirom na prethodno ograničava se aksijalna sila pritiska, tj. propisuju se maksimalne vrednosti normalizovane (relativne) aksijalne sile
  - Minimalna dimenzija stuba
    - DCM: 20 cm
    - DCH: 25 cm

$$\nu_d = \frac{N_{Ed}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \leq \begin{cases} 0.65 & \text{za DCM} \\ 0.55 & \text{za DCH} \end{cases}$$

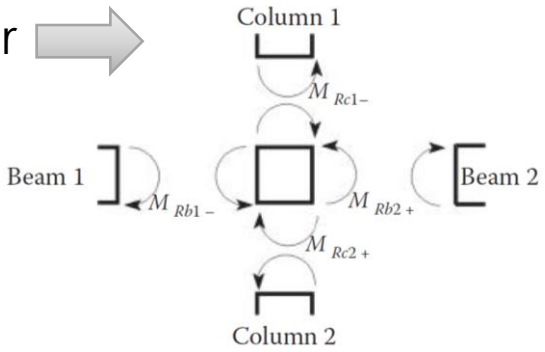
Stubovi

- **Proračun momenata savijanja**
  - Kod okvirnih konstrukcija i kod ekvivalentnih okvira, da bi stubovi ostali u elastičnoj oblasti ponašanja, potrebno je sprečiti mogućnosti pojave plastičnih zglobova u njima (sprečavanje formiranja fleksibilnog (slabog) sprata). U metodi programiranog ponašanja ovo vodi konceptu koji se često naziva **„koncept jakih stubova i slabijih greda“**, kojim se obezbeđuje elastični rad stubova i u situacijama plastifikacije krajeva greda spojenih u čvoru sa stubom. Sigurnost se obezbeđuje faktorom rezerve od 1,3

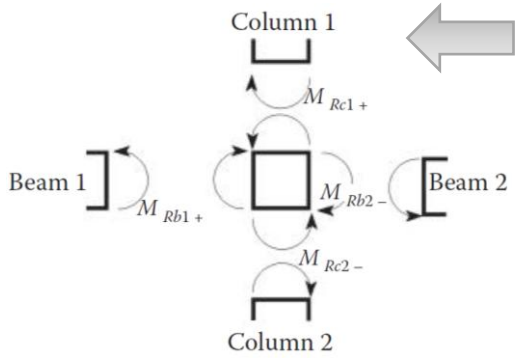
$$\sum M_{Rd,c} \geq 1.3 \sum M_{Rd,b}$$

Strong column–weak beam capacity design

smer



Komentar:
Uslov sprečava pojavu spratnog mehanizma po stubovima ali ne i moguću pojavu plastičnih zglobova na krajevima stubova pa se krajevi stubova proglašavaju kritičnim oblastima u kojima je potrebno obezbediti duktilnost krivine



smer

Stubovi

- **Proračun momenata savijanja**
  - Kada su ramovi raspoređeni u dva ortogonalna pravca prethodni uslov mora biti zadovoljen za svaki pravac posebno
  - Ako su dominantni ramovi samo u jednom pravcu onda za taj pravac mora biti zadovoljen prethodni uslov
  - Prethodni uslov mora da bude zadovoljen za oba smera pri čemu su momenti u stubovima uvek suprotni od momenata u gredama
  - Kod spoja poslednjeg stuba i krovne grede, izraz ne mora biti zadovoljen, s obzirom da nije od interesa da li će se plastični zglob formirati na kraju poslednjeg stuba ili ne
  - Nakon usvojene podužne armature u gredama i određivanja momenata nosivosti na savijanje greda koje se sustiču u čvoru iz prethodnog uslova se određuje potrebni ukupni moment nosivosti na savijanje stubova koji, zadržavajući odnos momenata savijanja u stubovima iz elastične seizmičke analize, koristimo za izračunavanje potrebnih nosivosti na savijanje stubova u presecima iznad i ispod čvora

Stubovi

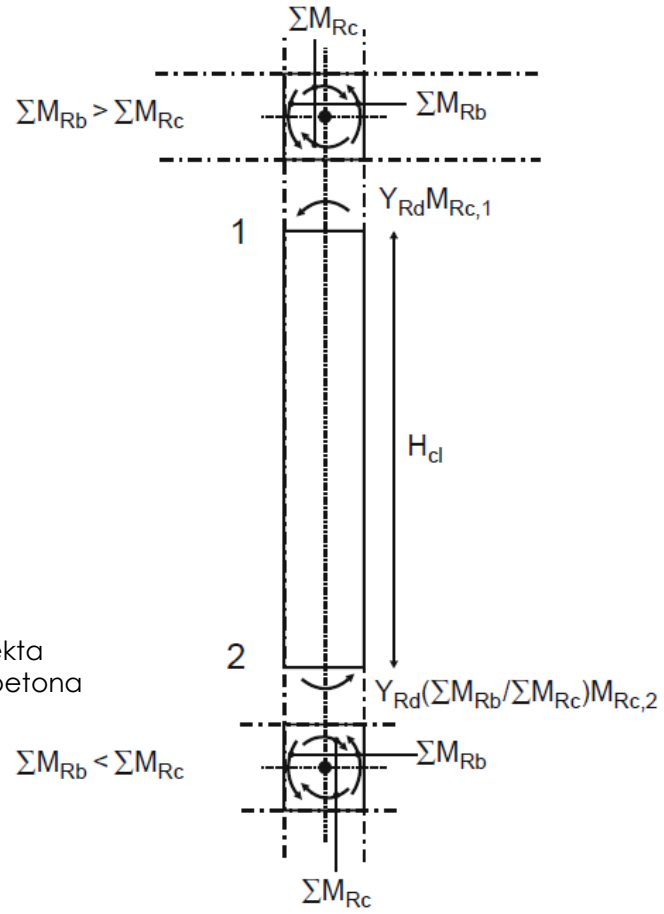
- **Proračun smičućih sila**
  - Analogno kao kod greda

$$V_{Ed,1} = \frac{M_{1,d} + M_{2,d}}{H_{cl}}$$

$$V_{Ed,2} = \frac{M_{1,d} + M_{2,d}}{H_{cl}}$$

$$M_{i,d} = \gamma_{Rd} M_{Rc,i} \cdot \min\left(1; \frac{\sum M_{Rc}}{\sum M_{Rb}}\right) \quad i = 1,2$$

γ_{Rd} – faktor koji uzima u obzir povećanje momenta nosivosti usled efekta ojačanja armature pri većim dilatacijama i utezanja pritisnute zone betona
DCM: 1.1
DCH: 1.3



Stubovi

- **Detalji za lokalnu duktilnost (zone plastičnih zglobova)**
  - **Dužina kritične zone l_{cr}**
    - DCM

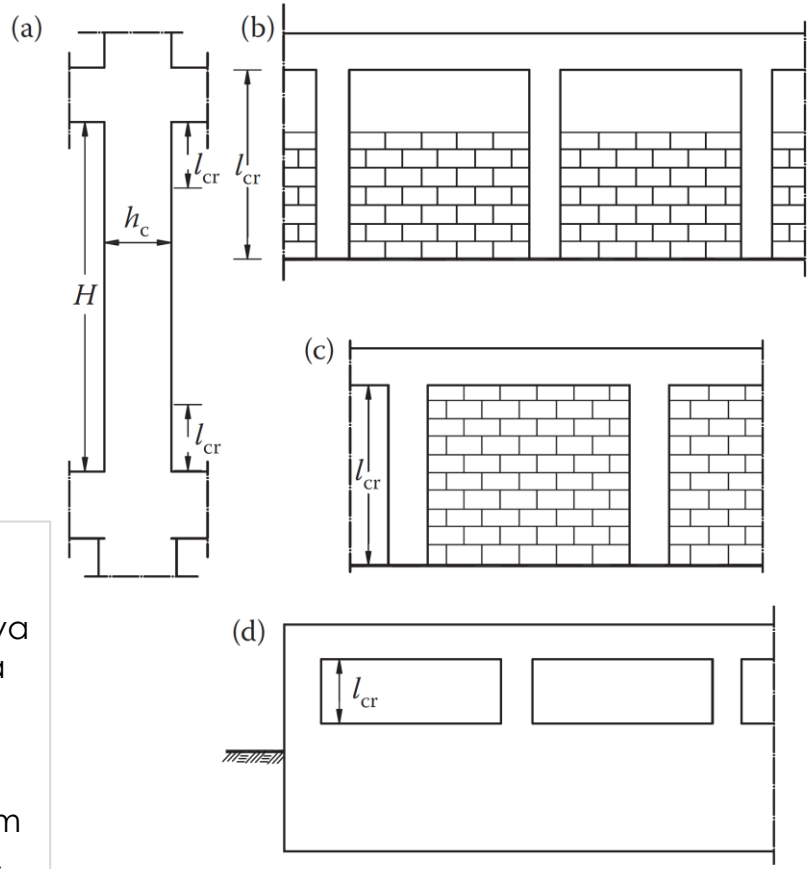
$$l_{cr} = \max\{h_c; l_c/6; 0.45\}$$

    - DCH

$$l_{cr} = \max\{1.5h_c; l_{cl}/6; 0.6\}$$

h_c je najveća dimenzija poprečnog preseka stuba

    - Ako je $l_c/h_c < 3$ cela dužina je kritična zona



Komentari:
Ako postoji zidana ispuna

- Ako je visina zidane ispune manja od čiste visine stubova koji su u kontaktu sa njom cela visina stubova je kritična zona
- Zbog povredljivosti zidanih zidova ispune u prizemlju može se očekivati njihov delimični ili totalni lom, pa se čitava dužina stubova prizemlja smatra kritičnom zonom
- Ako se zidana ispuna prostire po celoj čistoj visini stuba, a nalize se samo sa jedne strane stuba (stub u uglu) cela visina stuba je kritična zona

Stubovi

- **Detalji za lokalnu duktilnost**
  - **Zahtev lokalne duktilnosti krivine**

$$\mu_\varphi = 2q_o - 1 \quad \text{ako je} \quad T_1 \geq T_c$$

$$\mu_\varphi = 1 + 2(q_o - 1)\frac{T_c}{T_1} \quad \text{ako je} \quad T_1 < T_c$$

	DCM	DCH
Zona ukleštenja u temelj	q_o	q_o
Ostale kritične zone	-	$(2/3)q_o$

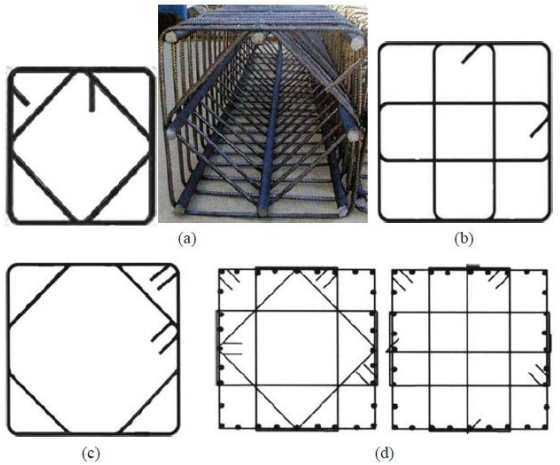
  - **Maksimalni i minimalni procenat armiranja podužnom amaturom**

$$0.01 \leq \rho_l \leq 0.04$$

Komentari:
- Usled tečenja i skupljanja betona postoji tendencija da se naponi pritiska sele sa betona na podužnu armaturu pa u slučaju manjih procenata armiranja ovo može značajno da poveća napone u armaturi pa se propisuje minimalni procenat armiranja
- Maksimalni procenat podužne armature je uslovljen mogućnostima ugradnje betona

  - EN 1992-1-1 propisuje maksimalni procenat armiranja podužnom armaturom na mestu nastavljanja preklopanjem od 0.08
  - Najmanje jedna šipka mora postojati u stubu između ugaonih šipki na svakoj strani preseka stuba zbog integriteta i prihvatanja seizmičke sile u čvorovima

Stubovi



- **Detalji za lokalnu duktilnost**
  - **Utezanje preseka**
    - Na mestima ukleštenja stubova u temelj neophodno je obezbediti potrebni lokalni faktor duktilnosti krivine. Negativan uticaj aksijalne sile pritiska na duktilnost krivine ogleda se u tome da se potrebna duktilnost krivine ne može obezbediti graničnom dilatacijom u betonu od 3.5‰ pa se primenjuje **utezanje preseka poprečnom armaturom**
    - **Potrebni faktor duktilnosti krivine će biti zadovoljen ako je ispunjeno**

$$\alpha\,\omega_{wd} \geq 30\,\mu_\varphi\,\nu_d\,\varepsilon_{syd}\,\frac{b_c}{b_o} - 0.035$$

Ukleštenje u temelj
DCM: $\omega_{wd} \geq 0.08$; DCH: $\omega_{wd} \geq 0.12$
Ostale kritične zone
DCM: -; DCH: $\omega_{wd} \geq 0.08$

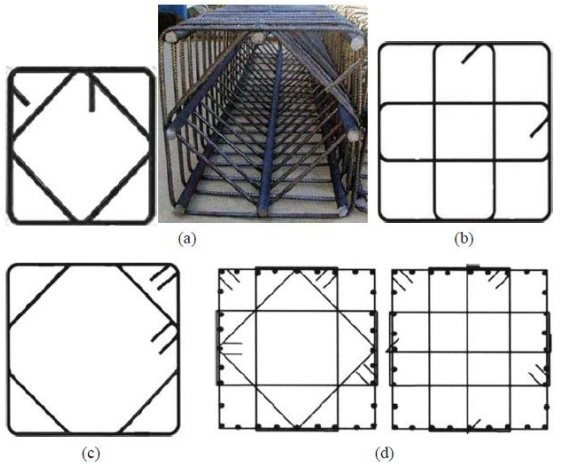
ω_{wd} mehanički zapreminski procenat armiranja uzengija za utezanje preseka u kritičnim oblastima,

$$\left[\omega_{wd} = \frac{\text{zapremina uzengija za utezanje}}{\text{zapremina betonskog jezgra}} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}\right]$$

μ_ϕ zahtevana vrednost faktora duktilnosti krivine;
ν_d proračunska normalizovana aksijalna sila ($\nu_d = N_{Ed} / A_c \cdot f_{cd}$),
$\varepsilon_{sy,d}$ proračunska vrednost dilatacije zatezanja čelika na granici tečenja,
h_c visina ukupnog poprečnog preseka (paralelno horizontalnom pravcu u kojem se vrednost μ_ϕ koristi u (6)P ove podtačke);
h_o visina utegnutog jezgra (do osa uzengija);
b_c ukupna širina poprečnog preseka;
b_o širina utegnutog jezgra (do osa uzengija);

Komentari:
- Ovako određenu poprečnu armaturu za utezanje ne treba usvojiti u svim kritičnim oblastima već samo na onim mestima gde će se formirati plastični zglobovi u skladu sa metodom programiranog ponašanja, tj. na mestima ukleštenja DCM i DCH stubova u temelj
- Kod DCH stubova osim na mestima ukleštenja u temelj moguća je pojava plastičnih zglobova i u drugim kritičnim zonama pa se vrši utezanje svih ostalih kritičnih zona ali pri određivanju zahteva za duktilnost krivine umesto q_o koristi $(2/3)q_o$

Stubovi

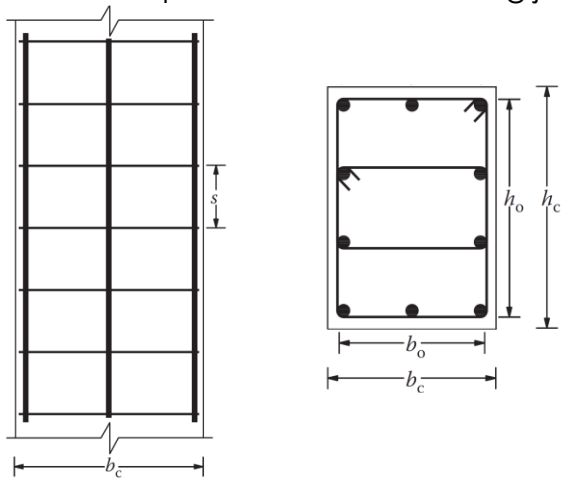


- **Detalji za lokalnu duktilnost**
  - **Faktor efikasnosti utezanja α**

$$\alpha = \alpha_n \cdot \alpha_s$$

α_n obuhvata uticaj razmaka spiralne armature ili uzengija
α_s obuhvata uticaj razmaka podužnih šipki obuhvaćenih uzengijama

  - Obuhvata sledeće uticaje
    - Razmak između šipki poprečne armature
    - Broj i konfiguraciju poprečne armature
    - Broj i konfiguraciju podužne armature



Pravougaoni presek

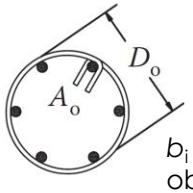
$$\alpha_n = 1 - \sum_n b_i^2 / 6 b_o h_o$$

$$\alpha_s = (1 - s/2b_o)(1 - s/2h_o)$$

Kružni presek sa kružnim uzengijama

$$\alpha_n = 1$$

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{s}{2D_o}\right)^2$$

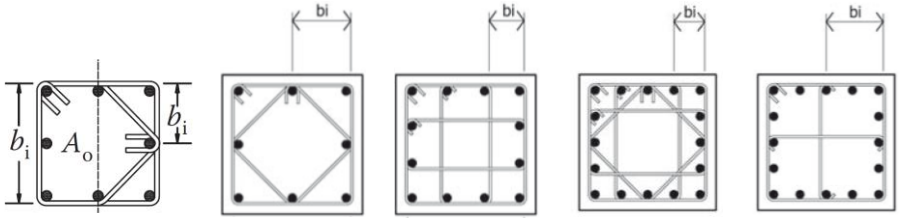


b_i – rastojanje između podužnih šipki poprečno obuhvaćenih uzengijama ili poprečnim vezama

Kružni presek sa spiralnim uzengijama

$$\alpha_n = 1$$

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{s}{2D_o}\right)$$

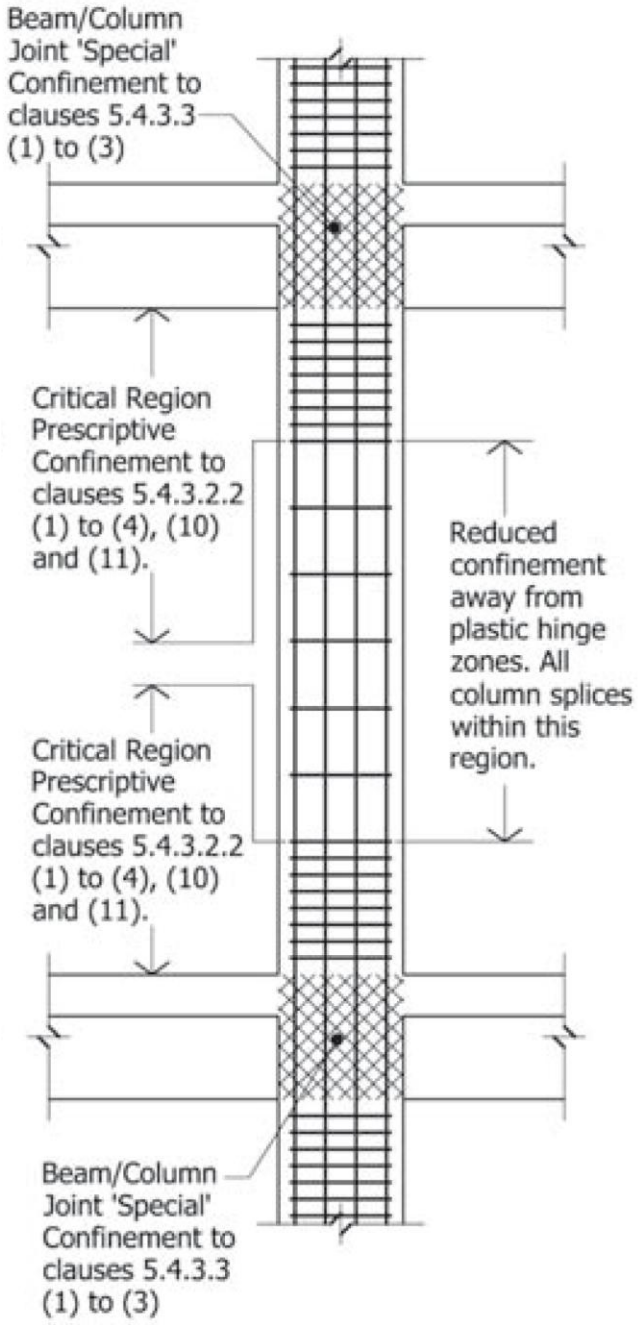


Stubovi

- **Detalji za lokalnu duktilnost**
  - **Konfiguracija poprečne armature**
    - U kritičnim uzonama zbog obezbeđivanja minimalne duktilnosti krivine i sprečavanja izvijanja podužnih šipki treba ispuniti sledeće uslove
      - Prečnik uzengija
        - DCM: $d_{bw} \geq 6\ \text{mm}$
        - DCH: $d_{bw} \geq 0.4 d_{bL,max}\sqrt{f_{ydL}/f_{ydw}}$
      - Maksimalni podužni razmak uzengija
        - DCM: $s = \min\{b_o/2; 175\ \text{mm}; 8d_{bl}\}$
        - DCH: $s = \min\{b_o/3; 125\text{mm}; 6d_{bl}\}$
      - Maksimalno rastojanje između podužnih šipki obuhvaćenih uglom uzengija
        - DCM: $b_i \leq 200\ \text{mm}$
        - DCH: $b_i \leq 150\ \text{mm}$
    - Kod DCM konstrukcija poprečna armaturu u ukleštenjima stubova u temelj može i da se odredi na osnovu EN 1992-1-1 ako je normalizovana aksijalna sila pri seizmičkom dejstvu manja od 0.2 i ako vrednost faktora ponašanja ne prelazi 2.0
    - Zahteve za konfiguracijom poprečne armature kod DCH stubova treba obezbediti i izvan kritičnih oblasti u prve dve etaže na dužini jednakoj polovini dužine kritične zone

Stubovi

- **Detalji za lokalnu duktilnost**
  - **Koraci pri usvajanju poprečne armature u kritičnim oblastima**
    - Izabere se konfiguracija i prečnik uzengija u zavisnosti od klase duktilnosti
    - Izabere se razmak uzengija
    - Izračuna se mehanički zapreminski procenat armiranja na osnovu usvojene konfiguracije podužne i poprečne armature. Ako je potrebno koriguje se razmak uzengija
    - Kontrola da li ovako usvojena poprečna armatura zadovoljava prijem smičućih sila. Koriguje se ako je potrebno



Stubovi

- **Kratki stubovi**
  - Normalni stub: $\lambda = L/h \geq 4.0$, tj. odnos smicanja $\alpha_s = M_{Ed}/(V_{Ed}h) \geq 2.0$
  - Kratki stub: $\alpha_s < 2.0$
  - Sklon krtom smičućem lomu po pritisnutoj betonskoj dijagonali sa karakterističnim X prslinama



  - Između ostalih mesta mogu se javiti na fasadi kada zidovi ispune ne popunjavaju celu spratnu visinu zbog formiranja otvora
  - Preporuka je da količina uzengija zadovolji sledeće minimalne vrednosti (Penelis, 2014.)
    - $\rho_{w,min} = 0.6\%$
    - $\omega_{w,min} = 0.16$

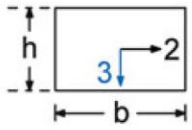
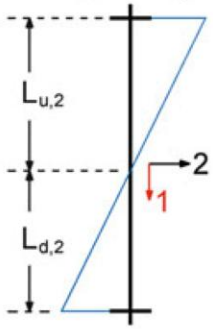
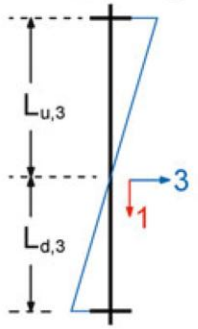
Stubovi

- **Kratki stubovi**
  - Ako nije moguće izbeći kratki stub treba preduzeti sledeće
    - Celu visinu stuba smatrati kritičnom zonom
    - Smičuću silu odrediti metodom programiranog ponašanja vodeći računa o dužini kratkog stuba, tj. ako npr. zidana ispuna delimično ispunjava visinu dužina stuba je jednaka slobodnom delu iznad ispune jer će se plastični zglobovi javiti u stubu na mestu vrha zidane ispune i na vrhu stuba
    - Poprečna armatura koja prihvata smičuće sile se postavlja na dužini stuba koja nije u kontaktu sa ispunom i na dužini stuba h_c (dimenzija preseka stuba u ravni sa ispunom) koja je u kontaktu sa ispunom
    - Ako je visina stuba mala smičuće sile mogu da prevaziđu maksimalnu silu smicanja koju može da prihvati pritisnuta betonska dijagonala, tj. tada povećanje poprečne armature ne pomaže pa smičuću silu treba preuzeti dijagonalnom armaturom u dva pravca (prema EN 1998-1 ovo se primenjuje ako je dužina kratkog stuba manja od $1.5h_c$)

Stubovi

- **Poprečni presek**

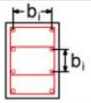
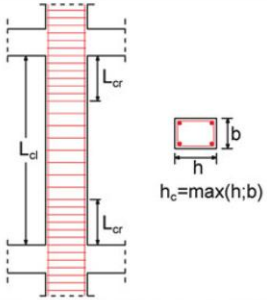
Komentar:
Uskladiti sa Nacionalnim aneksima

	DCM	DCH
SECTION DIMENSIONS	Clause 5.4.1.2.2(1) and 5.5.1.2.2(2): For principal earthquake resistant columns provided that θ>0.1 (Definition of θ: Clause 4.4.2.2(2)) NO restriction when θ<0.1.	
	 $b \geq \frac{1}{10} \cdot \max\{L_{u,2}; L_{d,2}\}$ $h \geq \frac{1}{10} \cdot \max\{L_{u,3}; L_{d,3}\}$ Diagram M_3  Diagram M_2 	
	—	Clause 5.5.1.2.2(1)P: b≥25cm h≥25cm For principal earthquake resistant columns
MINIMUM SECTION AREA	Clause 5.4.3.2.1(3)P For principal earthquake resistant columns: $v_d = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} \leq 0.65$ $\Rightarrow A_c \geq \frac{N_{Ed}}{0.65 \cdot f_{cd}}$	Clause 5.5.3.2.1(3)P For principal earthquake resistant columns: $v_d = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} \leq 0.55$ $\Rightarrow A_c \geq \frac{N_{Ed}}{0.55 \cdot f_{cd}}$

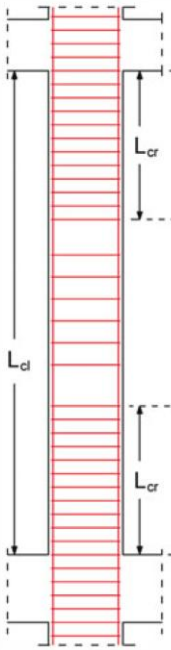
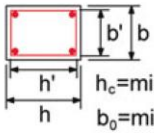
Stubovi

Komentar:
Uskladiti sa Nacionalnim aneksima

Podužna armatura

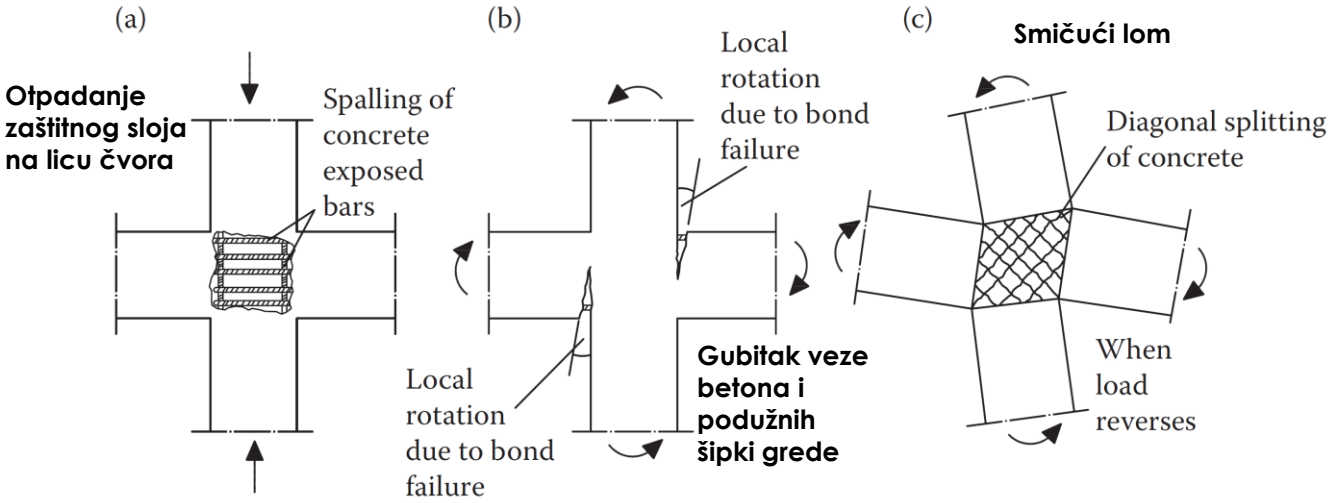
	DCM	DCH
(1)	Minimum/Maximum amount of total longitudinal reinforcement $\rho_{min} = 0.01 \le \rho = \left(\frac{A_{s,tot}}{b \bullet h}\right) \le \rho_{max} = 0.04$	
	Clause 5.4.3.2.2(1)P	Clause 5.5.3.2.2(1)P
(2)	Minimum number of rebars per side =3	
	Clause 5.4.3.2.2(1)P	Clause 5.5.3.2.2(2)P
(3)	Maximum allowable distance between longitudinal rebars restrained by transverse reinforcement (ties). 	
	b_i=20cm	b_i=15cm
	Clause 5.4.3.2.2(11)	Clause 5.5.3.2.2(12)
(4)	Minimum diameter of longitudinal bars: $\min\Phi_L$=8mm	
	Clause 9.5.2(1) / EN1992-1-1	
(5)	Critical length 	
	L_{cr}=max{h_c; (L_{cl}/6); 0.45} (m)	L_{cr}=max{(1.5·h_c); (L_{cl}/6); 0.60} (m)
	Clause 5.4.3.2.2(4)	Clause 5.5.3.2.2(4)
	* If L_{cl}/h_c<3 ⇒ L_{cr}=L_{cl}	
	Clause 5.4.3.2.2(5)P	Clause 5.5.3.2.2(5)P

Poprečna armatura

	DCM	DCH
	Hoop size d_{bw} d_{bw}>max{d_{bL}^{max}/4; 6mm} Spacing of hoops s_{cr} s_{cr}<{b_0/2; $8d_{bL}^{min}$; 175mm}	Hoop size d_{bw} d_{bw}>max{$0.4\,d_{bL}^{max}(f_{ydL}/f_{ydw})^{1/2}$; 6mm} Spacing of hoops s_{cr} s_{cr}<{b_0/3; $6d_{bL}^{min}$; 125mm}
	Hoop size d_{bw} d_{bw}>max{d_{bL}^{max}/4; 6mm} Spacing of hoops s s<{h_c; $20d_{bL}^{min}$; 400mm}  h_c=min{h;b} b_0=min{b';h'} d_{bL}^{max}=maxΦ_L d_{bL}^{min}=minΦ_L	
	Hoop size d_{bw} d_{bw}>max{d_{bL}^{max}/4; 6mm} Spacing of hoops s_{cr} s_{cr}<{b_0/2; $8d_{bL}^{min}$; 175mm}	Hoop size d_{bw} d_{bw}>max{$0.4\,d_{bL}^{max}(f_{ydL}/f_{ydw})^{1/2}$; 6mm} Spacing of hoops s_{cr} s_{cr}<{b_0/3; $6d_{bL}^{min}$; 125mm}
		Hoops are provided along length (L_{cr}+L_{cr}/2) as within the critical length in the two lower storeys [5.5.3.2.2(13)P]
Mechanical volumetric ratio of confining hoops ω_{wd}	a) In the critical length of primary seismic column at the base	
	$\alpha\omega_{wd} \ge 30\mu_\varphi \nu_d \varepsilon_{sy,d} (b_c/b_o) - 0.035$	
	$\min\omega_{wd}$=0.08 [Clause 5.4.3.2.2(8), (9)]	$\min\omega_{wd}$=0.12 [Clause 5.5.3.2.2(9), (10)]
	b) In the critical length of primary seismic column above the base	
	—	$\alpha\omega_{wd} \ge 30\mu_\varphi^* \nu_d \varepsilon_{sy,d} (b_c/b_o) - 0.035$
		$\min\omega_{wd}$=0.08 [Clause 5.5.3.2.2(9), (10)]

Čvorovi

- Tretira se kao poseban konstrukcijski element
- **Dva osnovna problema**
  - Javlja se velika smičuća sila
  - Javljaju se značajni naponi prianjanja između betona i podužnih šipki koje prolaze kroz čvor što prouzrokuje probleme sidrenja armature u uslovima gde se na suprotnim stranama čvora u armaturi grede javlja zatezanje sa jedne, a pritisak sa druge strane
- **Osnovne vrste oštećenja**



Komentari:
- Dominantni uticaji u čvoru su naponi veze između betona i armature i naponi smicanja pa oblast čvora nije pogodna za disipaciju seizmičke energije
- Teško se sanira posle zemljotresa zbog nepristupačnosti

Čvorovi

- **Sidrenje podužne armature grede**
  - Da bi se obezbedilo adekvatno sidrenje podužne armature grede u čvorovima potrebno je ograničiti maksimalni prečnik podužne armature grede
  - **Unutrašnji čvor**
    - Na raspolaganju je praktično širina stuba h_c paralelna šipkama za sidrenje
    - Maksimalni prečnik podužne armature grede

$$\frac{d_{bl}}{h_c} \le \frac{7.5}{\gamma_{Rd}} \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yd}} \cdot \frac{1 + 0.8\nu_d}{1 + 0.75\kappa_D \cdot \rho_2/\rho_{1max}}$$

$\kappa_D = 1.0$ for DCH buildings
$\kappa_D = 0.66$ for DCM buildings

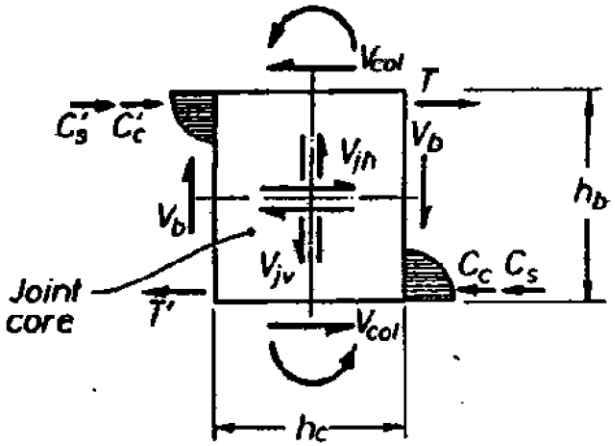
  - **Spoljašnji čvor**
    - Podužna armatura grede se obično povija u stub pod uglom od 90° (pored smičućih sila javljaju se naponi pritiska na beton usled skretnih sila u zoni zakrivljenja armature)
    - Maksimalni prečnik podužne armature grede

$$\frac{d_{bl}}{h_c} \le \frac{7.5 \cdot f_{ctm}}{\gamma_{Rd} \cdot f_{yd}} \cdot (1 + 0.8\nu_d)$$

Komentari:
- Kod DCH stroži uslov nego kod DCM
- USA: ACI 318, 2019.: $d_{bl}/h_c \le 1/20$

Čvorovi

Paulay and Priestley, 1992.



Sila pritiska armature C_s i C_s'
Sila pritiska betona C_c i C_c'
Sila zatezanja u armaturi T i T'
Sila smicanja u gredi V_b i V_b'
Sila smicanja u stubu V_{col}
Smičuće sile u čvoru V_{jh} i V_{jv}

Smičuće sile u čvoru

Uslov ravnoteže horizontalnih sila iznad srednje linije čvora daje **ukupnu horizontalnu smičuću silu u unutrašnjem čvoru**

$$V_{jh} = T + C_c' + C_s' - V_{col}$$

Po metodi programiranog ponašanja u gredama su se formirali plastični zglobovi i za taj slučaj se određuju merodavni uticaji za dimenzionisanje čvora. Ako se usvoji $T' = C_c' + C_s'$ ukupna horizontalna smičuća sila u unutrašnjem čvoru glasi

$$V_{jhd} = T + T' - V_{col} = \gamma_{Rd}(A_{s1} + A_{s2})f_{yd} - V_{col}$$

gde je
- γ_{Rd} – faktor ojaanja armature pri većim dilatacijama koji ne bi trebalo da ima vrednost manju od 1.2
- A_{s1} i A_{s2} – površina gornje i donje podužne armature u gredi, respektivno
- V_{col} – sila smicanja u stubu iznad čvora iz seizmičke proračunske situacije. Smičuća sila u stubu deluje povoljno jer samajuje smičuću silu u čvoru treba uzeti njenu najmanju odgovarajuću vrednost

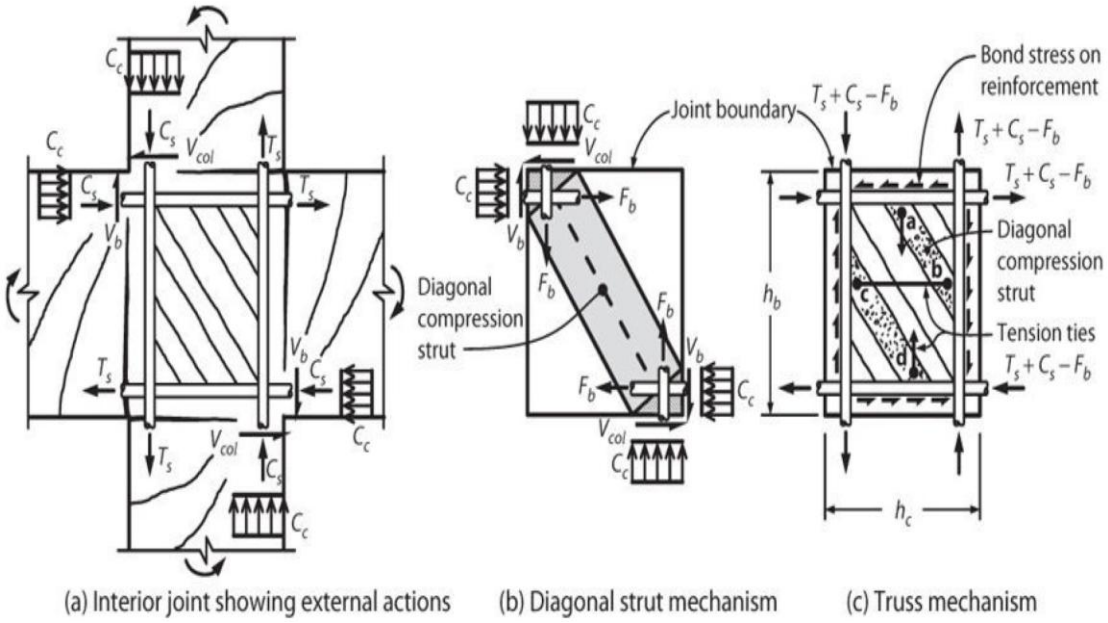
Analogno, **ukupna horizontalna smičuća sila u spoljašnjem čvoru** glasi

$$V_{jhd} = \gamma_{Rd} A_{s1} f_{yd} - V_{col}$$

Komentar:
Ako se formiraju plastični zglobovi u stubovima EN 1998-1 nije dao predlog za određivanje smičuće sile u čvoru

Čvorovi

- **Mehanizam prenosa smicanja**



- Sile koje se prenose iz susednih elemenata u čvor izazivaju horizontalne i vertikalne smičuće sile u samom čvoru. **Nakon pojave prsline prenos ovih smičućih sila se obalja preko mehanizma pritisnute betonske dijagonale i mehanizma rešetke (Park i Paulay, 1975)**
- **Preko pritisnute betonske dijagonale** prenose se (**slika b**) horizontalne i vertikalne sile pritiska u betonu C_c, smičuće sile iz stubova V_{col} i greda V_b, i deo sile prianjanja podužne armature F_b
- **Preko horizontalne i vertikalne armature koja sa pritisnutim betonskim dijagonalama formira mehanizam rešetke** prenose se (**slika c**) pretežno deo sile prianjanja koja se ne prenosi betonskom dijagonalom, tj. sile T_s i C_s umanjenje za F_b. Naponi prianjanja se uravnotežuju sa nizom betonskih dijagonala i zategnutim vezama

Čvorovi

- **DCM čvor – EN 1998-1**
  - Nije porebna analitička kontrola uticaja i proračun armature
  - **Količina i konfiguracija horizontalne armature koja treba da se usvoji unutar čvora treba da odgovara usvojenoj armaturi u kritičnim oblastima stuba iznad ili ispod čvora u zavisnosti koja je veća, tj. usvaja se veća**
  - Za slučaj da se u čvoru sustiču četiri grede sa širinom većom ili jednakom od 3/4 paralelne strane stuba dozvoljava se dvostruko povećanje rastojanja između uzengija ali ne više od 150 mm
  - Mora se usvojiti najmanje jedna vertikalna šipka između ugaonih šipki u stubu na svim stranama čvora

Čvorovi

- **DCH čvor – EN 1998-1**
  - **Kontrola nosivosti pritisnute betonske dijagonale**
    - Unutrašnji čvor

$$V_{jhd} \le \eta f_{cd} \sqrt{1 - \frac{\nu_d}{\eta}} \cdot b_j \cdot h_{jc}$$

gde je:

$\eta = 0{,}6\,(1 - f_{ck}/250)$
h_{jc} je rastojanje između krajnjih slojeva armature stuba;
b_j je kao što je definisano u izrazu (5.34);
ν_d je normalizovana aksijalna sila u stubu iznad čvora; i
f_{ck} je dato u **MPa**.

ako je $b_c > b_w: \; b_j = min\{b_c; (b_w + 0{,}5 \cdot h_c)\}$

ako je $b_c < b_w: \; b_j = min\{b_w; (b_c + 0{,}5 \cdot h_c)\}$

    - Spoljašnji čvor
      - Koristi se prethodni izraz, s tim da se desna strana redukuje sa 0.8

Čvorovi

- **DCH čvor – EN 1998-1**
  - Da bi se sprečila pojava dijagonalnih zatežućih prslina, adekvatno utezanje horizontalnom i vertikalnom armaturom mora se obezbediti u čvoru da dijagonalni zatežući naponi u betonu ne pređu vrednost f_{ctd}
  - **Potrebna horizontalna armatura**
    - Prečnik uzengija ne sme biti manji od 6 mm
    - Potrebno je zadovoljiti izraz

$$\frac{A_{sh} \cdot f_{yd}}{b_j \cdot h_{jw}} \geq \frac{\left(\frac{V_{jhd}}{b_j \cdot h_{jc}}\right)^2}{f_{ctd} + \nu_d f_{cd}} - f_{ctd} \qquad (5.35)$$

gde je:

A_{sh}	ukupna površina horizontalnih uzengija;
V_{jhd}	kao što je definisano u izrazima (5.23) i (5.24);
h_{jw}	odstojanje gornje i donje armature grede;
h_{jc}	odstojanje ivičnih slojeva armature stuba;
b_j	definisano izrazom (5.34);
ν_d	normalizovana proračunska aksijalna sila gornjeg stuba ($\nu_d = N_{Ed} / A_c \cdot f_{cd}$);
f_{ctd}	proračunska vrednost čvrstoće betona na zatezanje u skladu sa EN 1992-1-1:2004.

Čvorovi

- **DCH čvor – EN 1998-1**
  - **Alternativni proračun horizontalne armature čvora**
    - Unutrašnji čvor

$$A_{sh} f_{ywd} \geq \gamma_{Rd} (A_{s1} + A_{s2}) f_{yd} (1 - 0.8\nu_d)$$

    - Spoljašnji čvor

$$A_{sh} f_{ywd} \geq \gamma_{Rd} A_{s2} f_{y1} (1 - 0.8\nu_d)$$

Faktor ojačanja armature pri većim dilatacijama $\gamma_{Rd} = 1.2$

  - **Potrebna vertikalna armatura**

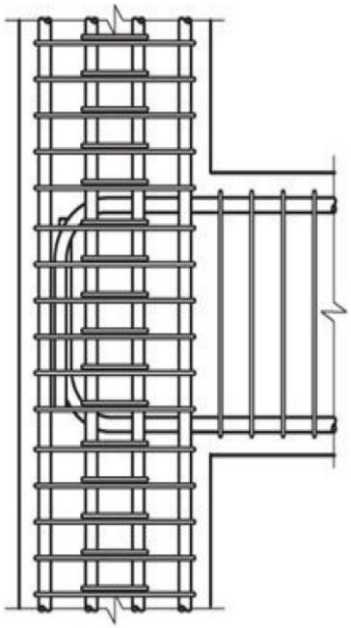
$$A_{sv,i} \geq (2/3) \cdot A_{sh} \cdot \left(h_{jc} / h_{jw} \right) \qquad (5.37)$$

gde je A_{sh} zahtevana ukupna površina horizontalnih uzengija u skladu sa (3) i (4) ove podtačke, a $A_{sv,i}$ ukupna površina srednjih šipki postavljenih na odgovarajućoj strani stuba, između ugaonih šipki stuba (uključujući i šipke koje su deo podužne armature stuba).

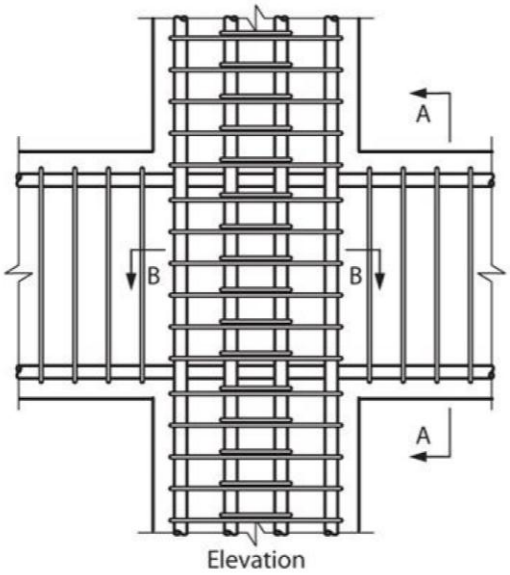
Čvorovi

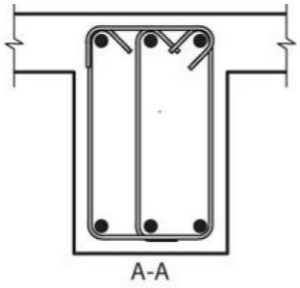
- **Detalji armiranja**

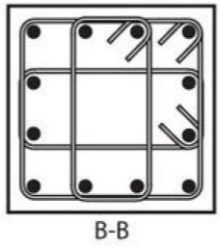
Spoljni čvor



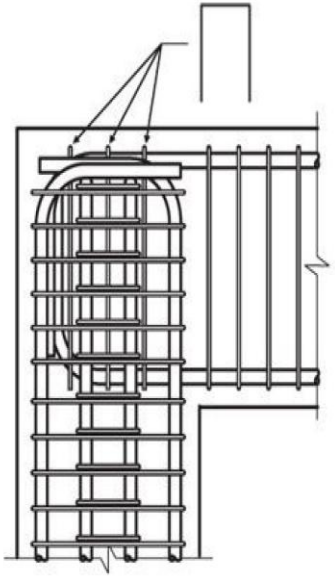
Unutrašnji čvor



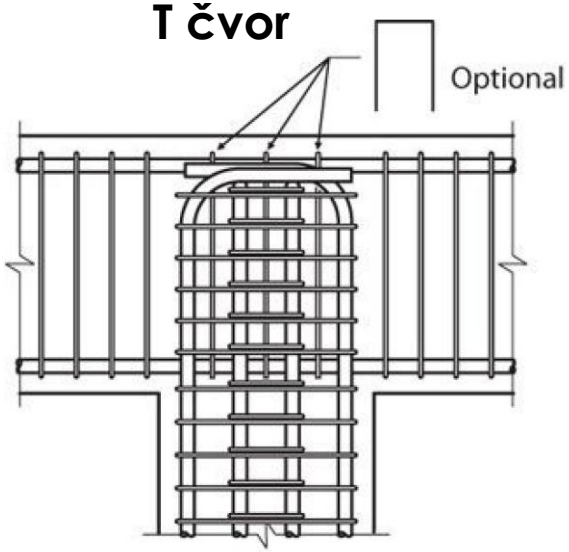




Ugaoni čvor



T čvor



Čvorovi

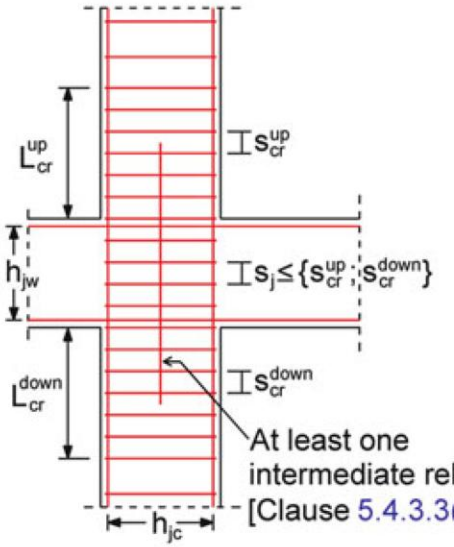
- **Rekapitulacija**

Komentar:
Uskladiti sa Nacionalnim aneksima

DCM

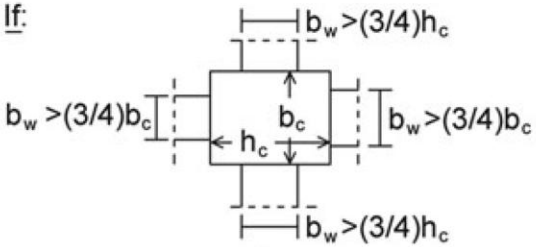
Paragraph 5.4.3.3

- No calculation is required for horizontal confining reinforcement.
- Confining reinforcement shall not be less than that derived according to clause 5.4.3.2.2(8)-(11) within the critical regions of the columns.



EXCEPTION [Clause 5.4.3.3(2)]:

If:



Then: $s_j < 2\{s_{cr}^{up}; s_{cr}^{down}\}$

$s_j < 150mm$

DCH

Paragraphs 5.5.2.3 and 5.5.3.3

- Calculation for horizontal confining reinforcement is required.
- Total required area of closed horizontal stirrups A_{sh} shall be calculated according to clause 5.5.3.3(3):

$$A_{sh} \ge \left\{ \frac{\left[V_{jhd} / (b_j \cdot h_{jc}) \right]^2}{f_{ctd} + v_d \cdot f_{cd}} - f_{ctd} \right\} \cdot \left(\frac{b_j \cdot h_{jw}}{f_{ywd}} \right)$$

V_{jhd} the horizontal shear force acting on the concrete core of the joint [Clause 5.5.2.3(2)]

h_{jw} the distance between beam top and bottom reinforcement.

h_{jc} the distance between extreme layers of column reinforcement in a beam-column.

b_j the effective joint width:
$b_j = \min\{b_c; (b_w + 0.5h_c)\}$ IF $b_c > b_w$
$b_j = \min\{b_w; (b_c + 0.5h_c)\}$ IF $b_c < b_w$

- Horizontal hoops with a diameter of not less than 6 mm within the joint [5.5.3.3(3)]
- The horizontal hoops should be uniformly distributed within the depth h_{jw} [5.5.3.3(5)].
- Adequate vertical reinforcement of the column passing through the joint should be provided, so that [Clause 5.5.3.3(6)]:

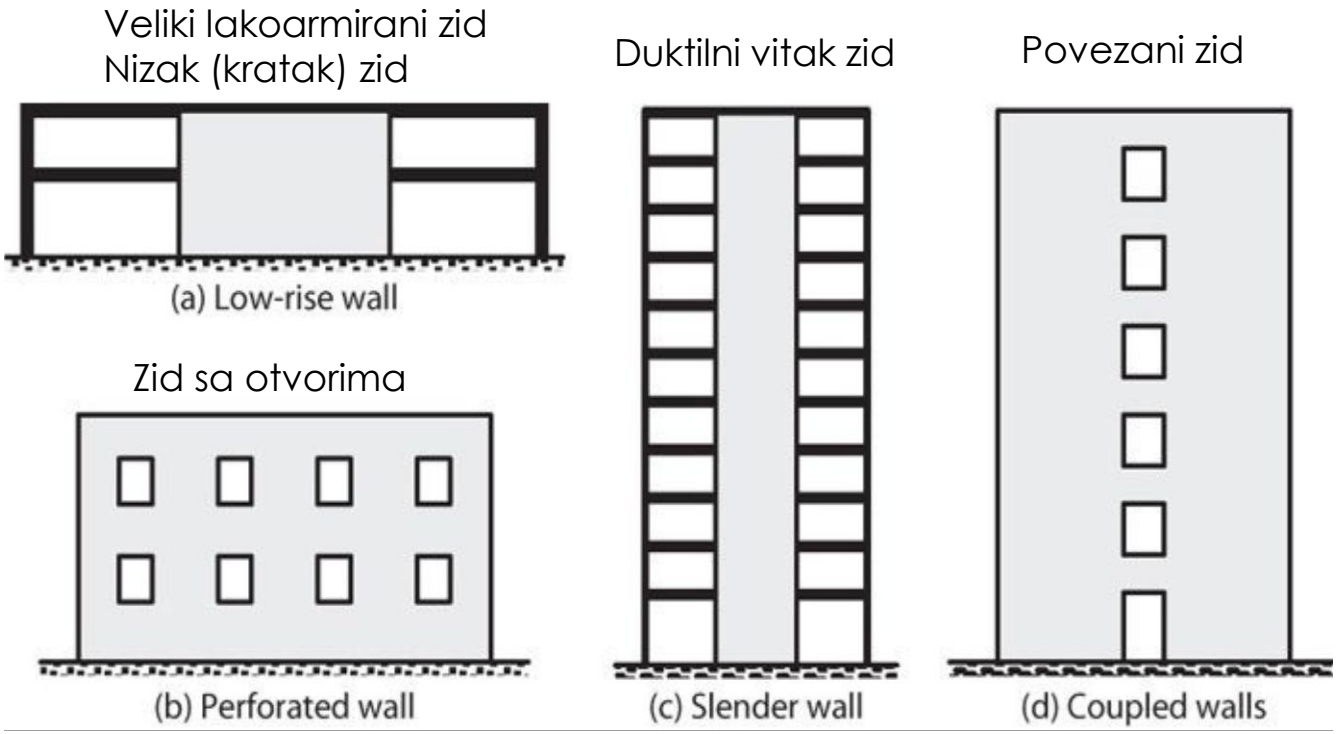
$$A_{sv,i} \ge (2/3) \cdot A_{sh} \cdot (h_{jc} / h_{jw})$$

A_{sh} the required total area of the horizontal hoops in accordance with clause 5.5.3.3(3)

- All requirements presented in 5.4.3.3 (see side column) regarding beam-column joints in DCM buildings shall be also satisfied [Clause 5.5.3.3(7)-(9)P].

Zidovi

Vrste zidova



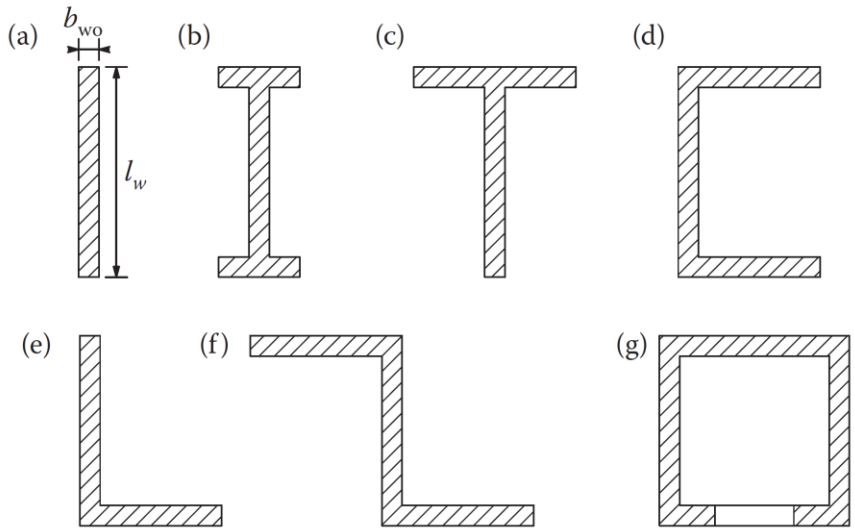
Duktilno ponašanje se obezbeđuje preko dostizanja graničnog stanja po savijanju
Neophodno je sprečiti krte mehanizme lomova
- lom pritisnute dijagonale u rebru usled smicanja
- dijagonalni zatežući lom rebra usled smicanja
- lom smicanjem usled klizanja i
- preturanje zida

Duktilni vitki zidovi

- Preporučen odnos visine i dužine (α_s - vitkost zida)

$$7.0 \geq \alpha_s = \frac{h_w}{l_w} \geq 2.0$$

- Poprečni preseci



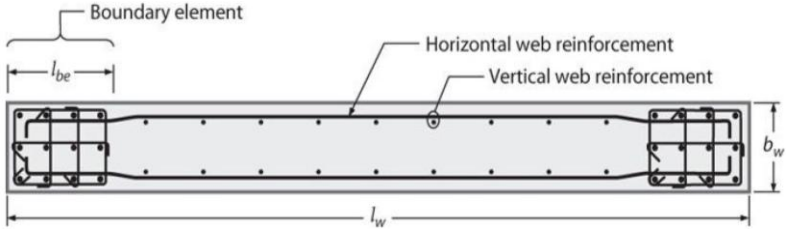
Various cross-sections of ductile slender walls: (a) orthogonal; (b) barbell; (c) T-shaped; (d) C-shaped; (e) L-shaped; (f) Z-shaped; (g) tubular.

Komentar:
Zidovi su vertikalni konstrukcijski elementi sa odnosom dimenzija poprečnog preseka

$$\frac{l_w}{b} > 4.0$$

Duktilni vitki zidovi

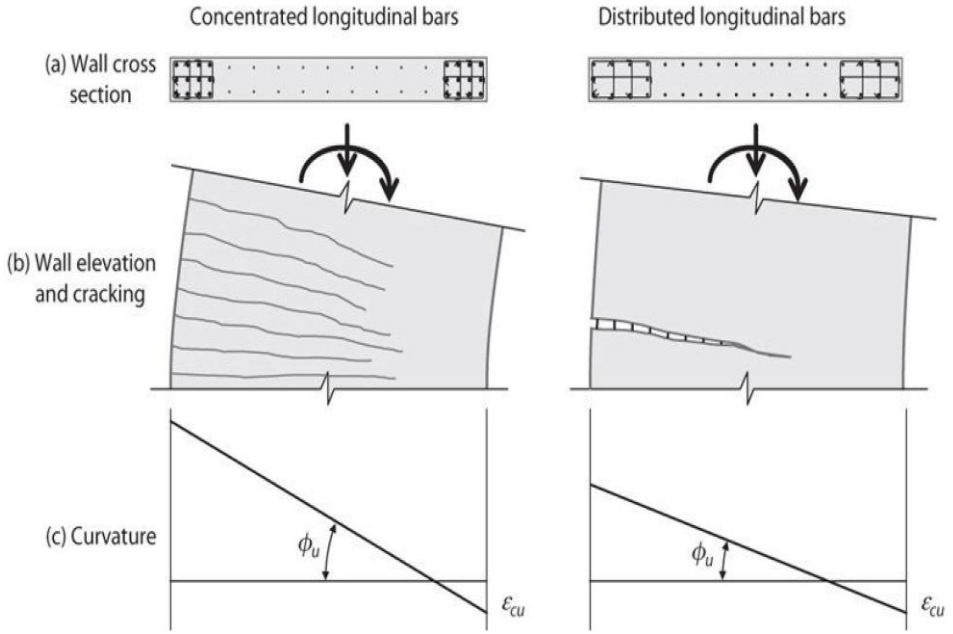
- **Ponašanje pri savijanju**
  - Tipičan raspored armature



  - **Raspodela ukupne vertikalne armature**
    - **Koncentrisanje na krajevima zida**
    - **Ravnomerna raspodela po dužini zida**
  - Na nosivost na savijanje malo utiče to da li se armatura koncentriše na krajevima ili ravnomerno raspodeljuje po dužini zida
  - Za kratke zidove i velike lakoarmirane zidove ravnomerno raspodeljena vertikalna armatura po dužini zida je poželjnija jer potrebna duktilnost pomeranja nije velika, takođe ovako raspoređena armatura je potrebna za prihvatanje većih smičućih sila uključujući i lom smicanjem usled klizanja na spoju zida sa temeljnom konstrukcijom

Duktilni vitki zidovi

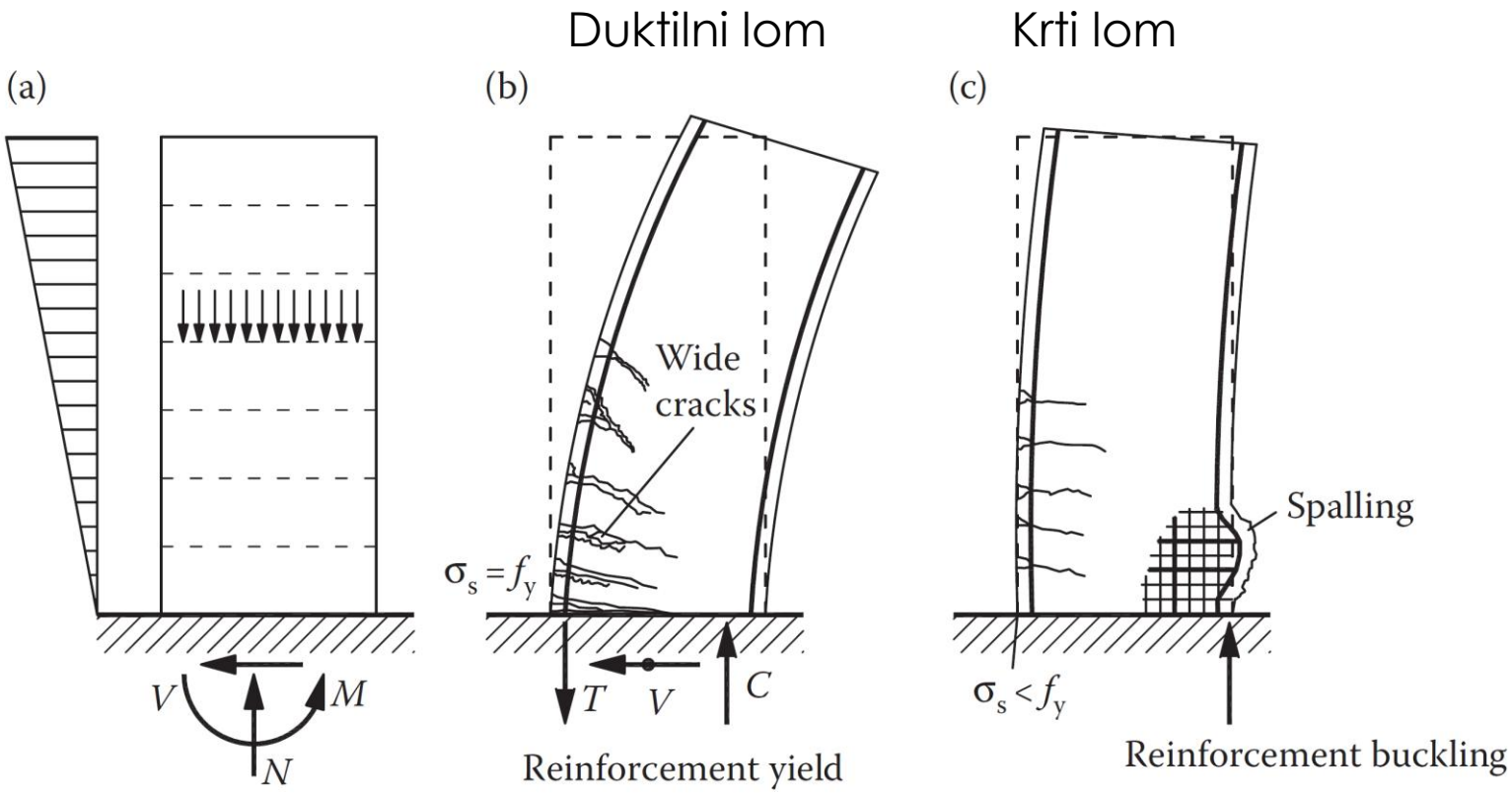
- **Ponašanje pri savijanju**
  - **Prednosti koncentrisanja armature na krajevima zida**
    - Ivični elementi su pogodni za utezanje
    - Granična krivina je veća kod koncentrisane ivične armature
    - Povoljnija raspodela prslina kod koncentrisane ivične armature i tečenje armature će se proširiti na veće područje pa se na taj način povećava i granično pomeranje zida, a samim tim i duktilnost pomeranja



Komentar:
Iz ovih razloga obično se usvaja minimalna količina vertikalne armature u rebru (voditi računa da dijagonalni zatežući lom usled smicanja bude sprečen), a u ivičnim zonama se koncentriše armatura radi obezbeđenja nosivosti na savijanje

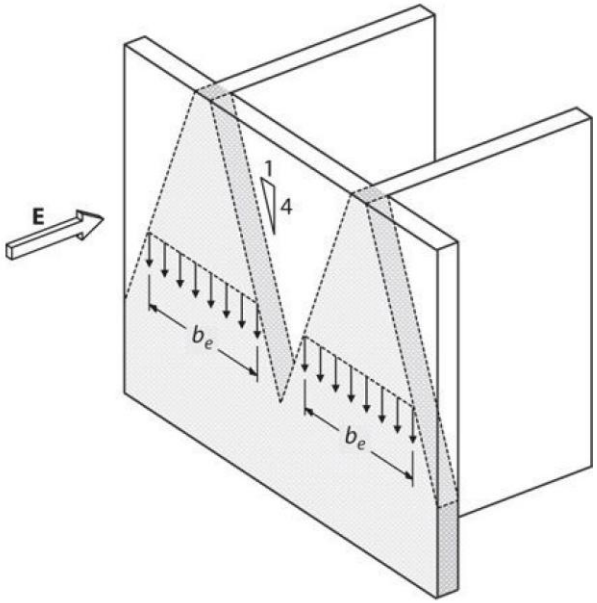
Duktilni vitki zidovi

- **Ponašanje pri savijanju**
  - **Mehanizam loma pri savijanju**



Duktilni vitki zidovi

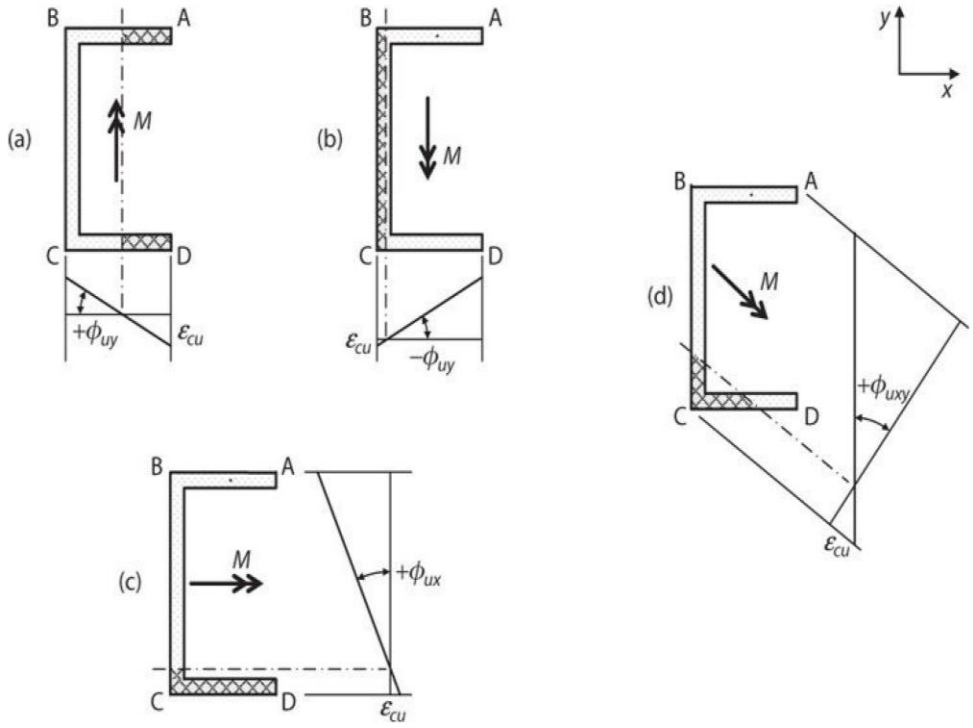
- **Ponašanje pri savijanju**
  - **Zidovi sa flanšama**
    - Efektivna širina flanše, pri određivanju nosivosti na savijanje, bez obzira da li je zategnuta ili pritisnuta, jednaka je najmanjoj od sledećih vrednosti (EN 1998-1)
      - Stvarna dužina rebra
      - Jedna polovina rastojanja do susednog rebra zida
      - 25% ukupne visine zida iznad posmatranog nivoa



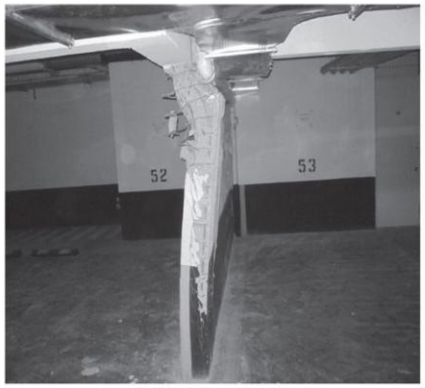
Komentar:
Efektivna širina flanše zavisi od niza faktora
- dužine zida
- aksijalne sile
- veličine horizontalnog pomeranja
- da li je flanša zategnuta ili pritisnuta

Duktilni vitki zidovi

- **Ponašanje pri savijanju**
  - **Zidovi sa flanšama**
    - Pritisnute zone i dijagrami krivine
    - Utezati lokacije A, B, C i D



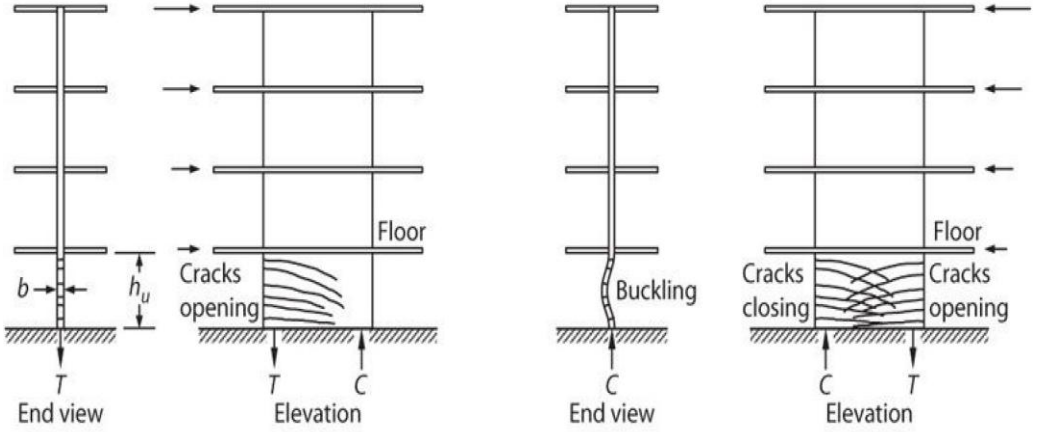
Duktilni vitki zidovi



(a) 2010 Chile earthquake


(b) 2011 Christchurch earthquake

- **Bočno izvijanje zida**



(a) Crack opening under tension cycle

(b) Crack closing under compression cycle

Izbočavanje prizmatičnog ab zida opterećenog alternativnim dejstvom zavisi od
- vitkosti: h_{sprata}/b_w
- koeficijenta dužine izvijanja k (0.5 – 1.0)
- maksimalne prethodne dilatacije na zatezanje vertikalne armature
- od broja paralelnih ravni u kojima je smeštena armatura

- Ovoj vrsti loma su posebno izloženi preseci bez ojačanja (većih debljina) u ivičnim zonama
- Gubita stabilnosti zavisi umnogome od istorije dilatacija
- U slučaju da je u ciklusima seizmičkog dejstva zid dominatno pritisnut ili ako se javi manje zatezanje tako da armatura ostje u elastičnoj oblasti onda ponašanje u velikoj meri zvisi od cikličnog pritisnutog betona i zid je sklon izbočavanju
- Kritičniji slučaj za gubitak stabilnosti je kada je pritisnuta ivična zona u bila u prethodnom ciklusu zategnuta i kada postoje rezidualne plastične dilatacije zatezanja armature
- Kada tavanica obezbeđuje bočne oslonce zidu tada se smatra da se on može izbočiti u okviru visine jednog sprata

Duktilni vitki zidovi

- **Bočno izvijanje zida**
  - Za zidove sa armaturom na oba lica, sa pretpostavkom da je zid obostrano uklešten u donji i gornji sprat (k = 0.5), odnos između spratne visine i debljine, tj. vitkost, se može izraziti na sledeći način (Paulay i Pristley, 1992.)

$$\frac{h_{sprata}}{b_w} = \frac{1}{0.35\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{sm}} - 0.005}}$$

Komentar:
Formula je konzervativna jer pretpostavlja da je ivična zona po dužini izložena uniformnim dilatacijama što ne odgovara stvarnosti

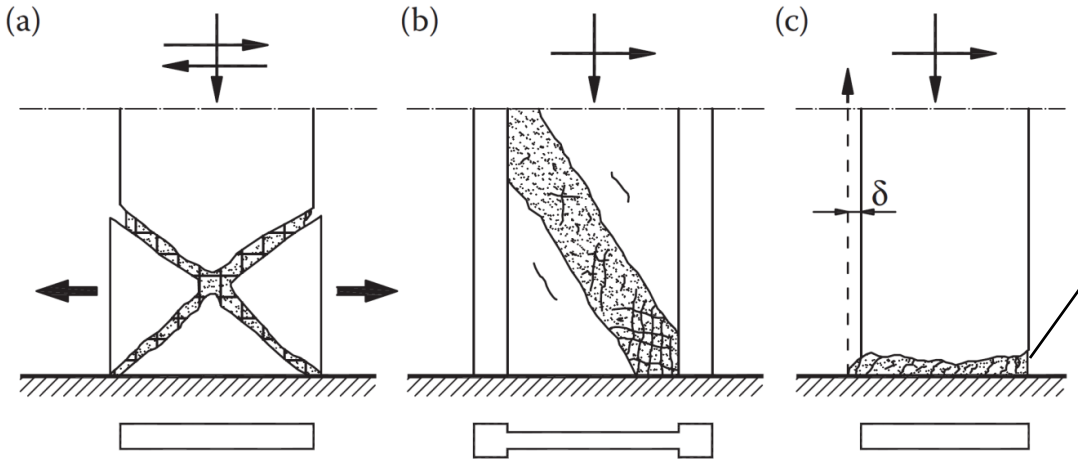
  - Za armuturu klase B i za minimalnu dilataciju pri maksimalnom naponu od 50‰ i za zid uklešten u donji i gornji sprat (k = 0.5) dobija se vitkost 13.5
  - U EN 1998-1 vitkost se propisuje za dužu ivičnu zonu utezanja 10 i 15 za kraću ivičnu zonu utezanja

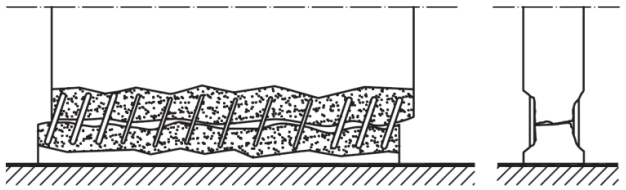
Duktilni vitki zidovi

- **Ponašanje pri smicanju**
  - Ne sme se dozvoliti dostizanje nosivosti pri smicanju (krt lom)
  - Po metodi programiranog ponašanja nosivost na smicanje se računa na osnovu smičuće sile koja se javlja u zidu kada je na mestu ukleštenja formiran momentni plastični zglob
  - Distribucija smičuće sile po visini zida tokom dejstva zemljotresa značajno se menja u odnosu na onu dobijenu linearnom analizom
  - Pri određivanju smičuće sile mora se uzeti u obzir povećanje nosivosti na savijanje na mestu potencijalnog momentnog plastičnog zgloba i uticaj viših tonova u neelastičnom domenu odgovora

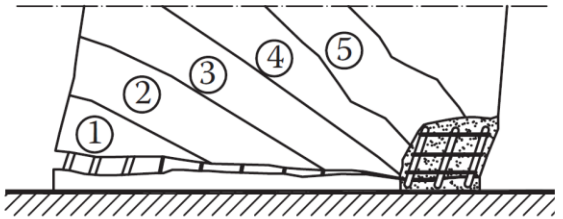
Duktilni vitki zidovi

- **Ponašanje pri smicanju**
  - Osim procene maksimalne smičuće sile koja se može javiti, potrebno je kontrolisati sve vrste smičućih lomova koje se mogu desiti (DCH zid)
    - a) dijagonalni zatežući lom
    - b) lom pritisnute betonske dijagonale
    - c) smičući lom po kliznoj ravni





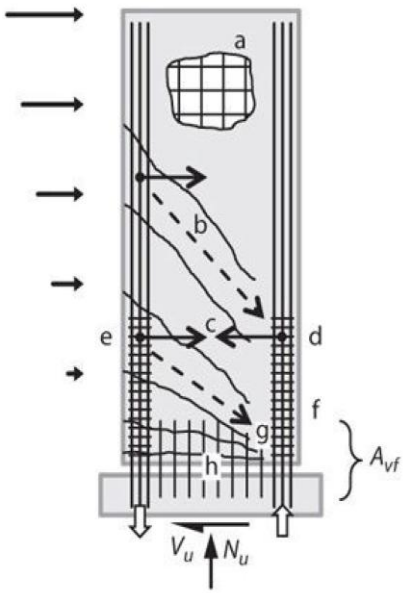
Lom savijanjem kombinovan sa lomom po kliznoj ravni



Duktilni vitki zidovi

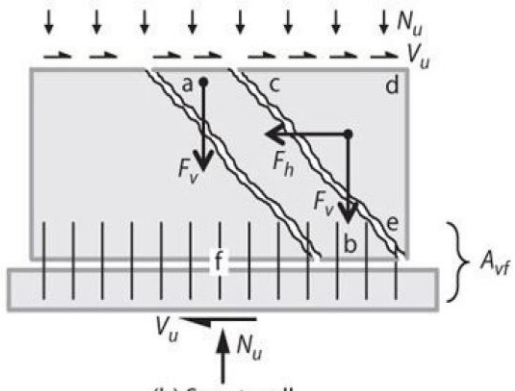
- **Ponašanje pri smicanju**
  - Mehanizmi prihvatanja smicanja

Vitak zid



(a) Slender wall

Nizak zid



(b) Squat wall

- **Kod vitkog zida (slika a)** prihvatanje smicanja je slično kao i kod grede (model rešetke)
- Formira se pritisnuta betonska dijagonala čiju horizontalnu projekciju prihvata horizontalna armatura koja se mora dobro usidriti u krajeve zida, a vertikalnu projekciju prihvata priraštaj sile zatezanja na levoj strani i sile pritiska na desnoj strani zida
- Kada su smičući naponi veliki i kada se zbog tečenja vertikalne armature otvori velika horizontalna prslina smanjujuću pritisnutu zonu betona usled savijanja moguće je da kombinacija dijagonalnog pritiska i pritiska usled savijanja izazove lom betona u zoni *g*
- U oblastma plastičnih zglobova zbog degradacije nosivosti betona na pritisak pri cikličnom opterećenju opada i nosivost pritisnute betonske dijagonale. Zbog ovoga se prema EN 1998-1 kod DCH zidova, u kritičnoj oblasti, vrednost maksimalne smičuće sile $V_{Rd,max}$ koju element može da prihvati redukuje na 40% od vrednosti izvan kritične oblasti, a kod DCM ta redukcija se ne vrši iako se smatra da takav pristup nije na strani sigurnosti

- **Kod kratkog (niskog) zida (slika b)** formira se betonska dijagonala koja se prostire od međuspratne tavanice do temelja. U slučaju vrlo kratkog zida moguće je da se formira više pritisnutih betonskih dijagonala
- Da se deo a-b koji se nalazi između dve dijagonalne prsline nebi preturio oko tačke b potrebna je vertikalna armatura da prihvati silu F_v
- Za ravnotežu dela c-d-e potrebna je i horizontalna i vertikalna armatura

Komentar:
Na osnovu prethodnog se vidi da kod niskog zida u prenosu smicanja učestvuje i horizontalna i vertikalna armatura za razliku od vitkih zidova gde se za prihvatanje smicanja koristi samo horizontalna armatura, naravno sa vertikalnom armaturom koncentrisanom u ivičnim zonama

Duktilni vitki zidovi

- **Geometrija i dimenzije preseka**
  - Vitak zid ispunjava sledeći uslov (vitkost)

$$h_w / l_w \geq 2$$

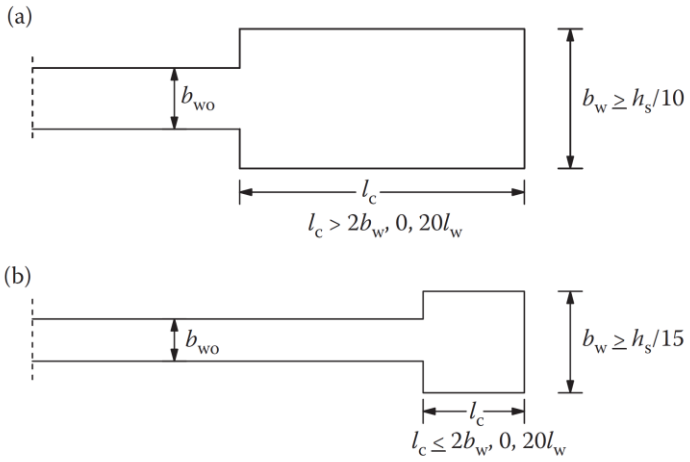
h_w – visina zida
l_w – dužina poprečnog preseka zida

  - Ako prethodan uslov nije ispunjen onda je to nizak (kratak) zid
  - Debljina rebra mora da zadovolji sledeći uslov

$$b_{wo} \geq \max\{0.15, h_s/20\}[m]$$

h_s – čista spratna visina

  - Za utegnute ivične delove važi
    - $b_w \geq 20$ cm
    - Usvajanje debljine ivičnih zona zavisi od dužine utegnutog ivičnog elementa koja zavisi od usvojene konfiguracije podužne i poprečne armature pa se debljina ivičnih zona prvo pretpostavi, a posle se kontroliše
    - Minimalne dimezije imaju za cilj da obezbede lokalnu duktilnost preseka i da spreče izvijanje pritisnute ivice



Duktilni vitki zidovi

- **Geometrija i dimenzije preseka**
  - Vitak zid se ponaša kao vertikalna konzola gde dijagram *M* ima jedan znak praktično po čitavoj visini pa zbog nemogućnosti da se javi slabi sprat nije potrebno kontrolisati uslov da je nosivost vertikalnog elementa na spoju sa gredama veća od nosivosti greda kao kod ramova
  - Konzolno ponašanje zida ne zavisi mnogo od odnosa dimenzija poprečnog preseka zida već više od relativne krutosti i nosivosti u odnosu na grede pa dužinu preseka zida u apsolutnom smislu treba ograničiti na sledeći način (Fardis, 2009.)
    - $l_w \geq 1.5\ \mathrm{m}$ kod nižih zgrada
    - $l_w \geq 2.0\ \mathrm{m}$ kod viših zgrada
  - Za dimenzije preseka može biti merodavno i ograničenje normalizovane aksijalne sile iz seizmičke proračunske situacije

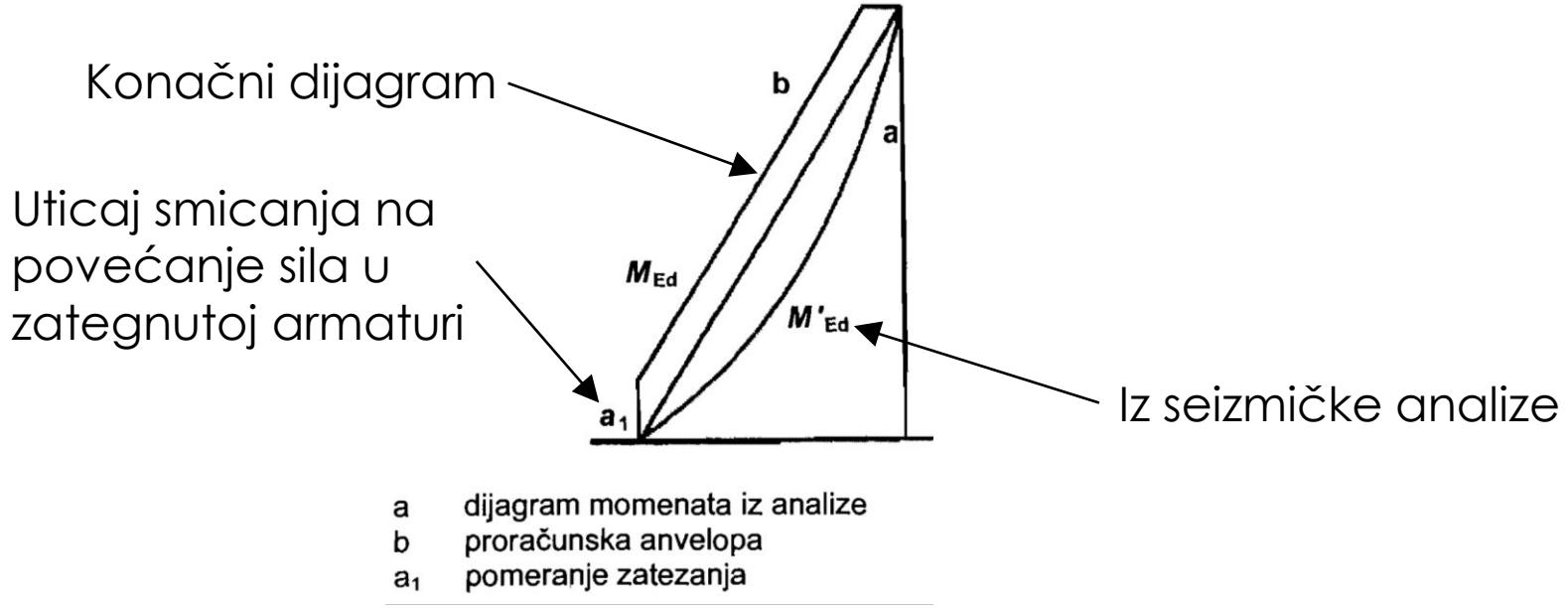
$$\nu_d = \frac{N_{Ed}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \leq \begin{cases} 0.65 & \text{za DCM} \\ 0.55 & \text{za DCH} \end{cases}$$

Duktilni vitki zidovi

- **Geometrija i dimenzije preseka**
  - Prema EN 1998-1 za DCM i za DCH oslanjanje zidova na ploču ili gredu je zabranjeno ali nije zabranjeno oslanjanje na stubove
  - Ukidanje zida u gornjim etažama može biti prihvatljivo ali na mestima ukidanja zida dolazi do koncentracije nelinearnih deformacija
  - Kod DCH zidova treba izbegavati slučajne otvore, nepravilno raspoređene, kojima se praktično formiraju povezani zidovi, osim ako je njihov uticaj beznačajan ili uzet u obzir pri proračunu, dimenzionisanju i obradi detalja

Duktilni vitki zidovi

- **Računski uticaji savijanja**
  - Potrebno je obezbediti da se plastični zglobovi jave samo na mestima ukleštenja zida u temelj pa se vertikalna armatura na gornjim spratovima zida za prijem zatezanja od savijanja pri dejstvu seizmičkih sila računa na osnovu korigovanog (povećanog) dijagrama momenata (EN 1998-1)



a dijagram momenata iz analize
b proračunska anvelopa
a_1 pomeranje zatezanja

Duktilni vitki zidovi

- **Računski uticaji smicanja**
  - Proračunska anvelopa smičućih sila po visini zida

$$V_{Ed} = \varepsilon V'_{Ed}$$

ε – faktor uvećanja (zavisi od duktilnosti)
V'_{Ed} – smičuća sila dobijena linearnom seizmičkom analizom

  - DCM

$$\varepsilon = 1.5$$

Kometar:
Iako je propisana, vrednost se smatra malom i preporučuje se procedura kao za klasu duktilnosti DCH. Nelinearnim analizama određene su vrednosti i do 3.

  - DCH

ε faktor povećanja, sračunat iz izraza (5.25), ali ne manji od **1,5**:

$$\varepsilon = q \cdot \sqrt{\left(\frac{\gamma_{Rd}}{q} \cdot \frac{M_{Rd}}{M_{Ed}}\right)^2 + 0{,}1\left(\frac{S_e(T_C)}{S_e(T_1)}\right)^2} \le q \qquad (5.25)$$

gde je

q faktor ponašanja koji se koristi u proračunu;
M_{Ed} proračunski momenat savijanja u osnovi zida;
M_{Rd} proračunska nosivost na savijanje zida u osnovi,
γ_{Rd} koeficijent povećanja nosivosti usled očvršćavanja čelika, koji se u nedostatku preciznijih podataka uzima da je jednak **1,2**;
T_1 osnovni period vibracija zgrade u pravcu smičućih sila V_{Ed},
T_C gornja granica perioda u oblasti konstantnog ubrzanja elastičnog spektra (videti 3.2.2),
$S_e(T)$ ordinata spektra elastičnog odgovora (videti 3.2.2).

Kometar:
- Prvi član pod korenom uzima u obzir povećanje nosivosti na savijanje u osnovi zida u odnosu na računski moment savijanja, a drugi član uzima u obzir uticaj viših tonova u neelastičnom domenu ponašanja
- Daje dobre rezultate ali samo za smičuću silu u osnovi zida

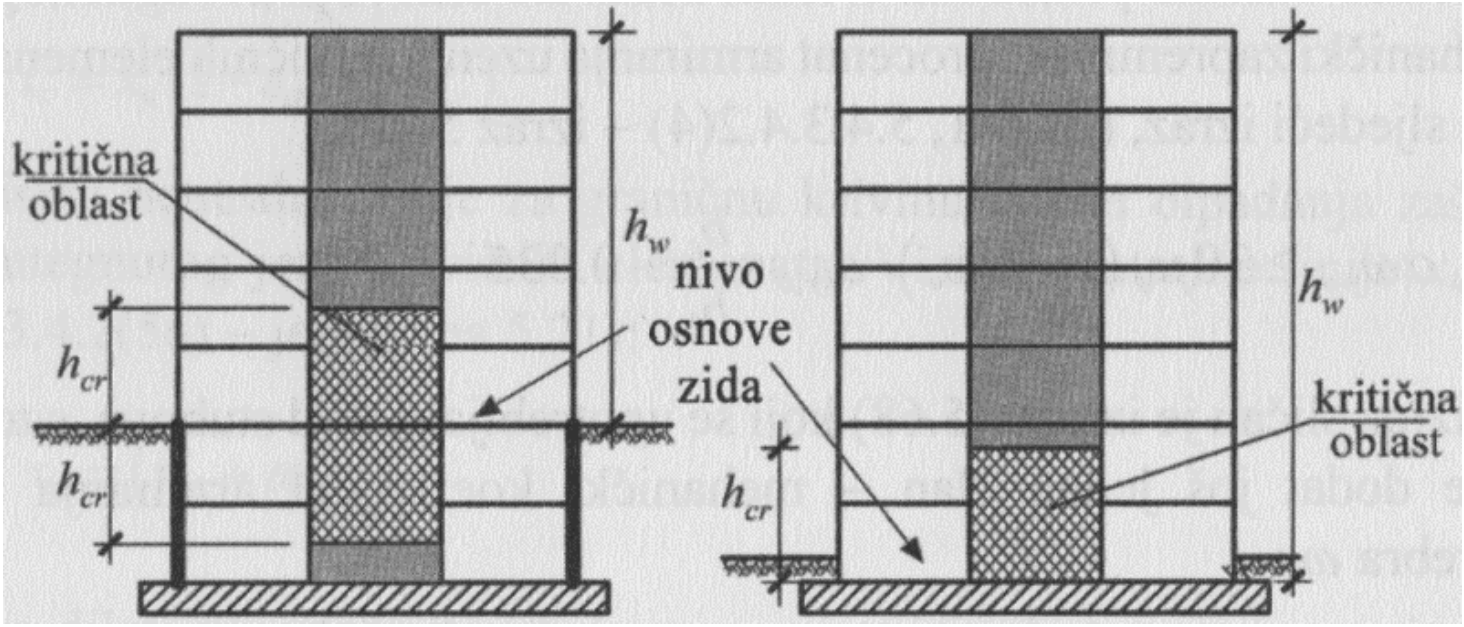
Duktilni vitki zidovi

- **Dimenzionisanje na savijanje**
  - Koristiti proračunsku anvelopu momenata savijanja (povećan dijagram momenata savijanja)
  - Prilikom proračuna nosivosti na savijanje treba uzeti u proračun i vertikalnu armaturu rebra
- **Dimenzionisanje na smicanje**
  - DCM
    - U skladu sa EN 1992-1-1 ali koristeći proračunske uticaje dobijene metodom programiranog ponašanja
  - DCH
    - Koristeći proračunske uticaje dobijene metodom programiranog ponašanja
    - Moraju se izvršiti tri kontrole loma
      - Lom pritisnute dijagonale u rebru usled smicanja
        - izvan i unutar kritične oblasti posebno
        - vrednost maksimalne smičuće sile $V_{Rd,max}$ (nosivost pritisnute betonske dijagonale) redukuje se na 40% unutar kritične oblasti od vrednosti izvan kritične oblasti
      - Dijagonalni zatežući lom rebra usled smicanja (posebno za vitke i za niske zidove)
      - Lom smicanjem usled klizanja

Duktilni vitki zidovi

- **Oblikovanje detalja za lokalnu duktilnost**
  - **Visina kritične oblasti iznad osnove zida**

$$h_{cr} = \max\{l_w, h_w/6\} \qquad h_{cr} \le \begin{cases} 2l_w \\ \begin{cases} h_s & (\text{for } n \le 6 \text{ storeys}) \\ 2h_s & (\text{for } n > 6 \text{ storeys}) \end{cases} \end{cases}$$



Duktilni vitki zidovi

- **Oblikovanje detalja za lokalnu duktilnost**
  - **Potrebni stepen utezanja ivičnih zona pravougaonog poprečnog preseka**
    - Mehanički zapreminski procenat armiranja uzengijama ivičnih zona treba da zadovolji sledeći izraz

$$\alpha\omega_{wd} \geq 30\mu_{\varphi}(\nu_d + \omega_{vd})\varepsilon_{sy,d}\frac{b_c}{b_o} - 0.035$$

    - Izraz je sličan onom za stubove ali je dodat član – mehanički koeficijent armiranja vertikalnom armaturom rebra

$$\omega_{vd} = \frac{A_{sv}}{b_c d_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

    - DCM: $\omega_{wd} \geq 0.08$; DCH: $\omega_{wd} \geq 0.12$
    - U kritičnim oblastima treba da se obezbedi vrednost faktora duktilnosti krivine μ_φ pri čemu se u izrazima za μ_φ, q_o zamenjuje sa proizvodom $q_o(M_{Ed}/M_{Rd})$, tj. za razliku od ramovskih konstrukcija kod zidova potrebni faktor duktilnosti krivine zavisi, osim od q_o, T_1 i usvojene klase duktilnosti, još i od obezbeđenog M_{Rd}

Duktilni vitki zidovi

- **Oblikovanje detalja za lokalnu duktilnost**
  - **Dužina utegnutog ivičnog elementa**
    - Utezanje treba obezbediti na visini kritične zone h_{cr} i na dužini zida l_c
      - Dužina utezanja ivičnog elementa

$$l_c = x_u \left(1 - \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{cu2,c}}\right)$$

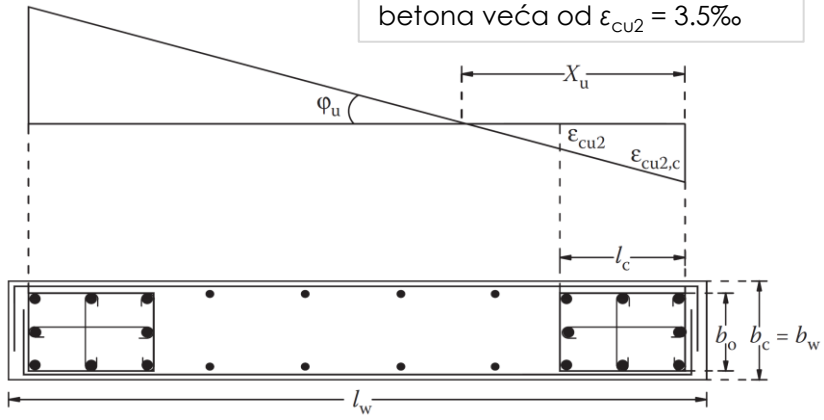
      - Visina neutralne linije

$$x_u = (\nu_d + \omega_{vd}) \frac{l_w \cdot b_c}{b_o}$$

      - Granična dilatcija utegnutog betona

$$\varepsilon_{cu2,c} = 0.0035 + 0.1\,\alpha\omega_{wd}$$

Komentar:
Uteže se zona gde je dilatacija betona veća od ε_{cu2} = 3.5‰



      - Dužina utegnutog ivičnog elementa mora biti veća ili jednaka od $0.15 l_w$ ili od $1.5 b_w$
      - ε_{cu2} = 3.5‰

Duktilni vitki zidovi

- **Oblikovanje detalja za lokalnu duktilnost**
  - **Usvajanje konfiguracije armature ivične zone zida i izračunavanje stepena utezanja**
    - Većina pravila koja važe za DCM i DCH stubove u smislu obezbeđivanja poprečne i podužne armature neophodne za utezanje betona, kao što su: prečnik uzengija, razmak uzengija, rastojanje između susednih podužnih šipki obuhvaćenih uglom uzengija, takođe se upotrebljavaju i za ivične zone zida
      - Prečnik uzengija
        - DCM: $d_{bw} \geq 6\ \text{mm}$
        - DCH: $d_{bw} \geq 0.4 d_{bL,max}\sqrt{f_{ydL}/f_{ydw}}$
      - Maksimalni podužni razmak uzengija
        - DCM: $s = \min\{b_o/2; 175\ \text{mm}; 8d_{bl}\}$
        - DCH: $s = \min\{b_o/3; 125\text{mm}; 6d_{bl}\}$
          - b_o – minimalna dimenzija betonskog jezgra (razmak između osa uzengija)
      - Maksimalno rastojanje između podužnih šipki obuhvaćenih uglom uzengija
        - DCM: $b_i \leq 200\ \text{mm}$
        - DCH: $b_i \leq 150\ \text{mm}$
      - I za DCM i za DCH svaka druga podužna šipka mora biti obuhvaćena uzengijom ili poprečnom vezom
      - Na osnou usvojene konfiguracije armature prvo se odredi faktor efikasnosti utezanja pa se računa mehanički zapreminski procenat armiranja

Duktilni vitki zidovi

- **Oblikovanje detalja za lokalnu duktilnost**
  - **Procedura određivanja potrebnog utezanja u kritičnoj oblasti**
    - Da bi se odredio potrebni stepen utezanja ivičnih elemenata $\alpha\omega_{\mathrm{wd}}$ mora se usvojiti vertikalna armatura u rebru pri čemu se uzima obično njena minimalna vrednost $\rho_{\mathrm{h,min}} = \rho_{\mathrm{v,min}} = 0.002$. Kod DCH zida duž nastavaka betoniranja

$$\rho_{min} \geq \begin{cases} \left(1{,}3 \cdot f_{ctd} - \frac{N_{Ed}}{A_w}\right) \Big/ \left(f_{yd} \cdot \left(1 + 1{,}5\sqrt{F_{cd}/f_{yd}}\right)\right) \\ 0{,}0025 \end{cases} \qquad (5.47)$$

gde je:

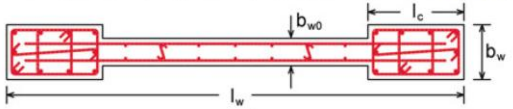
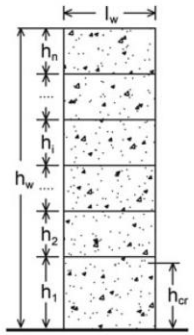
A_w ukupna površina horizontalnog poprečnog preseka zida, a sila N_{Ed} se uzima kao pozitivno kada je u pitanju pritisak.

- Odredi se granična dilatacija utegnutog betona $\varepsilon_{\mathrm{CU2,C}}$
- Odredi se visina neutralne linije x_U
- Odredi se dužina utezanja ivičnog elementa l_c. Nakon toga izvrši se kontrola usvojene debljine b_w ivične zone utezanja
- Dobijenu vertikalnu armaturu pri proračunu na savijanje smestiti unutar utegnute ivične oblasti i utvrditi da li zadovoljava minimalan procenat armiranja ivičnih elemenata ($\rho_{\mathrm{v,min}} = 0.005$)
- Usvaja se konfiguracija podužne i poprečne armature ivične utegnute zone
- Na osnovu usvojene konfiguracije podužne i poprečne armature ivične utegnute zone odredi se faktor efikasnosti utezanja (analogno kao kod stuba)
- Iz dobijenog potrebnog stepena utezanja $\alpha\omega_{\mathrm{wd}}$, iz prvog koraka, i faktora efikasnosti utezanja, iz prethodnog koraka, odredi se potrebni mehanički zapreminski procenat armiranja ω_{wd} i proveri da li je veći od minimalnog
- Izračuna se stvarni mehanički zapreminski procenat armiranja ω_{wd} i proveri se da li je jednak ili veći od potrebnog određenog u prethodnom koraku. Ako nije vrši se korekcija uzengija i poprečnih veza u smislu prečnika, razmaka ili konfiguracije

Duktilni vitki zidovi

Komentar:
Uskladiti sa Nacionalnim aneksima

Dimenzije preseka

Definitions	Section squat ratio (length/width): $l_w / b_{w0} \geq 4.0$ [Clause 5.1.2(1)] 	
	DCM	**DCH**
Minimum area of the cross-section	$v_d = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} \leq 0.4 \Rightarrow A_c \geq \frac{N_{Ed}}{0.4 \cdot f_{cd}}$	$v_d = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} \leq 0.35 \Rightarrow A_c \geq \frac{N_{Ed}}{0.35 \cdot f_{cd}}$
	Clause 5.4.3.4.1(2)	Clause 5.5.3.4.1(2)
Minimum thickness of the web	$b_{w0} \geq \max\{0.15;(h_s/20)\}$	
	Clause 5.4.3.4.1(2)	Clause 5.5.3.4.1(2)
Minimum length and width of confined boundary elements	$\min l_c = \max\{(0.15 \cdot l_w);(1.50 \cdot b_w)\}$ $\min b_w = \max\{0.2;(h_s/15)\}$ if $l_c \leq \max\{(2 \cdot b_w);(0.2 \cdot l_w)\}$ $\min b_w = \max\{0.2;(h_s/10)\}$ if $l_c > \max\{(2 \cdot b_w);(0.2 \cdot l_w)\}$	
	Clause 5.4.3.4.2(6) → $\min l_c$ Clause 5.4.3.4.2(10) → $\min b_w$	Clause 5.5.3.4.5(6) → $\min l_c$ Clause 5.5.3.4.5(8) → $\min b_w$
Length of the critical region	 $h_{cr} \geq \max\{l_w ; (h_w/6)\}$ and $h_{cr} \leq \begin{cases} \min\{2l_w ; h_s\} \text{ if } n \leq 6 \\ \min\{2l_w ; 2 \cdot h_s\} \text{ if } n \geq 7 \end{cases}$ NOTATIONS ▪ h_s=Clear storey height ▪ In walls which continue (with the same cross section) to a box-type basement, the critical region should be taken to extend below the basement roof level up to a depth of h_{cr} [Clause 5.8.1(5)]	
	Clause 5.4.3.4.2(1)	Clause 5.5.3.4.5(1)

Armatura rebra

		DCM	DCH
Critical region	Horizontal reinforcement	$\rho_{h,min} = \max\{1‰;0.25\rho_v\}$	$\rho_{h,min} = 2‰$
		Clause 9.6.3(1) / EN1992-1-1	Clause 5.5.3.4.5(13)
		$s_h \leq 400mm$	$8mm \leq d_{bh} \leq (b_{w0}/8)$
		Clause 9.6.3(2) / EN1992-1-1	$s_h \leq \min\{250mm;25 \cdot d_{bh}\}$
			Clause 5.5.3.4.5(15)
	Vertical reinforcement	$\rho_{v,min} = 2‰$	$\rho_{v,min} = 2‰$
		Clause 9.6.2(1) / EN1992-1-1	Clause 5.5.3.4.5(13)
		$\rho_{v,max} = 4\%$	
		Clause 9.6.2(1) / EN1992-1-1	
		$s_v \leq \min\{400mm;3 \cdot b_{w0}\}$	$8mm \leq d_{bv} \leq (b_{w0}/8)$
		Clause 9.6.2(3) / EN1992-1-1	$s_v \leq \min\{250mm;25 \cdot d_{bv}\}$
			Clause 5.5.3.4.5(15)
All storeys above the critical region	Horizontal reinforcement	As in the critical region	As in the critical region
		Clause 9.6.3(1) / EN1992-1-1 Clause 9.6.3(2) / EN1992-1-1	Clause 5.5.3.4.5(13) Clause 5.5.3.4.5(15)
	Vertical reinforcement	As in the critical region	As in the critical region
		Clause 9.6.2(1) / EN1992-1-1 Clause 9.6.2(3) / EN1992-1-1	Clause 5.5.3.4.5(13) Clause 5.5.3.4.5(15)

Duktilni vitki zidovi

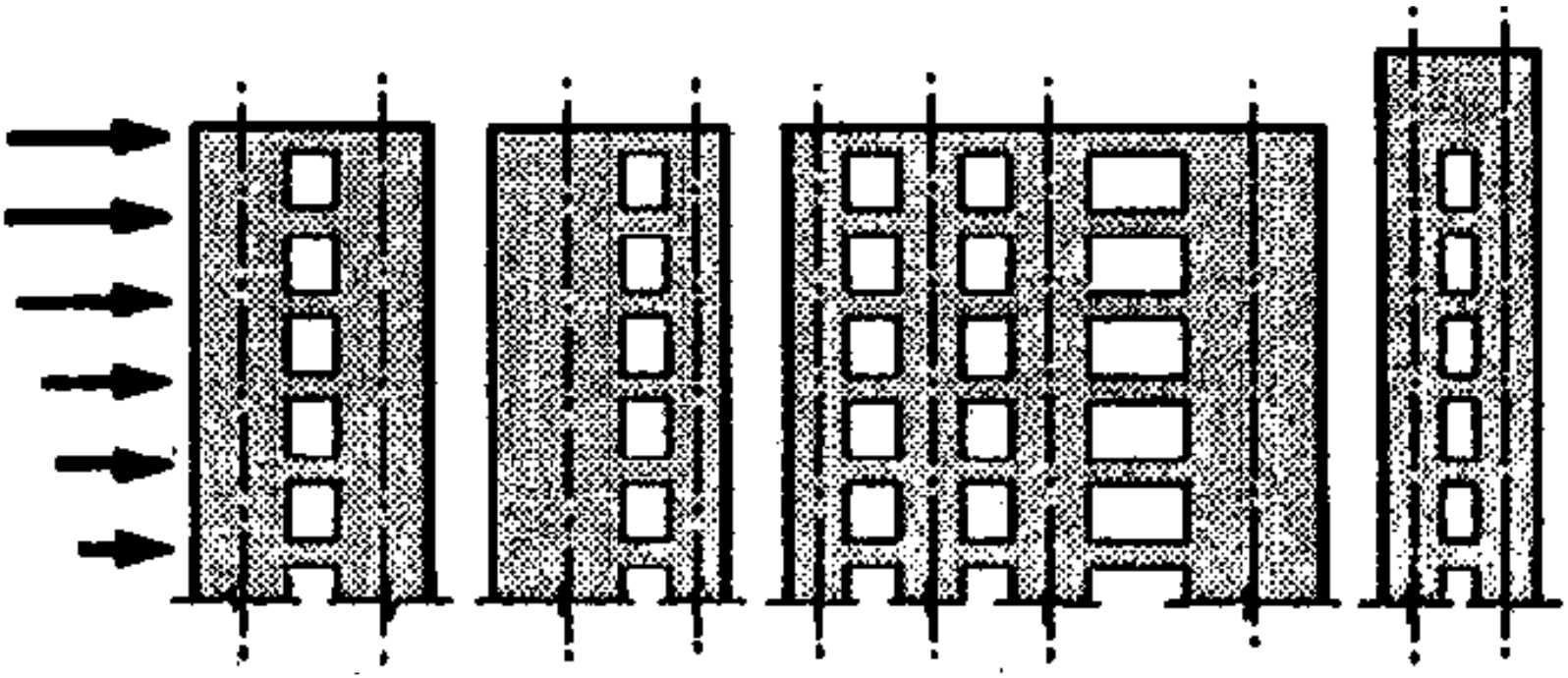
- **Armatura utegnutog ivičnog elementa**

		DCM	DCH
Critical region	Longitudinal reinforcement	$\rho_{v,min} = A_{sv}/(l_c \cdot b_w) = 0.5\%$ (1)	
		Clause 5.4.3.4.2(8)	Clause 5.5.3.4.5(7)
		$\rho_{v,max} = A_{sv}/(l_c \cdot b_w) = 4.0\%$	
		Clause 9.6.2(1) / EN1992-1-1	
	Confining reinforcement	ω_{wd}=0.08 [Clause 5.4.3.4.2(9)]	ω_{wd}=0.12 [Clause 5.4.3.4.2(9)]
		$s_{cr} \le \{b_w/2; (8 \cdot d_{bL}^{min}); 175mm\}$ (2)	$d_{bw} > \max\{0.4 \cdot d_{bL}^{max} \cdot (f_{ydL}/f_{ydw})^{1/2}; 6mm\}$ (2)
		Clause 5.4.3.4.2(9)	$s_{cr} < \{b_{0w}/3; (6 \cdot d_{bL}^{min}); 125mm\}$ (2), (3)
			Clause 5.5.3.4.5(10)
		$\alpha \cdot \omega_{wd} \ge 30 \cdot \mu_\varphi \cdot (v_d + \omega_v) \cdot \varepsilon_{sy,d} \cdot (b_w/b_0) - 0.035$ (4)	
		[Clause 5.4.3.4.2(4)]	[Clause 5.5.3.4.5(4)]
First storey above the critical region	Longitudinal reinforcement	As in the non-critical region	As in the critical region
			[Clause 5.5.3.4.5(11)]
	Confining reinforcement	As in the non-critical region	As in the critical region
			[Clause 5.5.3.4.5(11)]
			Exception: Reduction of $\alpha \cdot \omega_{wd}$ by 50% is permitted
Non-critical region	Longitudinal reinforcement	$\rho_{v,min} = 0.2\%$ [If $e_c > 2‰ \rightarrow \rho_{v,min} = 0.5\%$]	
		[Clause 5.4.3.4.2(11)]	[Clause 5.5.3.4.5(12)]
	Confining reinforcement	Reinforcement according to paragraph 9.6.4 / EN1992-1-1	
		[Clause 5.4.3.4.2(11)]	[Clause 5.5.3.4.5(12)]

Komentar:
Uskladiti sa Nacionalnim aneksima

Povezani zidovi

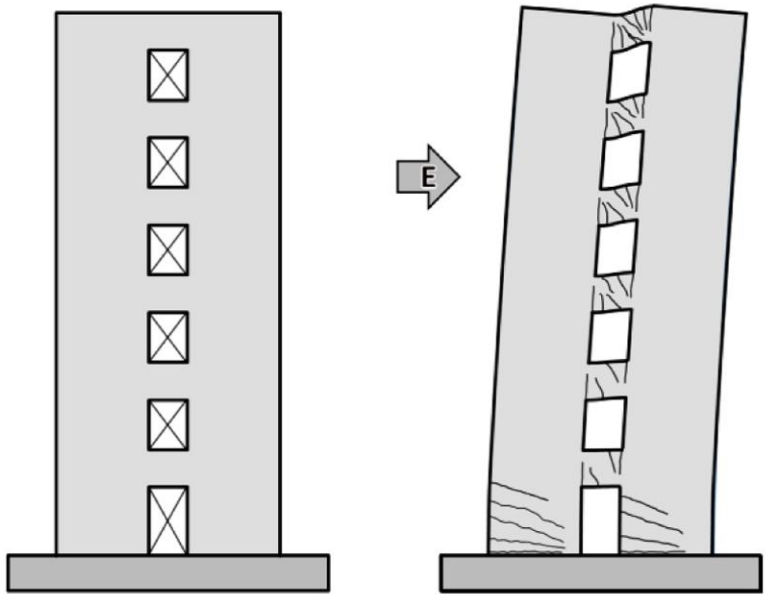
- Sistem koji se sastoji od duktilnih vitkih zidova spojenih veznim gredama
- Formirani otvori imaju regularnu šemu



Povezani zidovi

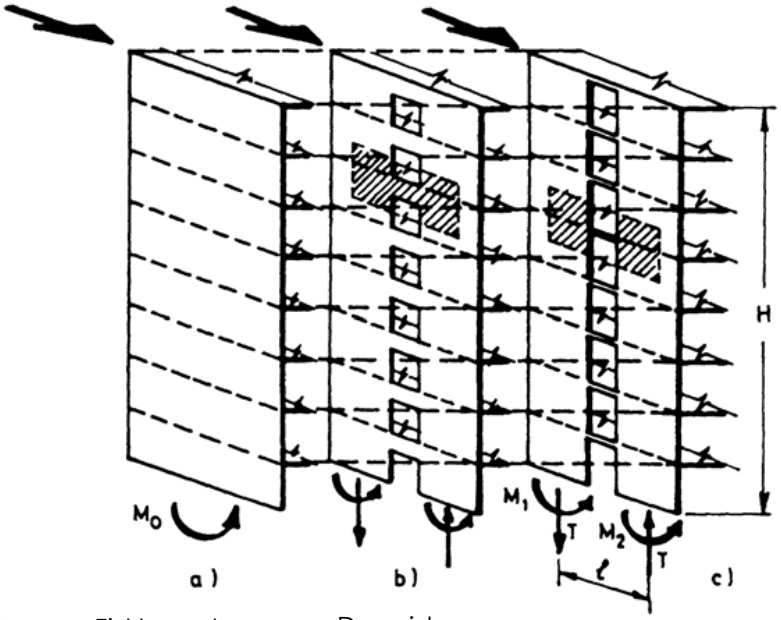
- **Poželjan plastični mehanizam**
  - Plastifikacija u veznim gredama po celoj visini zgrade i u osnovama pojedinačnih zidova
    - Vezne grede dostignu faktor duktilnosti rotacije od oko 3.5 dok su još uvek osnove povezanih zidova u elastičnom području
    - Pri faktoru duktilnosti zidova u osnovi od oko 4 potreban faktor duktilnosti veznih greda je oko 11

Poželjan mehanizam



Povezani zidovi

- Pri projektovanju se postavlja pitanje da li je to jedan zid sa serijom otvora ili su dva ili više zidova spojenih veznim gredama



Zid bez otvra

Dva zida povezana veznim gredama

Dva zida povezana pločom

Odgovor se dobija analizom otpornosti na savijanje

- Krutost veznih greda opredeljuje način ponašanja
- Pored momenata savijanja u ukleštenju pojedinih povezanih zidova javljaju se i normalne sile koje predstavljaju sumu smičućih sila u veznim gredama iznad analiziranog preseka. U jednom zidu to je sila zatezanja, a u drugom sila pritiska pa se na taj način formira spreg sila. Ovi uticaji za isto spoljašnje dejstvo moraju biti u ravnoteži sa momentom ukleštenja konzolnog zida bez otvora

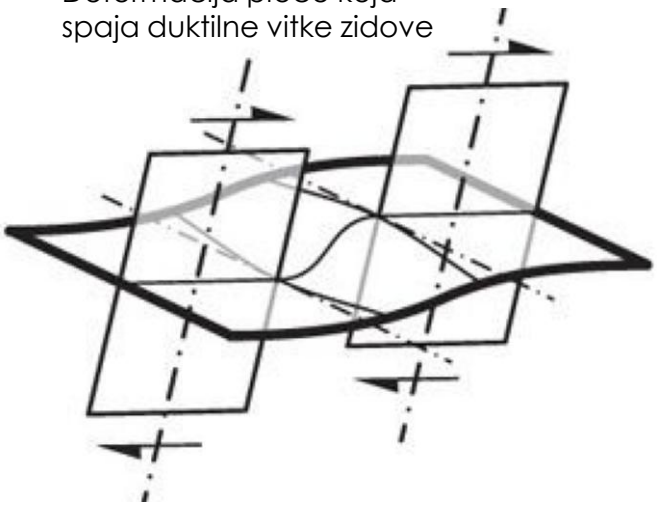
$$M_{ot} = M_1 + M_2 + Tl$$

- Odnos momenta sprega Tl i momenta ukleštenja zida bez otvora M_{ot} utiče na seizmički odgovr zida. Kod jakih veznih greda taj odnos je velik, a kod zidova npr. spojenih pločom taj odnos je mali pa se povezani zidovi mogu razmatrati nezavisno jedan od drugog
- Prema EN 1998-1 povezani zidovi su sistemi koji se sastoje od dva ili više pojedinih zidova povezanih na regularan način duktilnim gredama sposobni da redukuju najmanje za 25% sumu momenata savijanja u osnovi individualnih zidova, kada bi oni radili nezavisno jedan od drugog. Potrebne su dve analize, jedna sa realnim veznim gredama i jedna sa uklonjenim da bi se proverio uslov. Praktična posledica je da ako kod sistema kod kojeg preko 65% ukupne seizmičke sile prihvataju zidovi, učešće povezanih zidova iznosi preko 50%, onda se faktor ponašanja povećava za 20%.

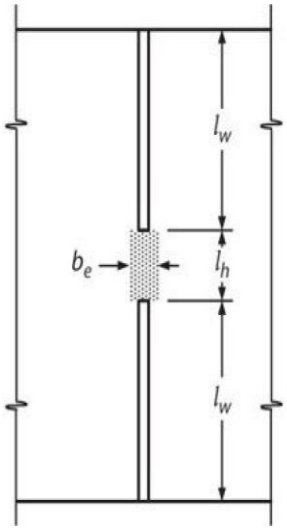
Povezani zidovi

- **Zidovi spojeni pločom**

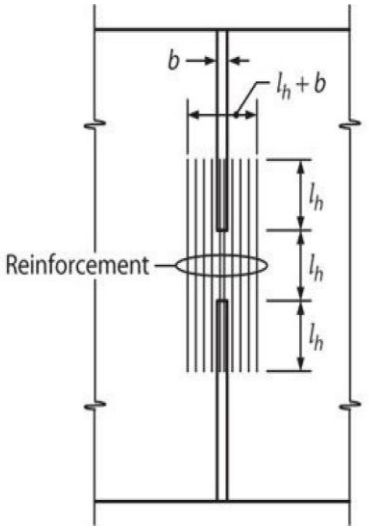
Deformacija ploče koja spaja duktilne vitke zidove



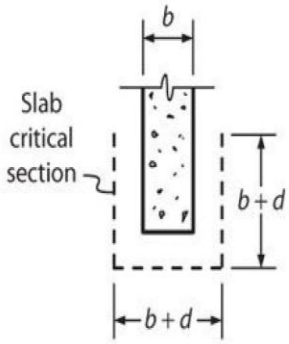
b_e – efektivna širina ploče



- Koncentrisanje armature
- Poželjno je ovu armaturu utegnuti uzengijama



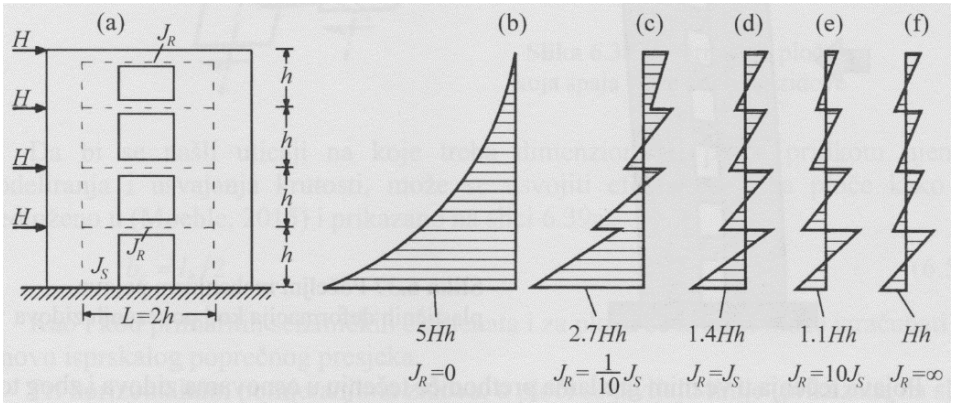
Kontrola na probijanje u blizini krajeva zida



- Povezivanje zidova samo pločom nije efikasno i prema EN 1998-1 može se zanemariti
- Uticaji u ploči pri seizmočkom dejstvu mogu da izazovu oštećenja ili čak i pojavu loma ploče
- Da bi se našli uticaji na koje treba dimenzionisati ploču prilikom njenog modeliranja i usvajanja krutosti može se usvojiti efektivna širina prema slici gore
- Krutost ploče se može izračunati na osnovu isprskalog preseka
- Pri horizontalnom pomeranju zidova u ploči se javljaju linije po kojima se dostižu momenti nosivosti ali doprinos armature na nosivost u pravcu zidova brzo slabi sa udaljavanjem u poprečnom pravcu od zidova

Povezani zidovi

- **Efektivna krutost zidova**
  - $I_{eff} = \left(\frac{100}{f_y} + \frac{P_u}{f_c A_g}\right) I_g$ (Paulay i Priestley, 1992)
- **Efektivna krutost veznih greda**
  - Prema EN 1998-1 fleksiona i smičuća krutost se redukuju na 50% od krutosti homogenog poprečnog preseka
  - Prema ATC-72, 2010
    - Savojna krutost: $I_{eff} = 0.15 I_g$
    - Smičuća krutost:
      - $G_c = 0.4 E_c$ za $l_n/h \geq 4$
      - $G_c = 0.1 E_c$ za $l_n/h \leq 1.4$
        - h - visina preseka vezne grede
        - l_n - svetli raspon vezne grede
  - Paulay i Priestley, 1992
    - Vezne grede armirane dijagonalnom armaturom
      - $I_{eff} = \frac{0.4}{1+3(h/l_n)^2} I_g$
    - Klasično armirane vezne grede
      - $I_{eff} = \frac{0.2}{1+3(h/l_n)^2} I_g$



Povezani zidovi

Tipičan raspored armature

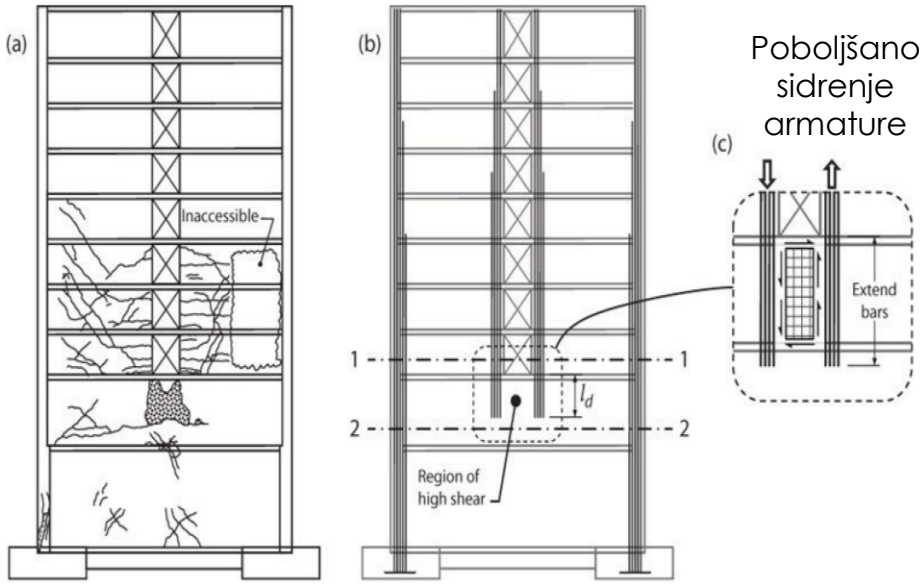


- **Proračun na savijanje i smicanje**
  - Duktilni zid se projektuje prema pravilima za individualne DCM i DCH duktilne zidove
  - U duktilnom zidu se javljaju veće aksijalne sile tokom zemljotresa
- **Smičuće panelne zone**

Oštećenja panelne zone

Neadekvatno sidrenje armature u ivičnim zonama povezanih zidova

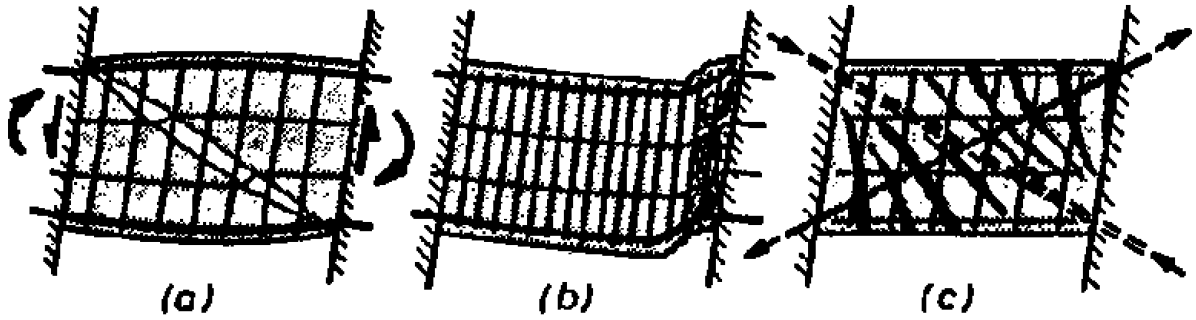
Poboljšano sidrenje armature



- Ako se prekine pravilan red otvora na tom mestu dva povezana zida spajaju se punim segmentom ...
- ... tada se javljaju se velika smičuća naprezanja pri dejstvu horizontalnih sila
- Kvalitetnije projektno rešenje je da se produži vertikalna armatura ivice zida kroz ceo sprat i usidri u delu donjeg sprata. Na taj način dolazi do smanjenja smičućih napona u panelnoj zoni

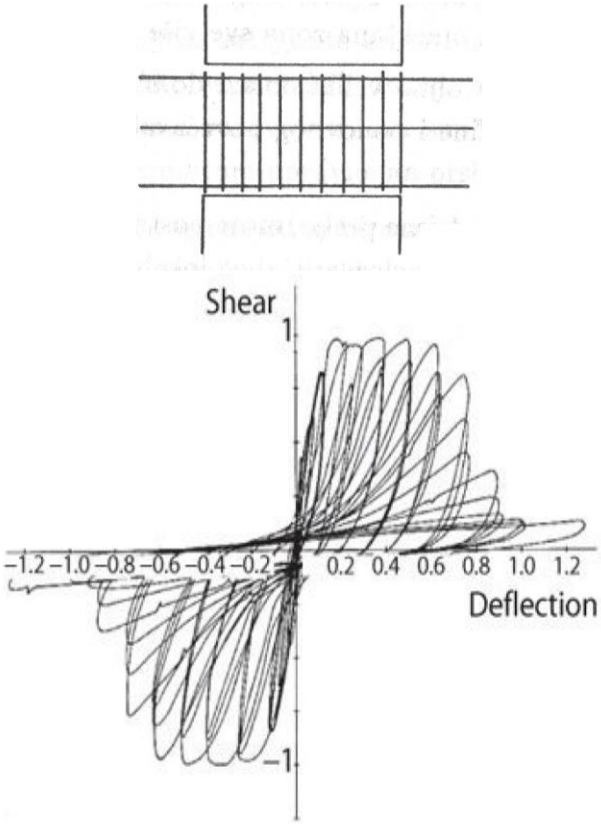
Povezani zidovi

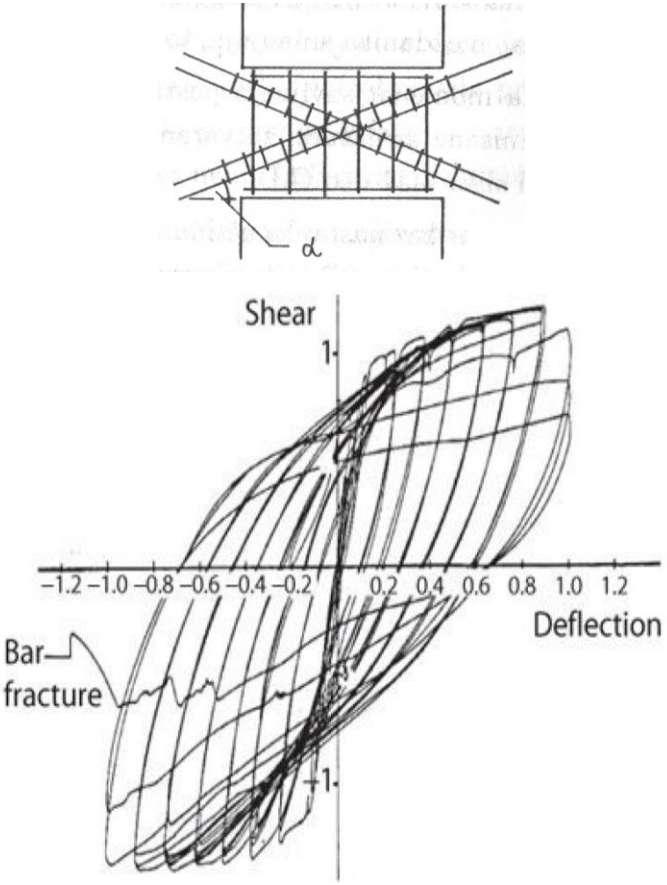
- **Vezne grede**
  - Mehanizmi smičuće otpornosti
    - a) klasično armirane podužnom armaturom i uzengijama brzo dožive smičući zatežući dijagonalni lom
    - b) Povećanje količine uzengija malo poboljšava odgovor pri čemu se već samo nakon nekoliko ciklusa javlja fleksiona prslina po čitavoj visini grede pa se javlja smičući lom po kliznoj ravni
    - c) Dijagonalna prslina kao posledica smičućih sila izaziva značajnu preraspodelu zatezanja u podužnoj armaturi (pomeranje zatezanja), pa se zatezanje javlja tamo i gde bi po konvencionalnoj analizi trebao biti pritisak. Zbog ovoga je podužna armatura celom dužinom zategnuta i plastifikuje se na zatezanje u oba smera opterećenja, pa se dilatacije samo kumulativno povećavaju, a fleksiona prslina se značajno širi i smicanje se prenosi dominantno pritisnutom betonskom dijagonalom



Povezani zidovi

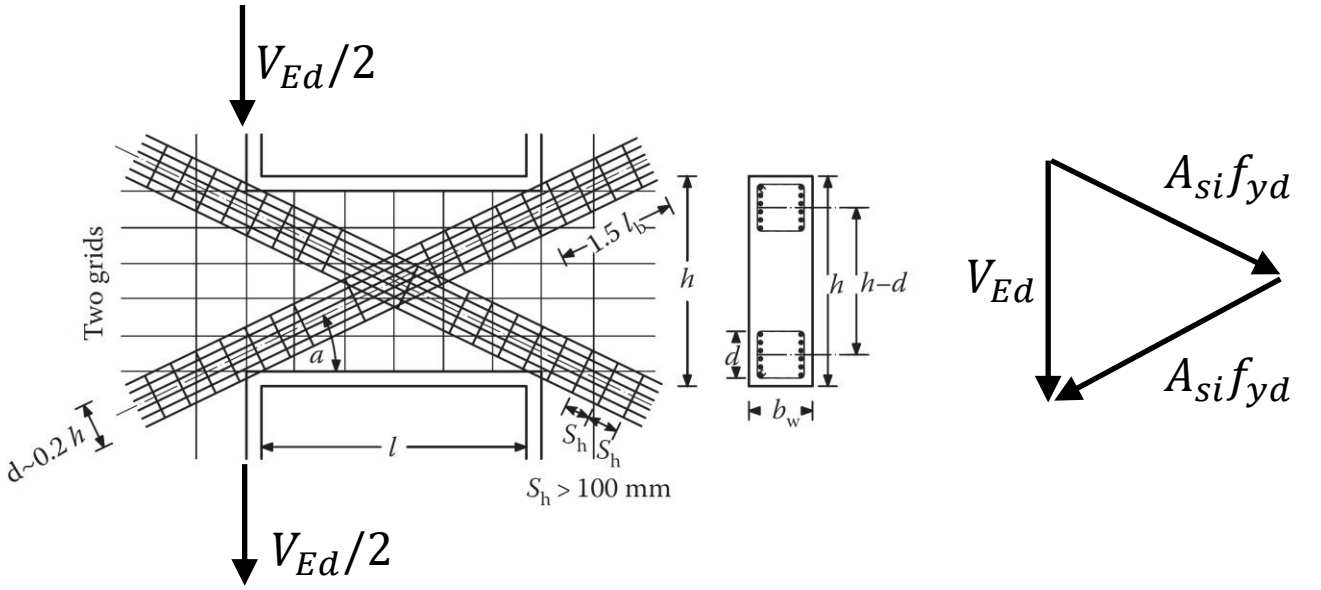
- **Vezne grede**
  - Histerezisno ponašanje





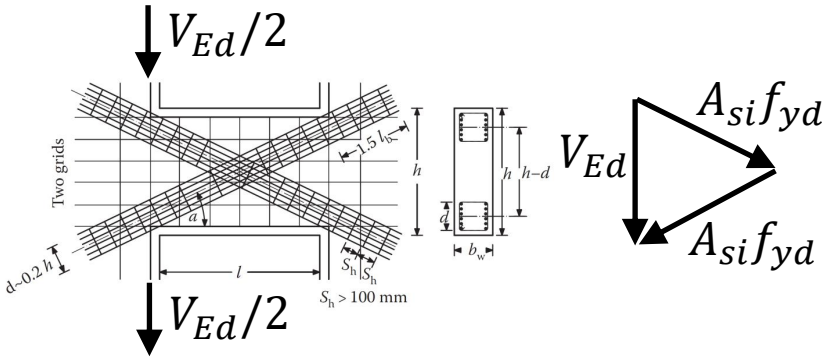
Povezani zidovi

- **Vezne grede**
  - Problemi konvencionalno armirane vezne grede se prevazilaze armiranjem dijagonalnom armaturom



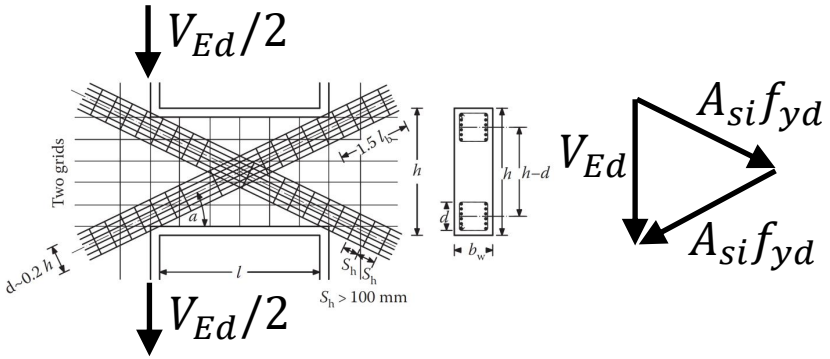
  - Nosivost na smicanje
    - $V_{Rd} = 2A_{si}f_{yd}sin\alpha$

Povezani zidovi



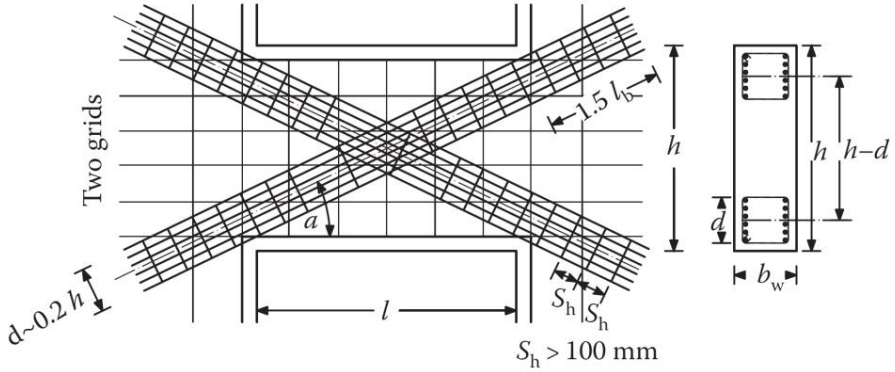
- **Vezne grede**
  - Nosivost na savijanje na licu zida uzimajući u obzir spreg horizontalnih komponenti sila u dijagonalama $A_{si}f_{yd}$ sa krakom $(h-d)$
    - $M_{Rd} = A_{si}f_{yd}(h-d)cos\alpha$
  - Iz geometrije vezne grede sledi
    - $l = (h-d)/tg\alpha$
  - Iz uslova ravnoteže sila dobija se veza između smičuće sile i momenta
    - $V_{Rd} = 2M_{Rd}/l$
  - Koristeći prethodna tri izraza sledi
    - $V_{Rd} = 2A_{si}f_{yd}(h-d)cos\alpha/((h-d)/tg\alpha) = 2A_{si}f_{yd}sin\alpha$
  - Ovo rešenje za V_{Rd} je isto kao i sa prethodnog slajda
  - Komentari
    - Dijagonalno armirane vezne grede smicanje i moment savijanja primaju istim mehanizmom (dijagonalama rešetke)
    - Smičuća nosivost obezbeđena dijagonalnom armaturom uvek je u ravnoteži sa nosivošću na savijanje, a to je u skladu sa principom metode programiranog ponašanja

Povezani zidovi



- **Vezne grede**
  - Dijagonalna armatura prihvata osim zatezanja i pritisak pa je neophodno obezbediti adekvatne uzengije za obuhvatanje podužne dijagonalne armature i sprečavanje izvijanja
  - Standardna pravila za DCH grede mogu se primeniti i na vezne grede samo ako je ispunjen jedan od sledećih uslova
    - Verovatnoća pojave prslina u oba dijagonalna pravca je mala ako je
      - $V_{Ed} \leq f_{ctd} b_w d$
    - Obezbeđen dominantan oblik loma savijanjem
      - $l/h \geq 3$
  - Ako nije ispunjen ni jedan od prethodna dva uslova nosivost na savijanje i smicanje treba obezbediti dijagonalnom armaturom u oba pravca
  - Glavna uloga horizontalne i vertikalne armature je da obuhvati isprskali beton i spreči njegovo otpadanje (neproračunava se)

Povezani zidovi



- **Vezne grede**
  - Dijagonalna armatura se postavlja u obliku koji podseća na stubove sa dužinom strane od najmanje $0.5b_w$
  - Dužina sidrenja u zidove mora biti za najmanje 50% veća od vrednosti datih u EN 1992-1-1
  - Uzengije moraju sprečiti izvijanje podužnih šipki i za DCM i DCH se koriste preporuke date za DCH stubove
    - $d_{bw} \geq 0.4 d_{bL,max} \sqrt{f_{ydL}/f_{ydw}}$
    - $s = min\{12.5\ \text{cm}; 6d_{bl}\}$
  - Na oba lica zida treba obezbediti podužnu (ne treba je sidriti u zidove već samo produžiti od lica zida za 15cm) i poprečnu armaturu u skladu sa minimalnim zahtevima datim u EN 1992-1-1 za visoke nosače
    - Na svakoj strani zida
      - $A_{s,dbmin} = 0.001 A_c$

Duktilni niski zidovi

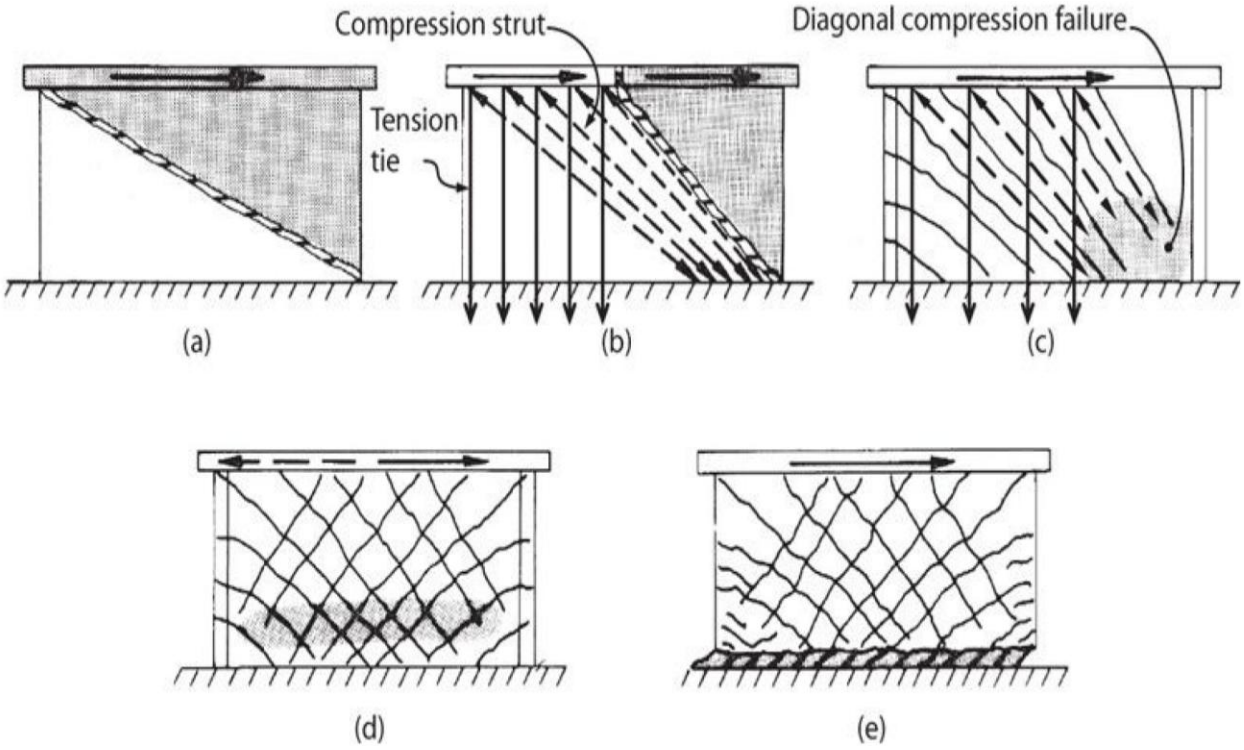
- Niski (*zdepasti*) zidovi (*squat walls*) ispunjavaju sledeći uslov (**vitkost**)
  - $\alpha_s = h_w / l_w \leq 2$
    - h_w - visina zida; l_w - dužina poprečnog preseka zida
- **Ponašanje**
  - Horizontalne seizmičke sile prihvataju dominantno pomoću pritisnute betonske dijagonale i ovaj mehanizam se značajno razlikuje od mehanizma na savijanje koji se javlja kod vitkih zidova
  - Proračun na savijanje ne može se odvojiti od proračuna na smicanje, slično kao kod veznih greda povezanih zidova
  - Dele se u sledeće grupe (Paulay, Priestley, 1992)
    - Elastični zidovi
      - Kod niskih zrada nosivost niskih zidova može biti toliko velika da ostaju u elastičnom domenu ponašanja tokom projektnog zemljotresa
      - Faktor ponašanja q = 1.5 i klasa duktilnosti DCL
      - U jače seizmičkim aktivnim regionima nije preporučljivo

Duktilni niski zidovi

- **Ponašanje**
  - Dele se u sledeće grupe (Paulay, Priestley, 1992)
    - Ljuljajući zidovi
      - Ako zid obezbeđuje nosivost na horizontalna dejstva istovremeno primajući malu gravitacionu silu pa se javlja izražena mogućnost rotacije zida kao krutog tela, tj. dolazi do njegovog „ljuljanja“
      - Može se sprečiti primenom šipova ili ako se spoji sa susednim poprečnim zidovima
      - Prema EN 1998-1 ovi zidovi se zovu *veliki lakoarmirani zidovi*
    - Duktilni zidovi
      - Niski zidovi sa adekvatnim temeljima projektuju se da se jave određene nelinearne deformacije
  - Niski zidovi imaju neizbežno veliku nosivost na savijnje u odnosu na nosivost na smicanje pa je teško obezbediti pojavu plastičnih zglobova koji rade dominantno na savijanje, tj. duktilnost krivine, pre nego što se dostigne nosivost na smicanje

Duktilni niski zidovi

- **Ponašanje**
  - Osnovni mehanizmi smičućih lomova



a) Dijagonalni zatežući lom
b) Lom usled tečenja vertikalne armature
c) Lom pritisnute betonske dijagonale
d) Lom betona duž čitavog zida
e) Lom po kliznoj ravni

Duktilni niski zidovi

- **Proračun**
  - **DCL**
    - Kao za uobičajene armiranobetonske konstrukcije prema EN 1992-1-1 pri čemu se mora voditi računa o ograničenju klase betona i čelika za armaturu datim u EN 1998-1
  - **DCM**
    - Pravila za vitke DCM zidove su ista i za niske DCM zidove osim što se kod DCM niskih zidova ne vrši korekcija dijagrama momenata savijanja tj. anvelopa dijagrama momenata savijanja jednaka je onoj iz seizmičke analize
  - **DCH**
    - Moment savijanja se ne koriguje već se koristi iz linearne analize
    - Proračunska smičuća sila

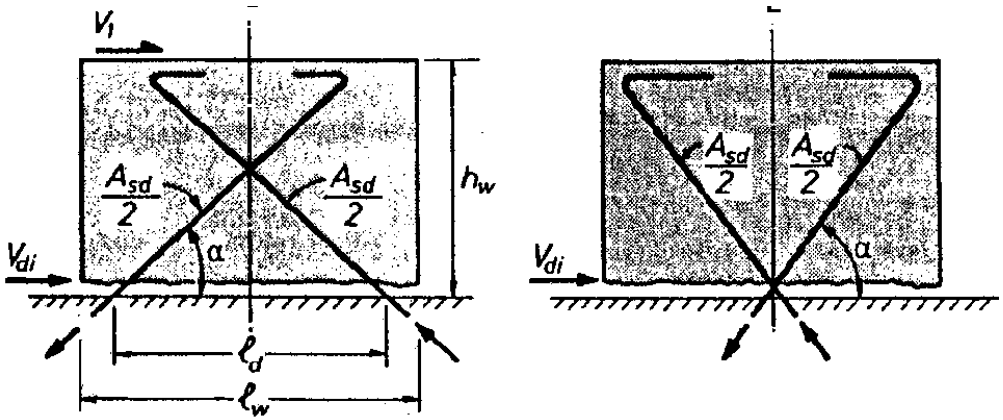
$$V_{\mathrm{Ed}} = \gamma_{\mathrm{Rd}} \left(\frac{M_{\mathrm{Rd}}}{M_{\mathrm{Ed}}} \right) V'_{\mathrm{Ed}} \leq q\, V_{\mathrm{Ed}}$$

$\gamma_{Rd} = 1.2$ – faktor koji obuhvata efekat ojačanja zategnute armature
V'_{Ed} – smičuća sila dobijena linearnom seizmičkom analizom

Komentar:
- Uvećanje smičućih sila usled dinamičkih efekata ovde je zanemareno za razliku od vitkih zidova
- Nosivost na savijanje treba držati što niže moguće da se proračunske amičuće sile nebi nepotrebno povećavale

Duktilni niski zidovi

- **Proračun**
  - **DCH**
    - Proračun na smicanje sprovodi se kao i kod vitkih zidova pri čemu kod niskih zidova polovinu proračunske smičuće sile V_{Ed} u osnovi treba prihvatiti kosim šipkama jer vertikalna armatura, koja preseca ravan potencijalnog smičućeg loma, gubi efikasnost u sprečavanju klizanja ako je dostigla plastifikaciju usled momenta savijanja. U ovom smislu dijagonalna armatura je znatno efikasnija
    - Nosivost na smicanje kose armature data je izrazom za V_{id} kod vitkog DCH zida pri kontroli loma smicanjem usled klizanja
    - Nosivost na savijanje zida (slika levo) usled dijagonalne armature
      - $M_{Rd} = 0.5 A_{sd} f_{yd} l_d sin\alpha$



Komentar:
Na slici levo položaj dijagonalne armature povećava nosivost na savijanje što je nepoželjno pa se zbog toga može primeniti konfiguracija dijagonalne armature kao na slici desno koja ne povećava nosivost na savijanje

Duktilni niski zidovi

- **Proračun**
  - **DCH**
    - Prvo se sprovodi proračun na smicanje kojim se usvaja horizontalna, vertikalna i kosa armatura
    - Zatim se kontroliše nosivost na savijanje uzimajući u obzir i kosu armaturu. Ako nosivost na savijanje nije zadovoljena potrebno je usvojiti dodatnu vertikalnu armaturu u ivičnim zonama ili distribuiranu po dužini rebra. Ova dva načina rasporeda vertikalne armature imaju skoro isti učinak na nosivost na savijanje, ali distribuirana vertikalna armatura je efikasnija za prijem smicanja po kliznim ravnima. Nakon ovoga se kontroliše nosivost na smicanje jer proračunska sila smicanja zavisi od nosivosti na savijanje

Veliki lakoarmirani zidovi

- **Veliki lakoarmirani zid** je zid sa velikim dimenzijama poprečnog preseka, tj. dužina preseka zida iznosi najmanje 4 m ili 2/3 visine zida (manja vrednost od ove dve)
- **Uslovi da bi se konstrukcijski sistem svrstao u velike lakoarmirane zidove**
  - Veliki lakoarmirani zidovi predstavljaju osnovne primarne seizmičke zidove koji treba da imaju najmanje nosivost od 65% od ukupne nosivosti na smicanje celokupnog konstrukcijskog sistema
  - Veliki lakoarmirani zidovi jednog pravca zajedno treba da prihvate najmanje 20% od ukupnog gravitacionog opterećenja (ukupno 40% za oba pravca), a to obezbeđuje da odizanje, koje je karakteristično ponašanje ovih zidova, poveća potencijalnu energiju za najmanje 20% ukupne mase objekta
  - Osnovni period vibracija u razmatranom pravcu treba da iznosi $T \leq 0.5$ s
  - Najmanje dva velika lakoarmirana zida treba da postoje za svaki ortogonalni pravac. Može da bude i samo jedan ako su ispunjena sledeća dva uslova
    - Da su za razmatrani pravac osnovne vrednosti faktora ponašanja podeljene sa 1.5
    - Da postoje barem dva velika lakoarmirana zida u ortogonalnom pravcu

Veliki lakoarmirani zidovi

- Ako sistem velikih lakoarmiranih zidova uključuje jedan ili više zidova koji ne ispunjavaju uslov da su veliki lakoarmirani zidovi (dužina im je manja od 4 m) onda ovi zidovi treba da se proračunaju kao DCM zidovi
- Ako konstrukcija zgrade kao celina ne ispunjava uslove da se svrsta u sistem velikih lakoarmiranih zidova onda svi zidovi treba da se proračunaju kao duktilni sa odgovarajućom klasom duktilnosti bez obzira na to da li pojedini zidovi ispunjavaju uslove za velike lakoarmirane zidove (Fardis, 2009.)

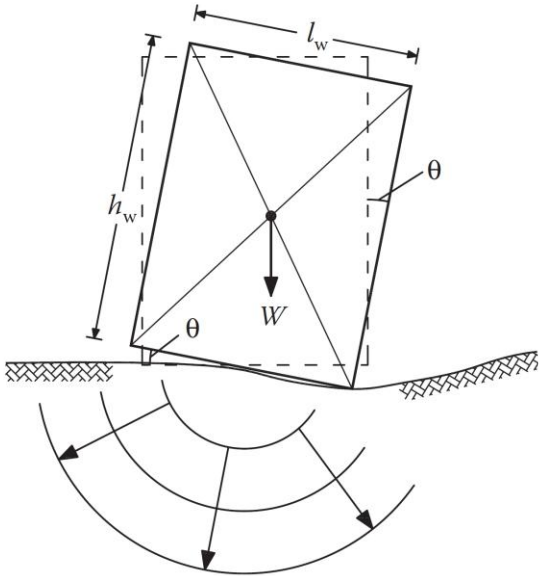





Veliki lakoarmirani zidovi

- **Ponašanje**
  - Disipacija energije koja se bazira na stvaranju plastičnih zglobova u osnovi zida nije moguća zbog velike dužine preseka zida i nemogućnosti da se obezbedi ukleštenje, tj. spreči rotacija na nivou temelja
  - Disipacija energije se obavlja ili odizanjem, tj. ljuljanjem zidova zajedno sa temeljom, od tla ili otvaranjem i zatvaranjem horizontalnih prslina

Komentari:
- Zbog male gravitacione sile rotacija će se obaviti približno oko neutralne linije koja je blizu krajnjeg pritisnutog vlakna poprečnog preseka zida pa će se na taj način izazvati odizanje centralne tačke zida i zajedno sa njom i velikog dela ukupne težine zida. Istovremeno se odižu i krajevi greda koje se oslanjaju na njega
- Pri ovakvom ponašanju zid kao kruto telo prvo pretvori seizmičku energiju u potencijalnu energiju privremenim odizanjem pripadajuće mase, a zatim u kinetičku energiju, koja se disipira ili tlom ili putem formiranja prslina na savijanje u samom zidu
- Oblast disipacije je tlo ispod temelja i/ili brojne fleksione prsline po celoj visini zida
- Sistemi velikih lakoarmiranih zidova ne disipiraju energiju u plastičnim zglobovima pa se projektuju isključivo kao DCM konstrukcije



Veliki lakoarmirani zidovi

- **Proračun**
  - Minimalna dimenzija debljine rebra (kao kod vitkih duktilnih zidova)

$$b_{wo} \geq \max\{0.15, h_s/20\}[m]$$

  - **Savijanje**
    - Koristi se direktno dobijeni dijagram momenata savijanja iz analize, tj. bez korigovanja metodom programiranog ponašanja
    - Ovaj dijagram se kombinuje sa gravitacionom normalnom silom koja treba za slučaju da je $q > 2$ da obuhvati i dodatne dinamičke aksijalne sile koje nastaju usled odizanja ili usled otvaranja i zatvaranja prslina. Ova dinamička komponenta aksijalne sile može se proceniti kao 50% vrednosti aksijalne sile u zidu od gravitacionog opterećenja u seizmičkoj proračunskoj situaciji, tj. $(1 \pm 0.5)N_{Ed}$ (uzima se znak + ili – u zavisnosti šta je nepovoljnije). U slučaju da je $q \leq 2.0$ efekti dinamičkih aksijalnih sila mogu se zanemariti
    - Granična vrednost za dilatacija za neutegnuti betom može se povećati sa 0.0035 na 0.005

Veliki lakoarmirani zidovi

- **Proračun**
  - **Savijanje**
    - Zbog male debljine u odnosu na dužinu preseka zida normalni naponi u betonu moraju se ograničiti da bi se sprečila nestabilnost van ravni zida. Ovaj zahtev se zadovoljava koristeći pravila EN 1992-1 vezana za efekte drugog reda uz dodatna pravila za normalne napone u betonu ako su neophodna. Odredbe EN 1992-1-1 koje tretiraju ovu poroblematiku su: pravila za sprečavanje bočne nestabilnosti vitkih greda i pravila za uticaje drugog reda kod stubova i zidova
  - **Smicanje**
    - Smičuća sila dobijena iz linearne analize V'_{Ed} mora se povećati za svaki sprat prema izrazu
      - $V_{Ed} = V'_{Ed} \frac{q+1}{2}$
    - Prema EN 1998-1 zbog rezerve sigurnosti obezbeđene povećanjem smičućih sila i zbog toga što je odgovor kontrolisan prinudnim deformacijama, bilo gde je $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$, ne zahteva se minimalna horizontalna smičuća armatura u rebru data prema EN 1992-1-1. Preporučena vrednost prema EN 1992-1-1 je $\rho_{h,min} = 0.001$ i istovremeno horizontalna armatura ne treba da bude manja od 25% od vertikalne armature

Veliki lakoarmirani zidovi

- **Proračun**
  - **Smicanje**
    - Ako je $V_{Ed} > V_{Rd,c}$ smičuća smičuća armatura rebra se proračunava prema EN 1992-1-1
    - Lom usled smicanja klizanjem u horizontalnim spojevima treba treba proveriti u skladu sa EN 1992-1-1 (Smicanje u kontaktu betona ugrađenih u različito vreme) sa dužinom sidrenja spojnih šipki koje prolaze kroz ravan spoja povećanom za 50% od dužine sidrenja zahtevane prema EN 1992-1-1
- **Detalji za lokalnu duktilnost**
  - Na krajevima preseka zida treba formirati ivični element sa sledećom dužinom

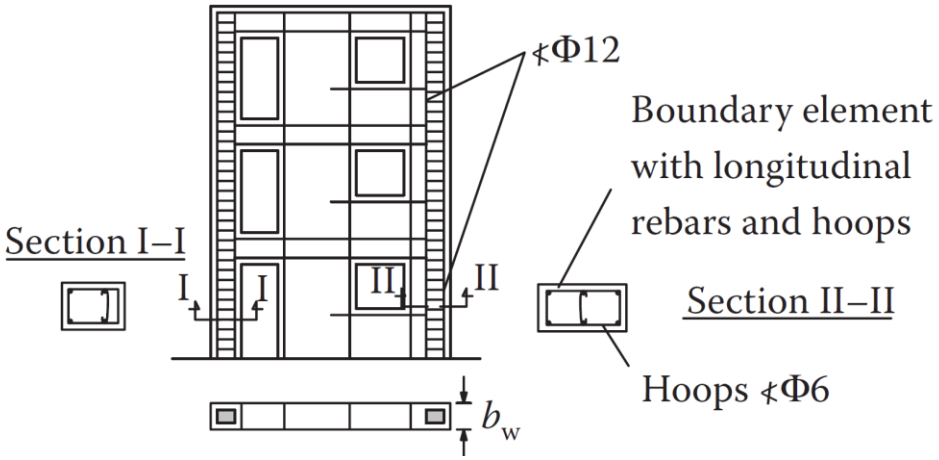
$$l_c \geq \max\left\{ b_w;\quad 3 \cdot b_w \cdot \frac{\sigma_{cm}}{f_{cd}} \right\}$$

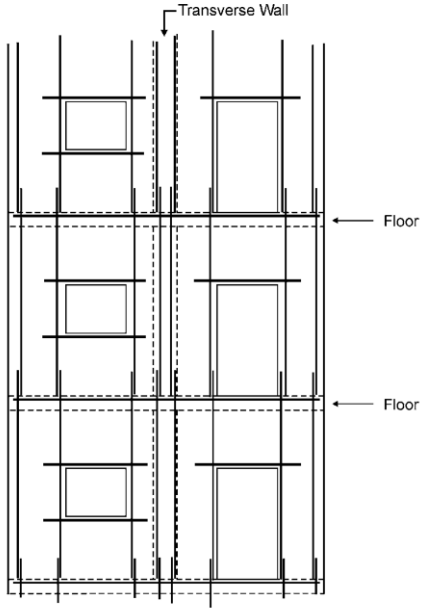
σ_{cm} – srednja vrednost napona u pritisnutom betonu pri graničnoj nosivosti na savijanje sa aksijalnom silom

  - Vertikalnu armaturu i ivičnim zonama treba povezati uzengijama i poprečnim vezama
  - Prečnik vertikalnih šipki ne treba da bude manji od 12 mm u nižim spratovima, odnosno 10 mm u višim spratovima

Veliki lakoarmirani zidovi

- **Detalji za lokalnu duktilnost**
  - Prečnik uzengija ili poprečnih veza ne treba da je manji od 6 mm ili od $1/3 d_{bl}$
  - Rastojanje uzengija i poprečnih veza u vertikalnom pravcu ne treba da bude veće od 100 mm ili $8 d_{bl}$, zavisno od toga šta je manje
  - Duž svih ukrštanja zidova treba obezbediti kontinualni horizontalne i/ili vertikalne veze, a kao minimum ove armature treba zadovoljiti članove EN 1992-1-1 (9.10.)

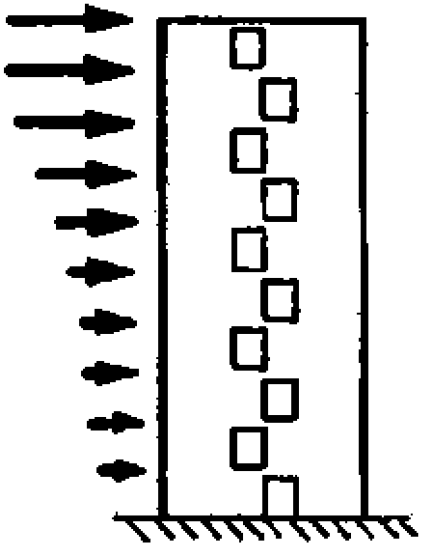




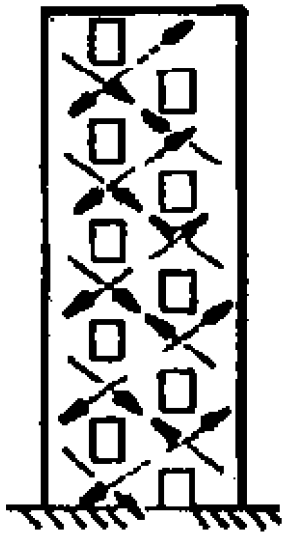
Zidovi sa nepravilnim položajem otvora

- **Ponašanje**

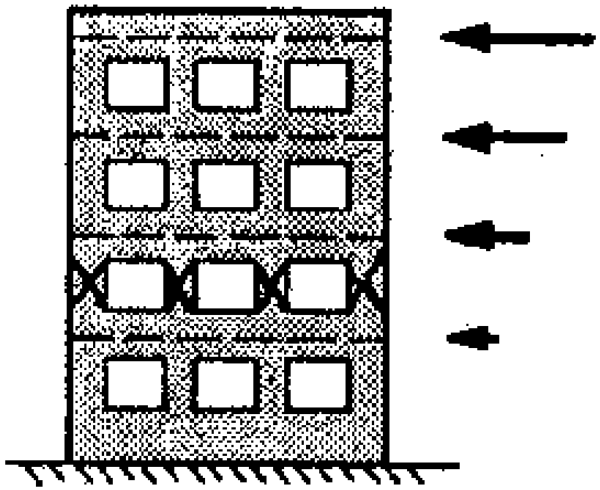
Prema EN 1998-1 slučajne otvore kod DCH zida treba izbegavati osim ako je njihov uticaj beznačajan ili aku su adekvatno modelirani, proračunati i dimenzionisani



Mogućnost krtog smičućeg loma jer su otvori bilzu i smaknuto postavljen, npr. fasadni otvori u stepenišnim vertikalama



Poboljšanje u odnosu na prethodno rešenje jer je povećana nosivost delova između otvora



Nepovoljna konfiguracija zbog jakih veznih greda i kratkih stubova pa postoji opasnost od krtog spratnog mehanizam

Dvojni sistemi

- **Dvojni sistem (Dual System)** je konstrukcijski sistem kod koga je prijem vertikalnog opterećenja obezbeđen pretežno prostornim ramovima, a u prijemu horozontalnih opterećenja učestvuju delom ramovi, a delom konstrukcijski zidovi
- **Dvojni sistem sa dominantnim ramovima (Frame-equivalent Dual System)** je kombinovani sistem u kome je **nosivost na smicanje u nivou temelja ramovskog dela veća od 50% ukupne nosivosti na smicanje celog sistema**
- **Dvojni sistem sa dominantnim zidovima (Wall-equivalent Dual System)** je kombinovani sistem u kome je **nosivost na smicanje u nivou temelja zidova veća 50% ukupne nosivosti na smicanje celog sistema**
- Prihvatljivo je da se umesto smičuće nosivosti koriste seizmički smičući uticaji

Dvojni sistemi

- **Ponašanje**

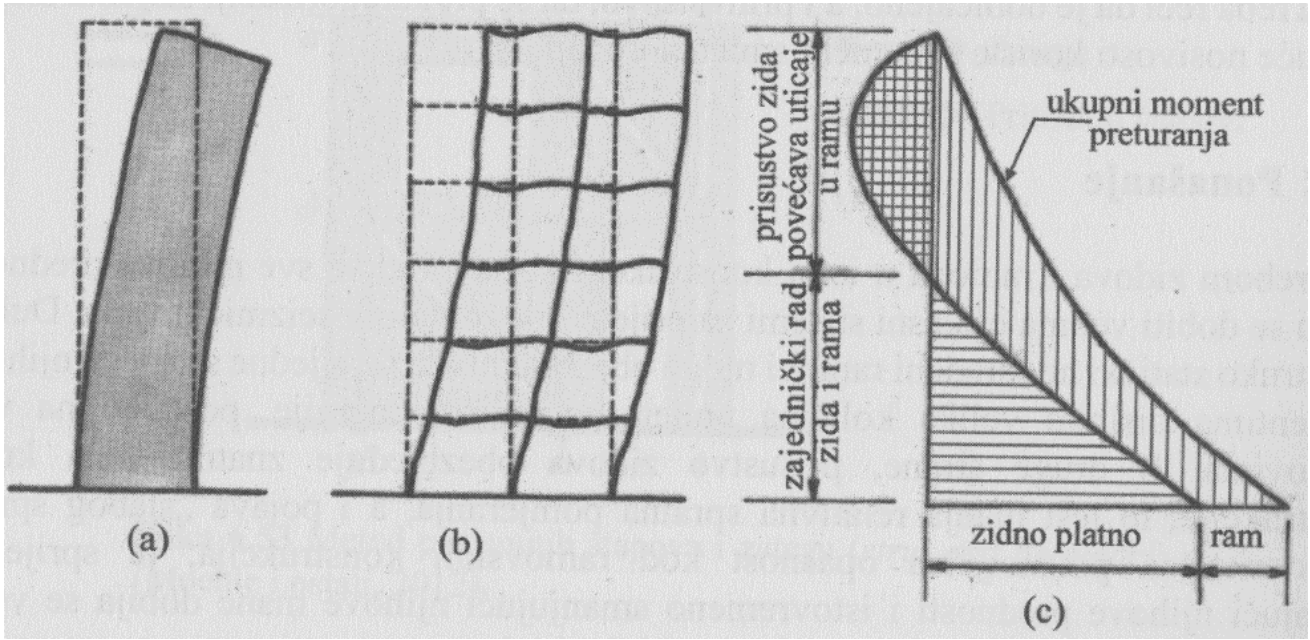
Vrlo efikasni sistemi za prijem seizmičkog dejstva

- Ramovi obezbeđuju da se disipira velika količina unete seizmičke energije posebno na višim spratovima
- Zidovi obezbeđuju znatnu krutost u horizontalnom pravcu, tj. manja relativna spratna pomeranja i sprečavaju pojavu slabog sprata koja je karakteristična kod čistih ramovskih sistema

Zid
Relativna spratna pomeranja rastu od donjih ka gornjim etažama

Ram
Najveća relativna spratna pomeranja na donjim etažama

Zajednički rad
Zid kod dvojnih sistema ima drugačiji znak momenta savijanja na donjim i gornjim spratovima za razliku od toga kada se ne kombinuje sa ramovima pa je dijagram momenata savijanja istog znaka celom isinom zida



Zajednički rad
Kada se nalaze u istom objektu povezani su krutom tavanicom u svojoj ravni pa zidovi u donjim etažama preuzimaju skoro celokupnu horizontalnu seizmičku silu, a na gornjim etažama ramovi ne samo da preuzimaju celokupnu seizmičku silu već su i dopunski opterećeni ponašanjem zida koji bi u slučaju da je samostalan imao drugačiji znak momenta

Dvojni sistemi

- **Ponašanje**
  - **Kod slabijih zemljotresa**
    - Dvojni sistemi imaju manja spratna pomeranja u odnosu na ramovske sisteme pa samim tim i manja oštećenja nekonstrukctivnih komponenti
  - **Kod jačih zemljotresa**
    - Plastični zglobovi se prvo javljaju u osnovama zidovima (tzv. prva linija odbrane), pre nego što se jave plastične deformacije u ramovima, a nakon toga se formiraju plastični zglobovi u ramu (tzv. druga linija odbrane). Na ovaj način ovi sistemi imaju veću rezervu nosivosti od drugih sistema
  - Prema EN 1998-1 kod dvojnog sistema ramovima mora da pripadne više od 35% nosivosti na horizontalno opterećenje
  - Međuspratne tavanice kod dvojnih sistema više su opterećene u svojoj ravni nego kod čistih ramovskih sistema
- **Faktor ponašanja**
  - **Dvojni sistemi sa dominantnim ramovima** (učešće ramova od 50% do 65% u ukupnoj nosivosti na smicanje) faktor ponašanja je kao kod čistih ramovskih sistema
  - **Dvojni sistemi sa dominantnim zidovima** (učešće ramova od 35% do 50% u ukupnoj nosivosti na smicanje) faktor ponašanja je kao kod povezanih zidova

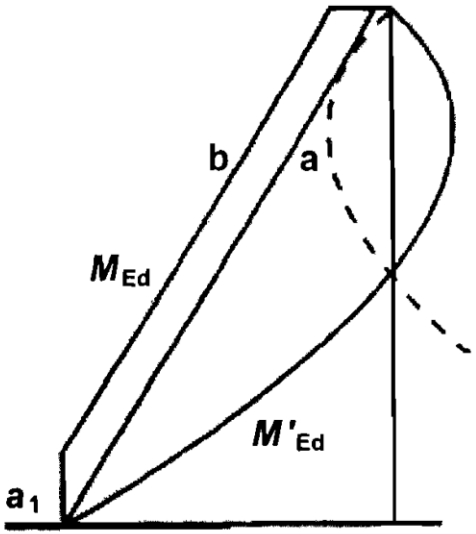
Dvojni sistemi

- **Proračun**
  - Nakon seizmičke analize neophodno je kontrolisati nosivost, tj. smičuće sile, u osnovi pojedinih sistema
    - Ako se kontrolišu zidovi
      - < 35% nosivosti na smicanje: ramovski sistem
      - > 35% i < 50% nosivosti na smicanje: dvojni sistem sa dominantnim ramovima
      - > 50% i < 65% nosivosti na smicanje: dvojni sistem sa dominantnim zidovima
      - > 65% nosivosti na smicanje: sistem zidova
  - Kod dvojnih sistema sa dominantnim ramovima proračun je kao i kod čistih ramova
  - Kod dvojnih sistema sa dominantnim zidovima proračun se razlikuje u odnosu na proračun čistih zidova samo kod određivanja uticaja momenata savijanja i smičućih sila

Dvojni sistemi

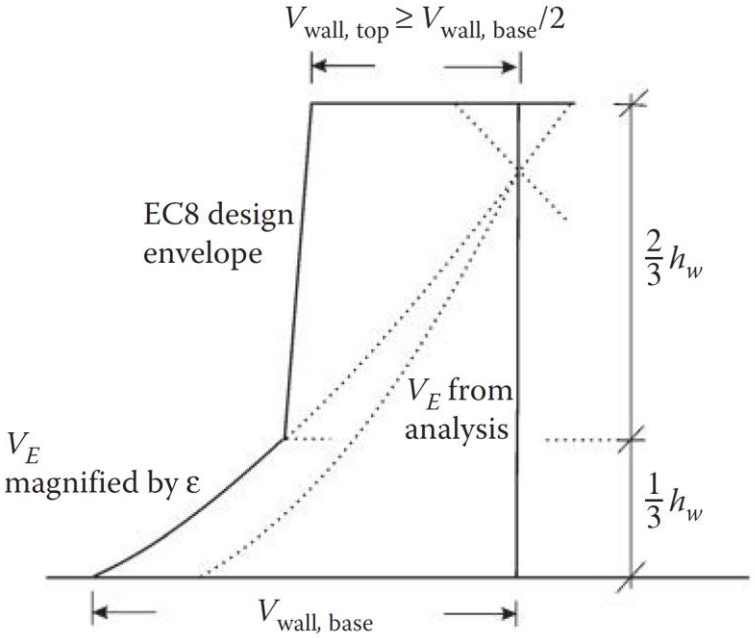
- **Proračun**
  - Kod dvojnih sistema sa dominantnim zidovima (DCM i DCH)

Proračunska anvelopa momenata savijanja vitkih zidova kod dvojnih sistema



a dijagram momenata iz analize
b proračunska anvelopa
a_1 pomeranje zatezanja

Proračunska anvelopa smičućih sila vitkih zidova kod dvojnih sistema



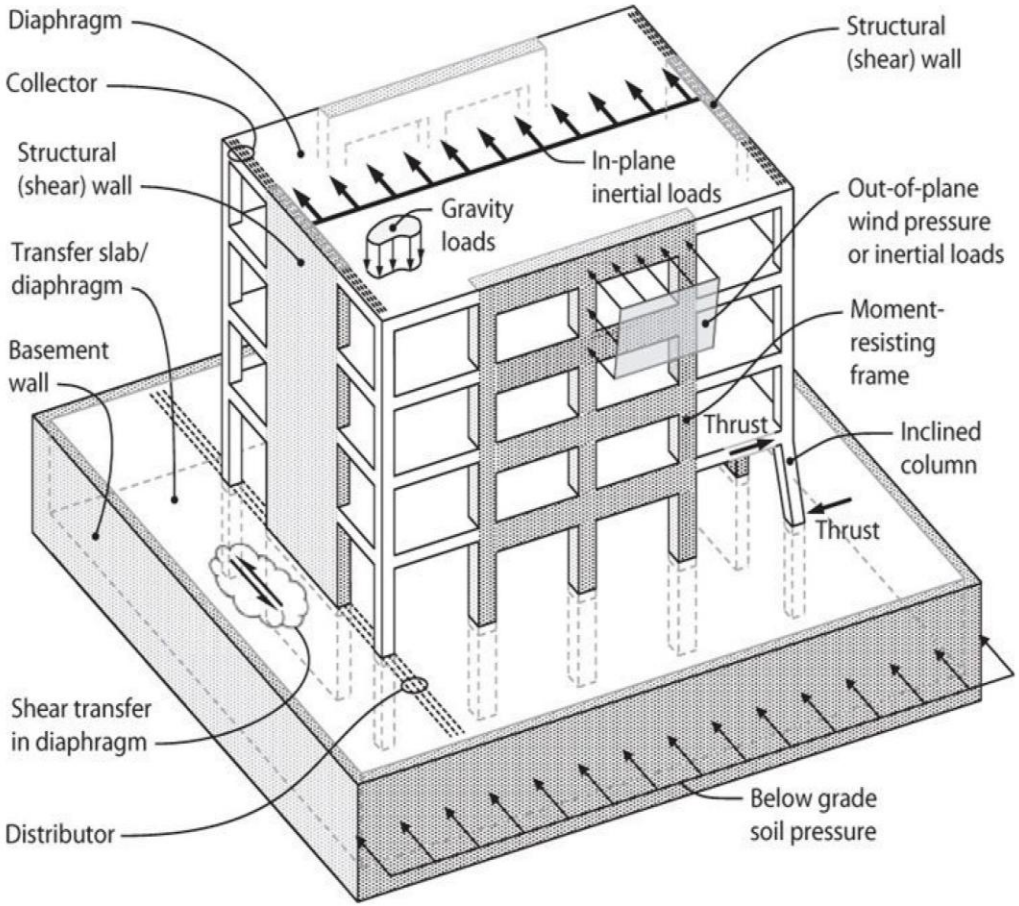
Komentari:

- Kako bi se obuhvatile nepouzdanosti usled efekata viših tonova vibracija u dvojnim sistemima pri proračunu vitkih zidova koristi se anvelopa smičućih sila prikazana na slici pored
- Na poslednjim spratovima zida smičuće sile imaju suprotan smer od smera horizontalnih seizmičkih sila, a na donjim spratovima je isti. Nulta vrednost smičućih sila se nalazi negda unutar gornje trećine visine zida. Množenje malih smičućih sila faktorom ε bi dalo i male proračunske smičuće sile, pa kod dvojnih sistema nije usvojen isti princip kao i kod DCM i DCH vitkih zidova da se sve spratne smičuće sile množe faktorom ε već se usvaja da je minimalna vrednost na vrhu zida jednaka polovini uvećane smičuće sile u osnovi i sa zakonom promene prema slici pored

Međuspratne tavanice

Opšte napomene

- Prenose gravitaciono opterećenje
- Obično je na njihovom mestu najveća koncentracija mase, a samim tim u ravni tavanice se javljaju i najveće horizontalne seizmičke sile (inercijalne sile) koje tavanica mora da prenese na vertikalne noseće elemente. Deo tavanice koji učestvuje u prenosu ovih sila na zid naziva se **kolektor** (*Collector*)
- Obezbeđuje bočno pridržavanje vertikalnim elementima (zidovi i stubovi) koji su skloni izvijanju i uticajima drugog reda
- Prihvataju horizontalne reakcije pregradnih zidova opterećenih inercijalnim silama van njihove ravni i reakcije spoljašnjih nosećih i fasadnih zidova opterećenih dejstvom vetra
- Kod kosih stubova i zidova u ravni tavanica javljaju se sile pritiska ili zatezanja
- Kod etaža kod kojih dolazi do naglog sažimanja osnove značajne horizontalne seizmičke sile se prenose sa jednog vertikalnog sistema na drugi. Prenos ovih sila omogućava deo tavanice koji se naziva **distributer** (*Distributor*)



Opšte napomene

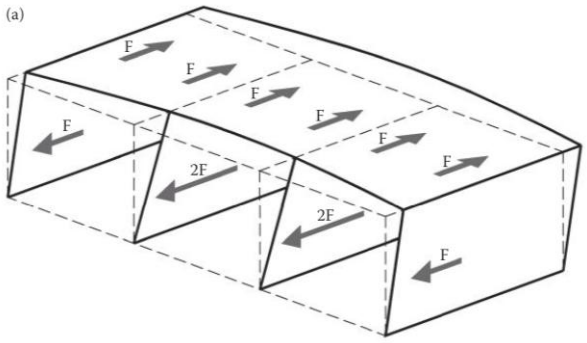
- Prema EN 1998-1 seizmički proračun mora obuhvatiti dokaz graničnog stanja nosivosti AB dijafragmi (u svojoj ravni) kod DCH konstrukcija sa sledećim karakteristikama (iako nije propisano preporuka je i za DCM konstrukcije)
  - Nepravilna geometrija ili razuđeni oblici u osnovi
  - Uvučenim ili izbačenim delovima u osnovi
  - Nepravilnim ili velikim otvorima
  - Nepravilnim rasporedom masa i/ili krutosti (npr. uvučeni ili istureni delovi u osnovi)
  - Podrumima kod kojih su zidovi postavljeni samo po njegovom obimu ili samo u delu prizemlja
- **S obzorim na to da je osnovna uloga tavanica da efikasno povežu u svojoj ravni sve vertikalne elementi i prenesu uticaje od seizmičkog dejstva, to podrazumeva sprečavanje bilo kakvih oštećenja u njima, pa se projektuju da ostanu u elastičnoj oblasti ponašanja**

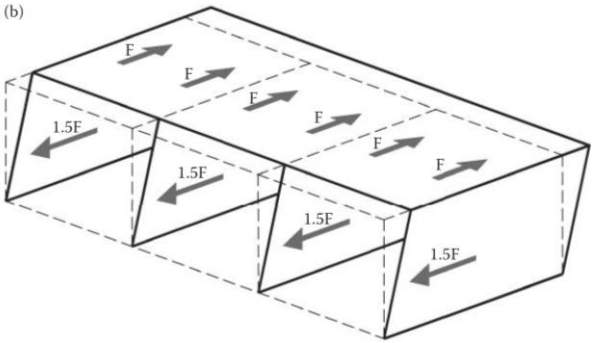
Klasifikacija tavanica

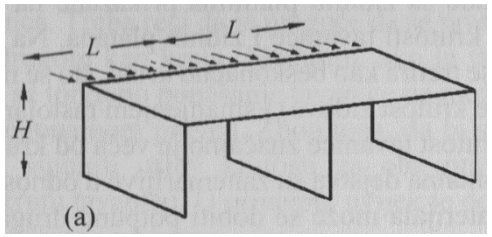
- **Najčešće upotrebljavane tavanice**
  - AB monolitne
  - AB prefabrikovani elementi sa ili bez završnog sloja betona izvedenog na licu mesta
  - Čelični profilisani limovi sa ili bez sloja betona izvedenog nacu mesta
  - Drvenih ploča
- **Podela prema krutosti u svojoj ravni**
  - Fleksibilne

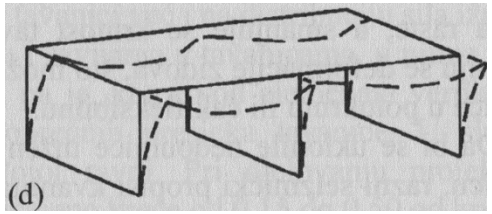
Krute

Polukrute









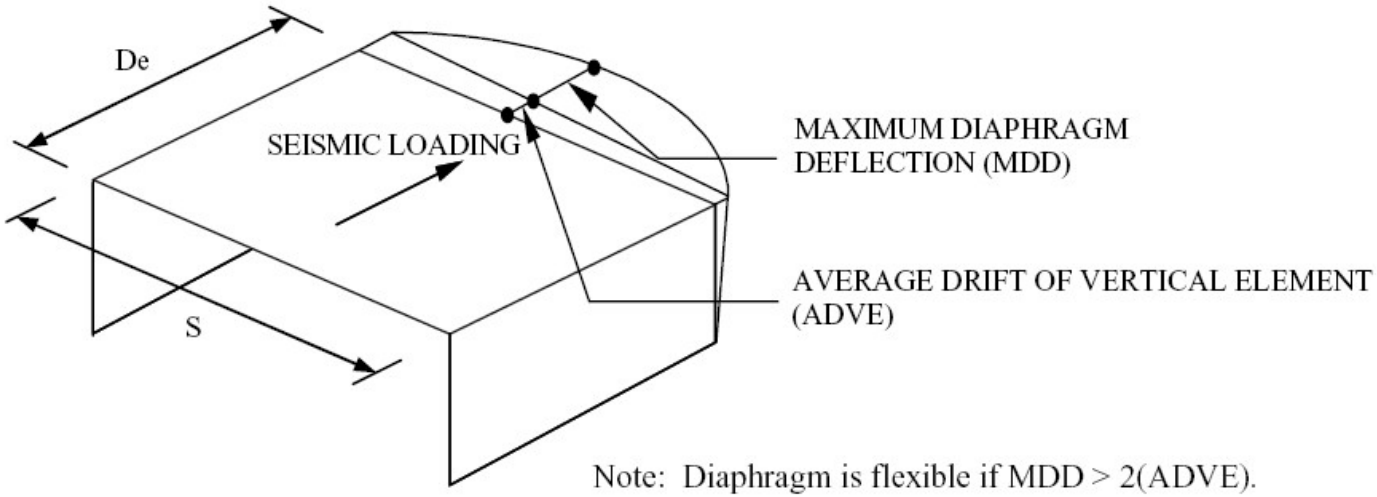
Komentari:
- Fleksibilne tavanice: drvene ploče, čelični profilisani limovi bez završnog sloja betona ili betonske montažne ploče bez završnog sloja betona
- Krute ili polukrute: AB monolitne tavanice, čelični profilisani limovi sa završnim slojem betona ili betonske montažne ploče sa završnim slojem betona

Klasifikacija tavanica

- Prema EN 1998-1 da bi se tavanica smatrala dijafragmom (kruta ili polukruta tavanica u svojoj ravni) minimalna debljina AB ploče treba da iznosi 70 mm koja je armirana minimalnom armaturom (EN 1992-1-1) u oba pravca
- Pri kategorizaciji tavanice prema krutosti u svojoj ravni treba voditi računa i o krutosti vertikalnih sistema u horizontalnom pravcu. Npr., povećanjem visine zidova smanjuje se njihova krutost pa je tavanica znatno veće krutosti od zidova, tj. deformacije tavanice u horizontalnom pravcu na horizontalna dejstva su zanemarljive u odnosu na deformacije zidova u horizontalom pravcu

Klasifikacija tavanica

- EN 1998-1
  - Tavanica se može smatrati beskonačno krutom u svojoj ravni ako su uz modeliranje realne fleksibilnosti tavanice u svojoj ravni dobijena horizontalna pomeranja takva da ne prelaze više od 10% onih horizontalnih pomeranja koja bi se dobila u slučaju da se tavanica modelira kao beskonačno kruta
- ASCE 7, 2016

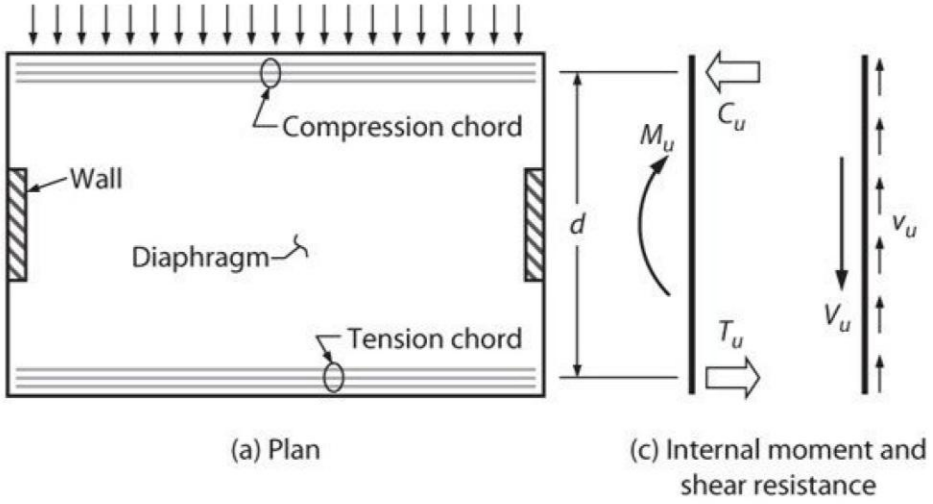


Klasifikacija tavanica

- **Tavanica treba da je što kruća u svojoj ravni**
  - Kruta tavanica u svojoj ravni obezbeđuje prenos seizmičkih spratnih sila vertikalnim elementima saglasno njihovim krutostima
  - Svojom krutosti u ravni, dijafragme obezbeđuju da se vertikalni noseći elementi ponašaju kao jedinstvena celina u suprotstavljanju seizmičkom dejstvu
  - Mana fleksibilnih tavanica je u tome što nema preraspodele uticaja između pojedinih vertikalnih elemenata, za razliku od krutih tavanica u svojoj ravni kaje obezbeđuju mogućnost da vertikalni sistemi koji imaju veću nosivost pomognu slabijim sistemima i tako obezbede veću nosivost celog objekta
  - Krutost AB tavanice u svojoj ravni pri projektnom zemljotresu se kreće od 0.15 do 0.5 od krutosti bruto poprečnog preseka (Moehle, 2010.)

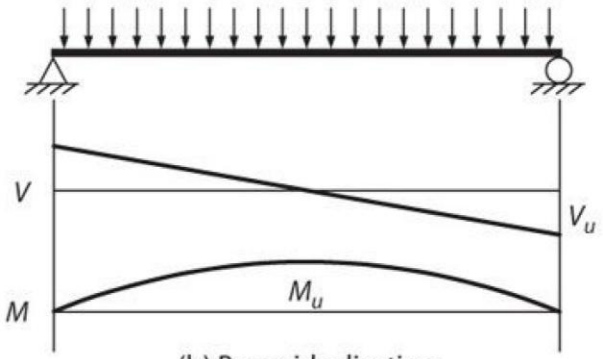
Elementi tavanice

- **Pojednostavljen model horizontalno opterećene tavanice**



(a) Plan

(c) Internal moment and shear resistance

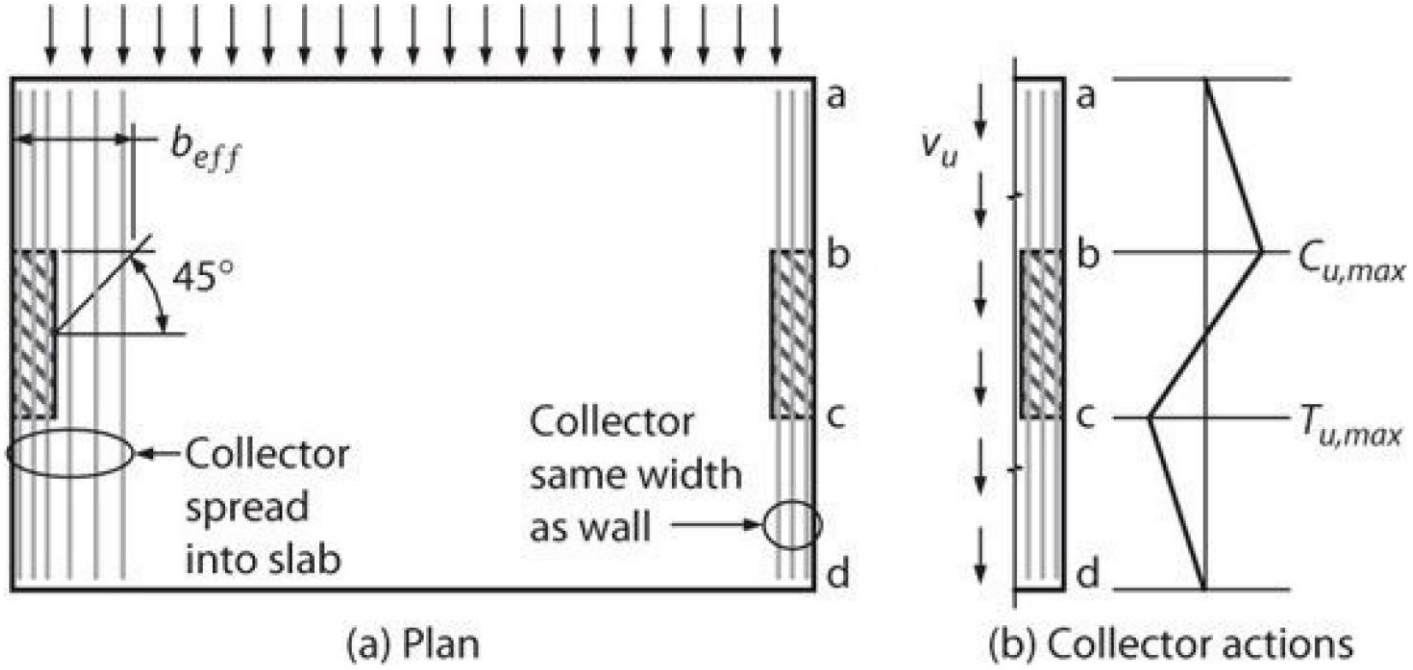


(b) Beam idealization

- Tavanica oslonjena na vertikalne zidove
- Prosta greda u horizontalnoj ravni
- Moment savijanja se prihvata spregom sila
- Naponi smicanja se distribuiraju uniformno po širini tavanice

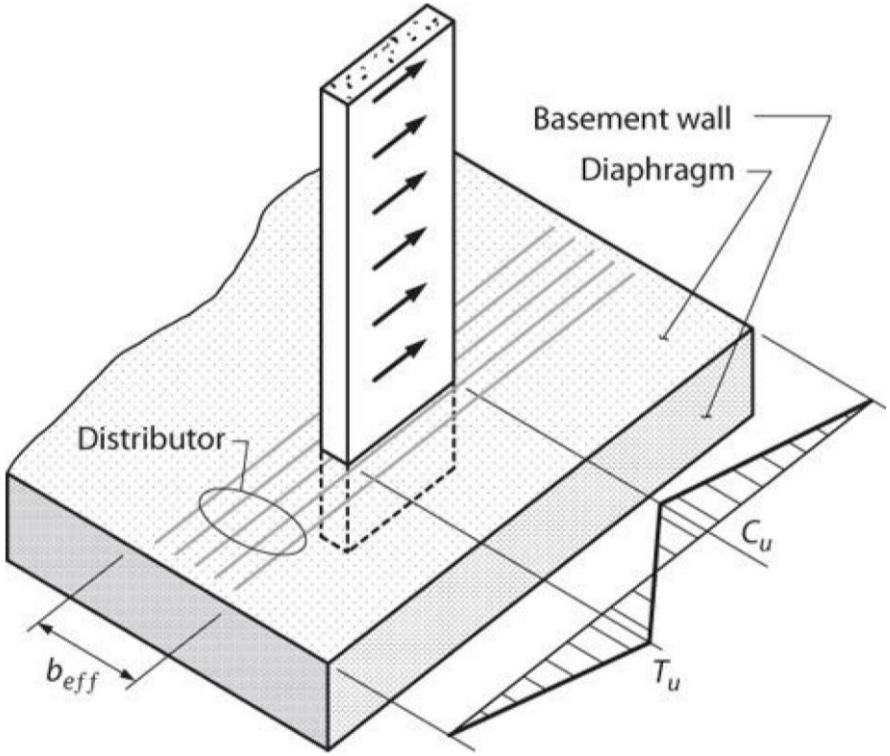
Elementi tavanice

- Ako vertikalni sistemi imaju manju dužinu od ukupne širine tavanice u delovima tavanica u pravcu vertikalnih sistema javljaju sile zatezanja i pritiska. Delovi tavanice, opterećeni ovim silama zatezanja i pritiska, koji prihvataju ovo smicanje i prenose ih na zidove nazivaju se **kolektori**



Elementi tavanice

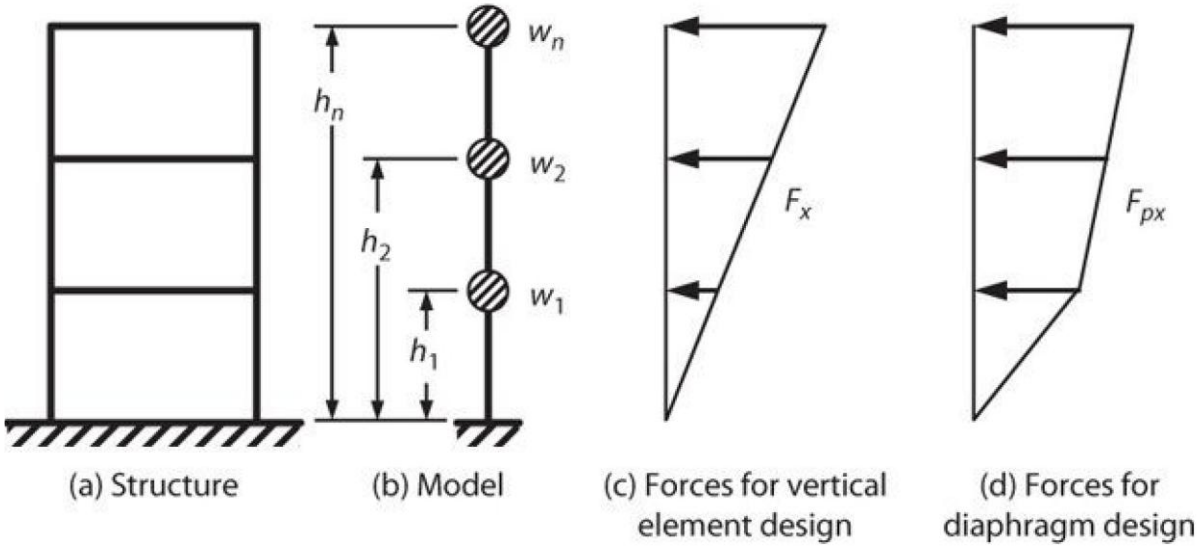
- Poseban slučaj kolektora je onaj kada on ne služi da prenese sile sa tavanice na vertikalne sisteme već obrnuto sa vertiklanog sistema na tavanicu. Ovakav tip kolektora se naziva **distributer**



- Sile sa visokog zidnog platna prenose se preko tavanice na obodne zidove donje krute etaže

Sile u tavanicama

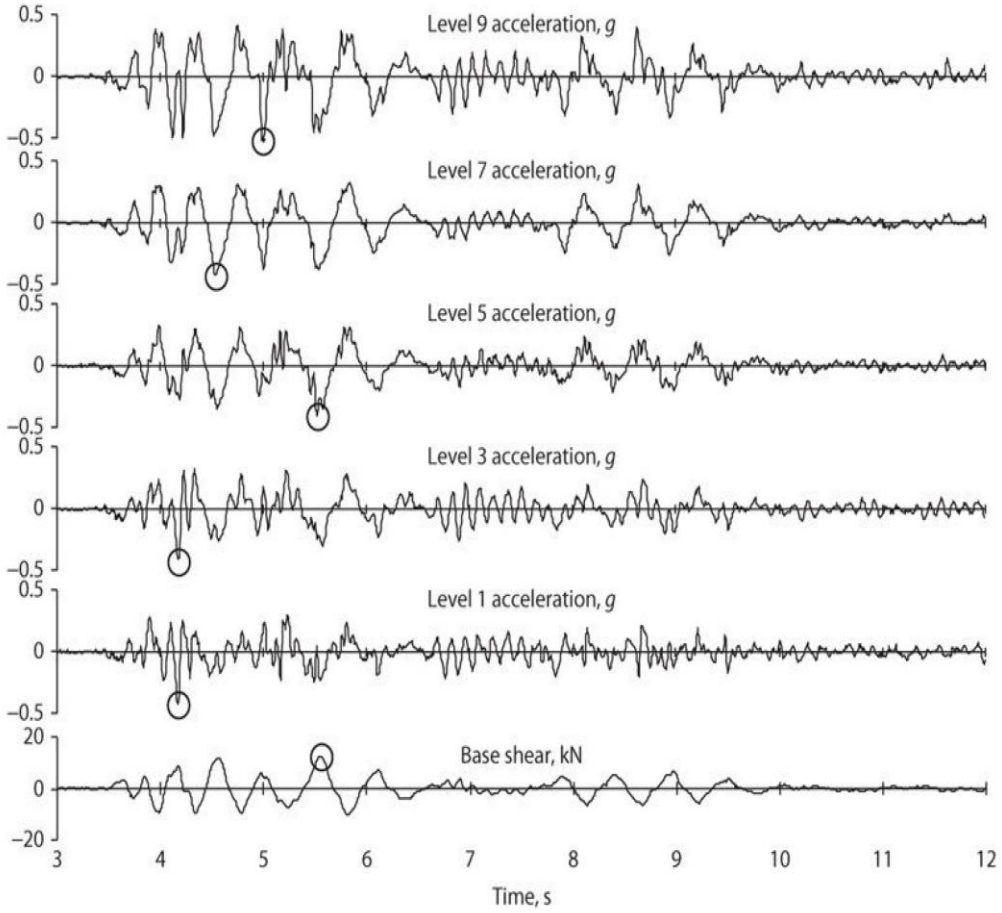
- **Inercijalne sile**
  - Raspodela inercijalnih sila



  - Spratnim seizmičkim silama (c) se pokušavaju aproksimirati seizmičke (inercijalne) sile u koje se javljaju u pojedinim tavanicama. Međutim, kod višespratnih objekata, zbog uticaja viših tonova tokom odgovora sistema, različite tavanice mogu imati maksimalna ubrzanja kojima odgovaraju inercijalne sile veće od onih koje koristimo pri proračunu vertikalnih elemenata

Sile u tavanicama

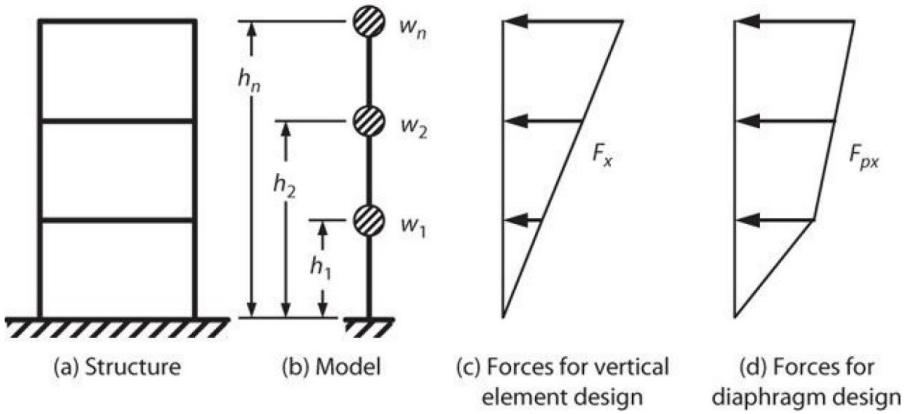
- **Inercijalne sile**



- Devetospratna zgrada
- Vremenska istorija ubrzanja za pojedine spratove data je na gornjih pet dijagrama
- Ukupna bazna seizmička sila data je na poslednjem dijagramu
- Ekstremna ubrzanja tavanica približno iznose 0.5g i dešavaju se u različitim vremenskim trenucima. Svaka tavanica bi trebala da bude projektovana da se odupre inercijalnim silama koje odgovaraju maksimalnim ubrzanjima odgovarajuće tavanice
- Proračun i dimenzionisanje elemenata vertikalnih sistema na istovremeno delovanje maksimalnih inercijalnih sila u nivou etaža bilo bi previše konzervativno zbog činjenice da se maksimalne vednosti dešavaju u različitim vremenskim trenucima
- **Ovo znači da bi trebali da imamo prvi set sila za proračun vertikalnih elemenata i drugi set sila pomoću kojih određujemo uticaje u tavanicama**

Sile u tavanicama

- **Inercijalne sile**



- EN 1998-1 ne prepoznaje drugi set sila
- ASCE 7, 2016
  - Tavanice moraju imati nosivost na projektne seizmičke sile iz seizmičke analize ali te sile ne smeju da budu manje od onih određenih sledećom jednačinom

$$F_{px} = \frac{\sum_{i=x}^{n} F_i}{\sum_{i=x}^{n} w_i} w_{px}$$

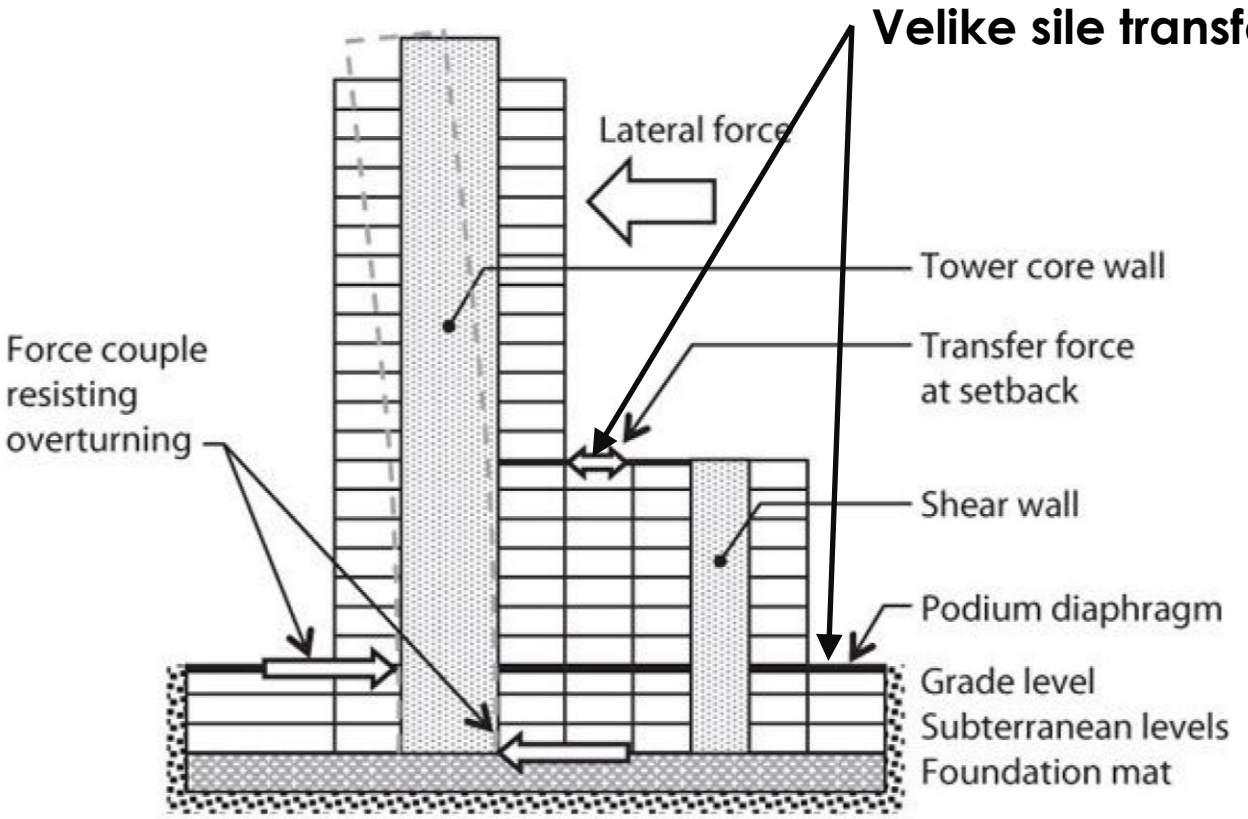
F_{px} – proračunska sila za tavanicu x
F_i – proračunska sila na nivou *i*
w_{px} – težina tavanice x
w_i – težina na nivou *i*

$$F_{px,min} = 0.2 S_{DS} I_e w_{px}$$
$$F_{px,max} = 0.4 S_{DS} I_e w_{px}$$

I_e – faktor značaja
S_{DS} – konstantna vrednost spektra odgovora, tj. njegova maksimalna vrednst
Videti ASCE 7, 2016.

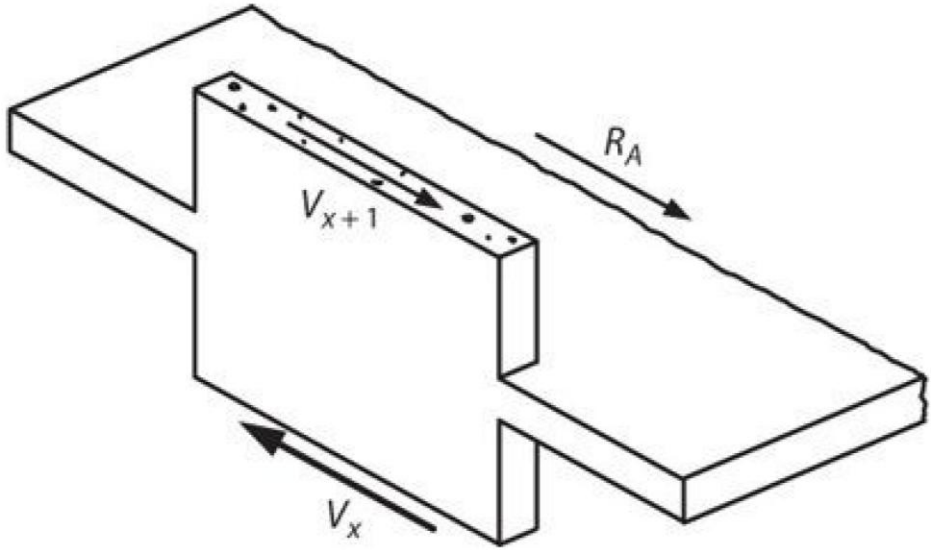
Sile u tavanicama

- **Sile transfera**
  - Posebno mogu biti izražene na mestima diskontinuiteta vertikalnih elemenata



Sile u tavanicama

- **Sile transfera**
  - **Proračun**
    - Primenom MKE i pravljenjem preseka grupe KE u tavanici i određivanje sile transfera između vertikalnog elementa i tavanice
    - Do reakcije koja se prenosi sa ploče na zid može se doći ako se nađe razlika sila u zidu iznad i ispod tavanice (sile ovako određene uključuju sile transfera i inercijalne sile, a da bi se odredile pojedine vrednosti ovih sila potrebne su dopunske analize)



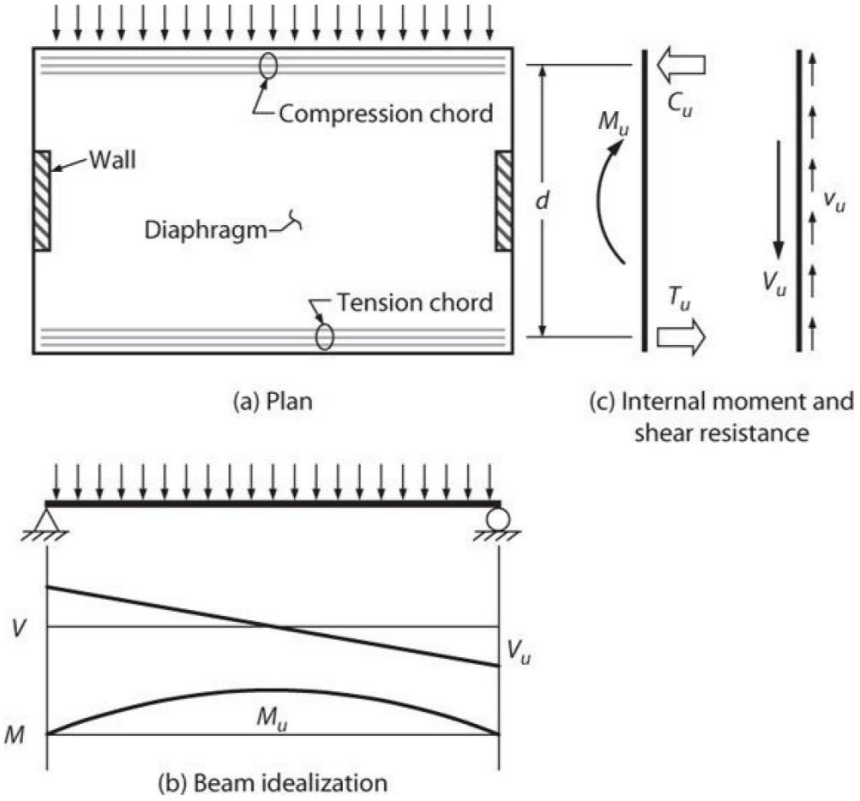
- Pri modalnoj spektralnoj analizi sile transfera se određuju za svaki ton i onda se kombinovanjem po tonovima (SRSS ili CQC) određuje projektna sila transfera

Sile u tavanicama

- Istovremeno apliciranje drugog seta sila, na osnovu kojih treba dimenzionisati tavanice, u okviru jedne analize preceniće uticaje u zidnim platnima i/ili ramovima zbog toga što ove spratne sile, na koje dimenzionišemo tavanice, ne deluju istovremeno. Rezulat će biti nerealno velike sile transfera
- S obzirom na prethodno, da bi se dobila realnija procena inercijalnih sila i sila transfera predlaže se (Sabelli i ostali, 2012.)
  - Za svaku tavanicu sprovodi se posebno analiza gde na svim spratovima apliciramo seizmičke sile iz prvog seta (iz seizmičke analize; u slučaju modalne spektralne analize sile koje deluju na tavanice se odrede za svaki ton posebno i onda se kombinuju po tonovima (SRSS ili CQC)), osim na tavanicu koja je predmet analize i na koju nanosimo njoj pripadajuću silu iz drugog seta
- EN 1998-1 ne pravi razliku između projektnih seizmičkih sila i sila na koje se dimenzionišu tavanice, kao ni između inercijalnih i transfer sila

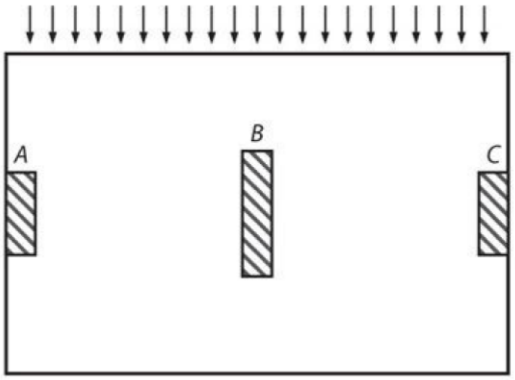
Uticaji u tavanicama

- **Model ekvivalentne grede**
  - Koristi se kod nižih zgrada sa regularnom geometrijom gde postoje dve linije vertiklanih sistema u pravcu opterećenja

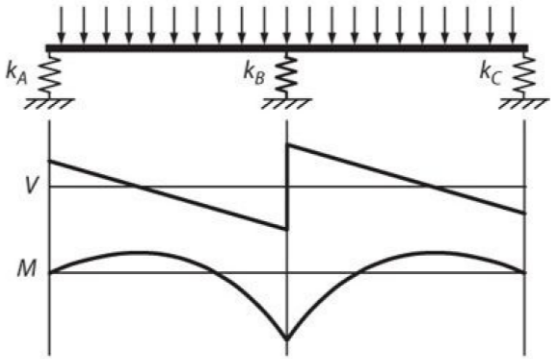


Uticaji u tavanicama

- **Model ekvivalentne grede sa oprugama**



(a) Plan

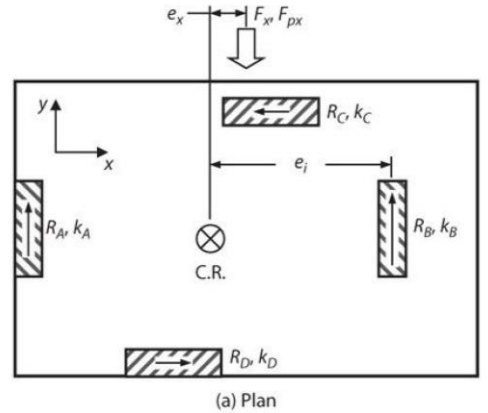


(b) Simple beam idealization

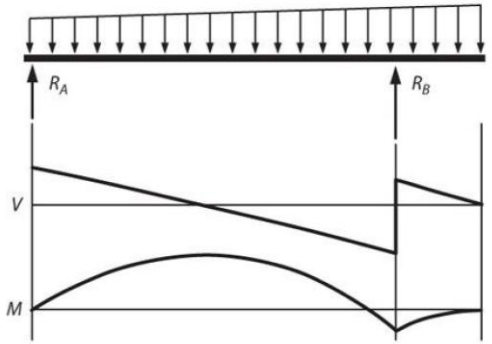
- Kada imamo tri ili više linija vertikalnih sistema u pravcu opterećenja
- Krutost opruge zavisi od krutosti vertikalnih elemenata na horizontalna dejstva
- Najpraktičniji za jednoetažne zgrade gde se krutost opruga može jednostavno odrediti

Uticaji u tavanicama

- **Korigovani model ekvivalentne grede**
  - Odrede se sile koje se prenose između tavanice i svakog od vertikalnih elemenata
  - Nakon toga se definiše horizontalno opterećenje na tavanici koje je u ravnoteži sa ovim silama i na kraju se izvrši analiza tavanice na ovako određeno opterećenje
- **Primenom MKE**
  - Može da se primenjuje uvek ali je preporučljivo da se koristi kod neregularnih osnova tavanice i kada postoji veći broj otvora u tavanici



(a) Plan



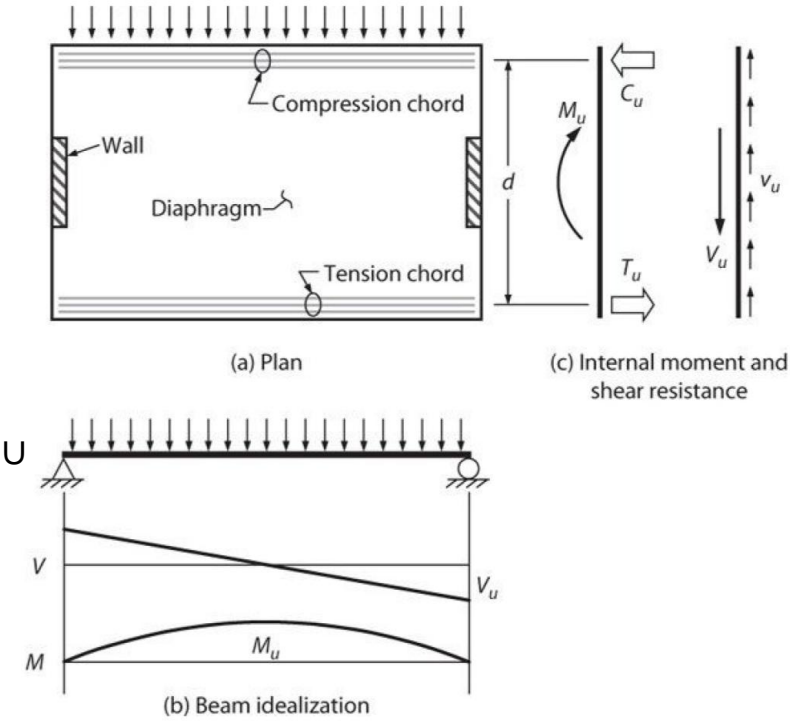
(b) Simple beam idealization

Dimenzionisanje tavanica

- **Savijanje**
  - Otpornost na savijanje obezbeđuje se spregom sila u pojasevima
  - Sile zatezanja i pritiska, i potrebna zatežuća armatura su

$$T_u = C_u = \frac{M_u}{z = 0.9h} \qquad A_s = \frac{T_u}{f_y}$$

  - Zatežuća armatura se locira unutar četvrtine širine tavanice do spoljne ivice
  - Armatura u pojasevima se locira u srednju trećinu debljine ploče, a ako se na ivici nalazi greda može u nju da se smesti
  - Zbog alternativnog dejstva zemljotresa zatežuća armatura se postavlja na obe ivice tavanice
  - Ne mora se utezati poprečnom armaturom



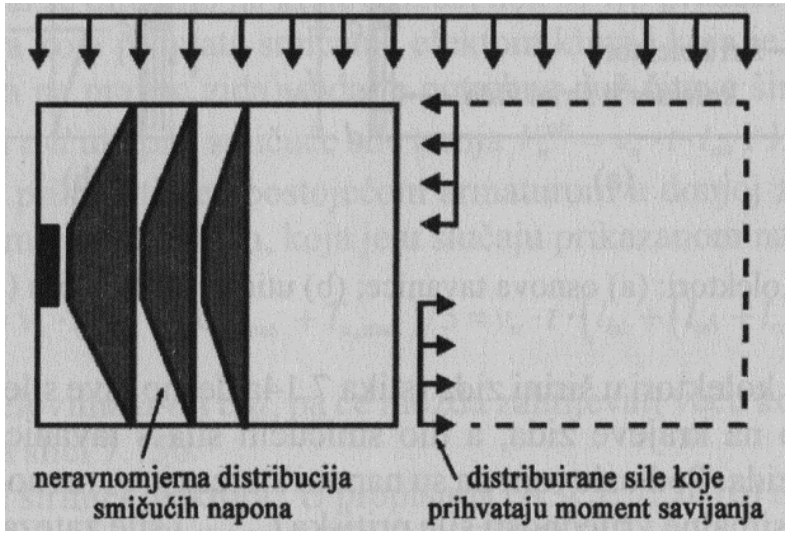
Dimenzionisanje tavanica

- **Smicanje**
  - Pretpostavlja se da su smičući naponi, na osnovu kojih se određuje smičuća armatura prema EN 1992-1-1 i EN 1998-1 (odredbe za dijafragme), ravnomerno raspoređeni po širini tavanice sa vrednošću

$$\nu_u = \frac{V_u}{t \cdot h}$$

t – debljina ploče tavanice
h – širina tavanice

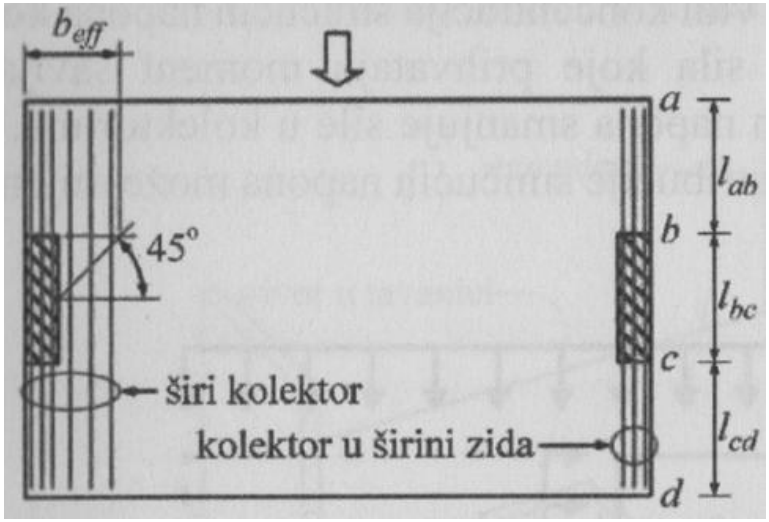
- Smičuća armatura se smešta bilo gde unutar debljine ploče
- Kada se moment savijanja prihvata spregom koncentrisanih sila u pritisnutom i zategnutom pojasu po obodu tavanice i kada dužina kolektora nije veća, pretpostavka o ravnomerno raspoređenim po širini tavanice smičućim naponima je opravdana
- Ako se za prihvatanje momenata savijanja koristi ravnomerno raspoređena armatutura po čitavoj širini ploče i kada je dužina kolektora veća javlja se neavnomerna distribucija smičućih napona. Ovakva neravnomerna distribucija smičućih napona smanjuje sile u kolektorima



Dimenzionisanje tavanica

- **Proračun kolektora**
  - Služe da pokupe smičuće horizontalne sile sa tavanice i prenesu ih do vertikalnih sistema
  - Opterećeni su aksijalnim silama pritiska ili zatezanja
  - Mogu da budu u obliku grede ili posebno armirane zone tavanice

- Širi kolektor ili distribuirani kolektor
  - Potrebna armatura se ne može smestiti u širini zida pa se smešta na veću širinu



- Kolektor ima širinu zida
  - Potrebna armatura može da se smesti u širini zida

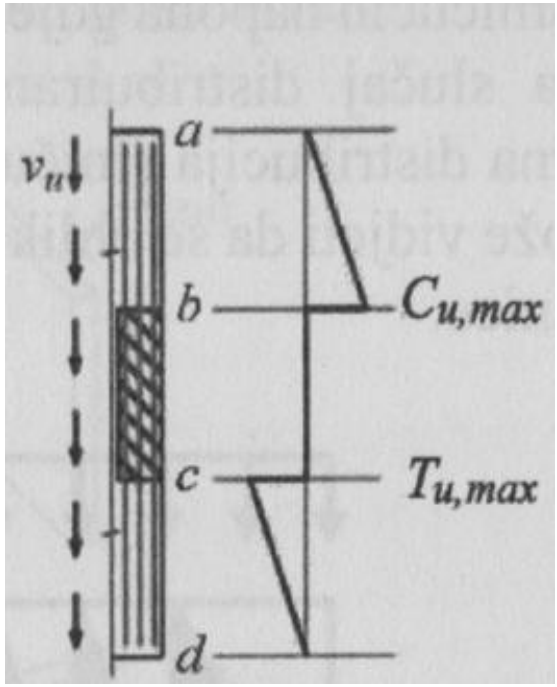
Dimenzionisanje tavanica

- **Proračun kolektora**
  - **Kolektor u širini zida**
    - Sile pritiska i zatezanja se prenose direktno na krajeve zida, a deo smičućih sila sa tavanice se prenosi preko smicanja po dužini zida
    - Pod uslovom da su naponi smicanja ravnomerno raspoređeni po širini ploče maksimalne vrenosti sile pritiska i zatezanja kao i sila smicanja trenjem iznose

$$C_{u,max} = \nu_u \cdot t \cdot l_{ab}$$

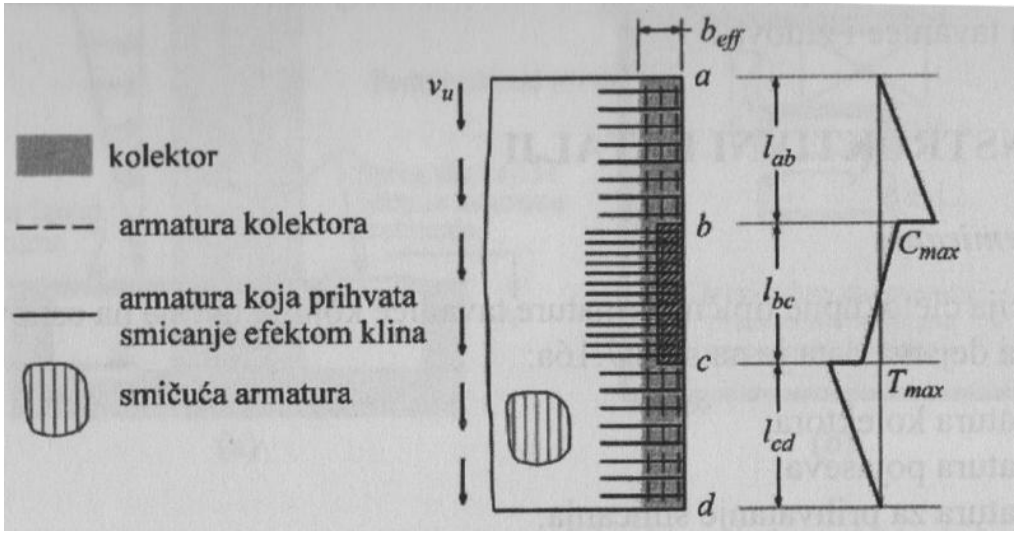
$$T_{u,max} = \nu_u \cdot t \cdot l_{cd}$$

$$V_u = \nu_u \cdot t \cdot l_{bc}$$



Dimenzionisanje tavanica

- **Proračun kolektora**
  - **Kolektor širi od debljine zida**
    - Samo se deo sile koju prihvata zid prenosi direktno na krajeve zida, dok se drugi deo prenosi smicanjem (trenjem i efektom klina armature)
    - Ako je širina kolektora b_{eff} veća za 50% od širine zida, onda se 1/3 širine kolektora ne oslanja na zid, pa se tada 2/3 sila prenosi direktno na krajeve zida, a 1/3 sila pomoću smicanja na licu zida
    - Armatura koja prihvata smicanje efektom klina i koja je paralelna sa dužinom tavanice (normalna na pravac zida) potrebna je duž čitave širine tavanice



Dimenzionisanje tavanica

- **Proračun kolektora**
  - **Kolektor širi od debljine zida**
    - Na delu a-b i c-d ukupne smičuće sile trenja su

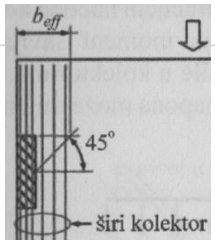
$$V_{u,ab} = \nu_u \cdot t \cdot l_{ab} \qquad V_{u,cd} = \nu_u \cdot t \cdot l_{cd}$$

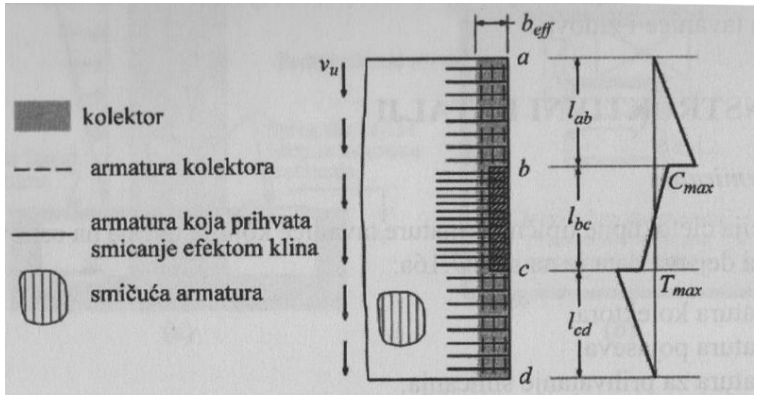
      - i mogu se najverovatnije prihvatiti postojećom armaturom u donjoj zoni ploče
    - Na delu b-c sila smicanja trenjem je jednaka

$$V_{u,bc} = \nu_u \cdot t \cdot l_{bc} + \frac{C_{u,max} + T_{u,max}}{3} = \nu_u \cdot t \left(l_{bc} + \frac{l_{ab} + l_{cd}}{3} \right)$$

      - i veća je nego na delovima a-b i c-d pa će biti potrebna i veća količina armature

Komentar:
Efektivna širina kolektora ne bi trebala da pređe vrednost širine zida plus širina sa jedne strane zida koja je jednaka polovini dužine kontakta zida i tavanice





Dimenzionisanje tavanica

- **Proračun kolektora**
  - **Armatura**
    - Potrebna armatura na početku i na kraju zida

$$A_s = \frac{T_{u,max}}{f_y}$$

    - Prihvatanje smičuće sile koja se prenosi direktno na bočnu stranu zida izvršiće se preko efekta trna horizontalnih šipki između ploče i zida. Ukupna površina armature je veća od sledeće dve vrednosti

$$\sum A_{sj} = \frac{V_u}{1.3\sqrt{f_{cd} f_{yd}}} \qquad \sum A_{sj} = \frac{V_u}{0.25 f_{yd}}$$

  - **Kontrola napona pritiska**
    - Ako se prekorači računska čvrstoća betona f_{cd} na kontaktu ploče i zida usled sile $C_{u,max}$ tj. ako je ispunjeno $f_c = \frac{C_{u,max}}{hb} > f_{cd}$, gde je h debljina ploče i b debljina zida, može se usvojiti greda

Fundiranje

Osnovni principi konstruisanja temelja

- Pojavu plastičnih deformacija u temeljnoj konstrukciji pri seizmičkom dejstvu treba sprečiti zbog što je teško i zahtevno pristupiti elmentima temeljne konstrukcije radi sanacije, kao i zbog visokih troškova njihove sanacije (pitanje ekonomske opravdanosti)
- Oštećenja ili lom u temeljnoj konstrukciji izaziva veoma negativne efekte u ostatku konstrukcije
- Podaci o mehaničkim karakteristikama tla imaju ograničenu pouzdanost, pogotovo u nelinearnoj oblasti, pa disipaciju seizmičke energije treba ograničiti na konstrukciju, a tlo bi trebalo da ostane u elastičnoj oblasti ponašanja

Osnovni principi konstruisanja temelja

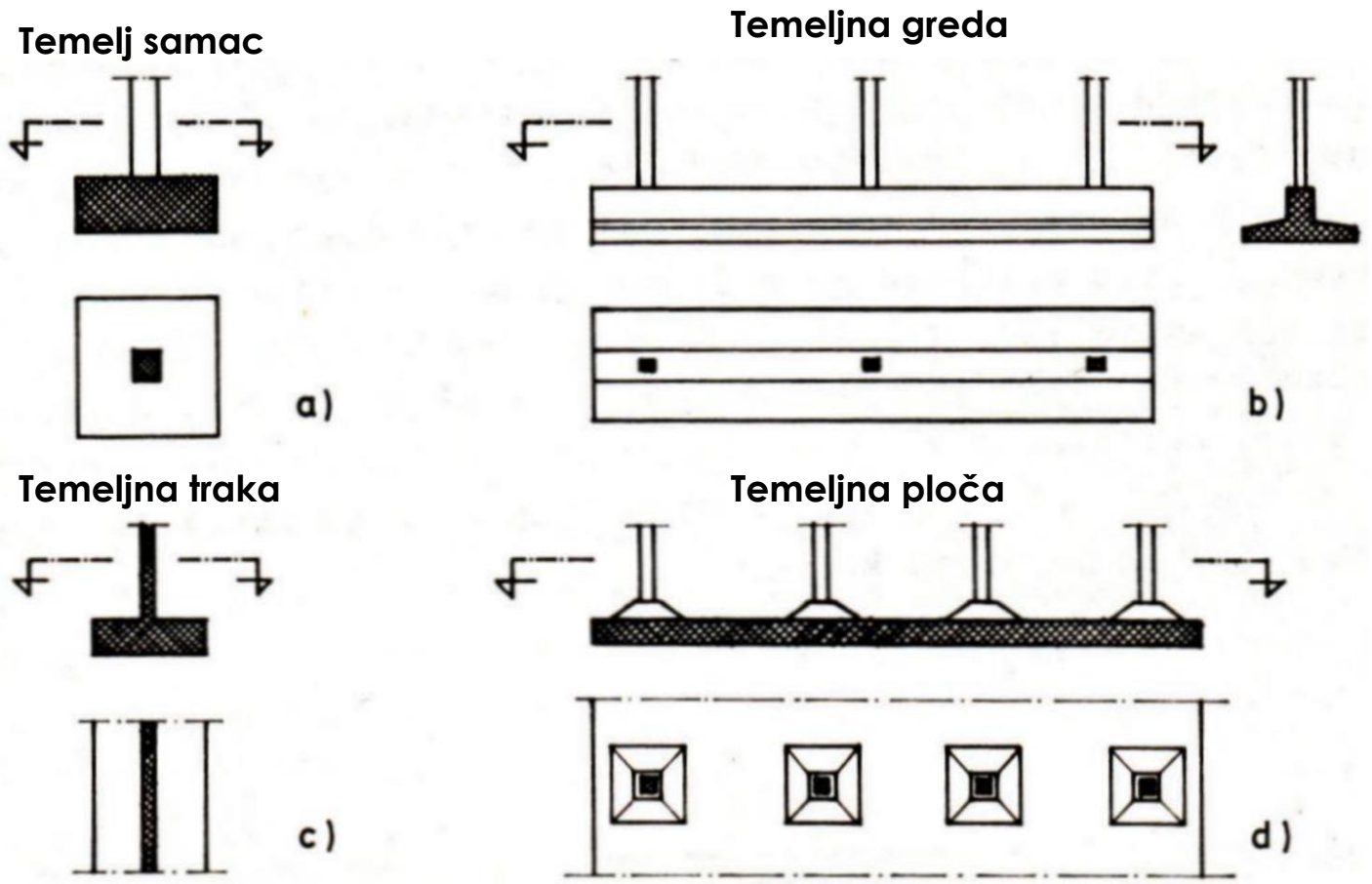
- **Pri konceptualno projektovanju temeljne konstrukcije treba voditi računa o sledećim pravilima**
  - Sile sa konstrukcije treba da se preko temelja prenosu na tlo bez značajnih trajnih sleganja tla. Pri određivanju sila treba uzeti u obzir stvarnu (povećanu) nosivost koja može nastati u konstrukcijskom elementu koji prenosi dejstva
  - Treba izbegavati različite tipove temeljne konstrukcije kod istog objekta. Kod dinamički nezavisnih celina (delovi istog objekta odvojenih dilatacijama) istog objekta mogući su različiti tipovi temeljne konstrukcije
  - Temelj treba da bude dovoljno krut u odnosu na ostatak konstrukcije tako da lokalne uticaje od vertikalnih elemenata može kao uniformno opterećenje da prenese na tlo
  - Da bi se obezbedila ravnomerna seizmička pobuda u horizontalnom pravcu u osnovi objekta, vertikalni elementi treba da budu povezani u nivou temelja veznim gredama, temeljnim gredama, podnom pločom ili temeljnom pločom

Osnovni principi konstruisanja temelja

- **Pri konceptualno projektovanju temeljne konstrukcije treba voditi računa o sledećim pravilima**
  - Za konstrukcije koje se sastoje od manjeg broja nosećih zidova koji se razlikuju po dužini i krutosti treba odabrati krutu kutijastu konstrukciju temelja
  - Pri povećanju dubine opada intezitet pomeranja tla, uključujući i maksimalno ubrzanje tla, pa se ono može redukovati ali u proračun treba uvesti efekat kinematičke interakcije tlo-konstrukcija, tj. i rotacionu komponentu pomeranja tla u slučaju većeg broja podzemnih etaža
  - Pri izboru dubine fundiranja treba voditi računa o:
    - Prisustvu susednih objekata
    - Dubini mržnjenja
    - Nosivosti pojedinih slojeva tla
    - Nivou podzemnih voda

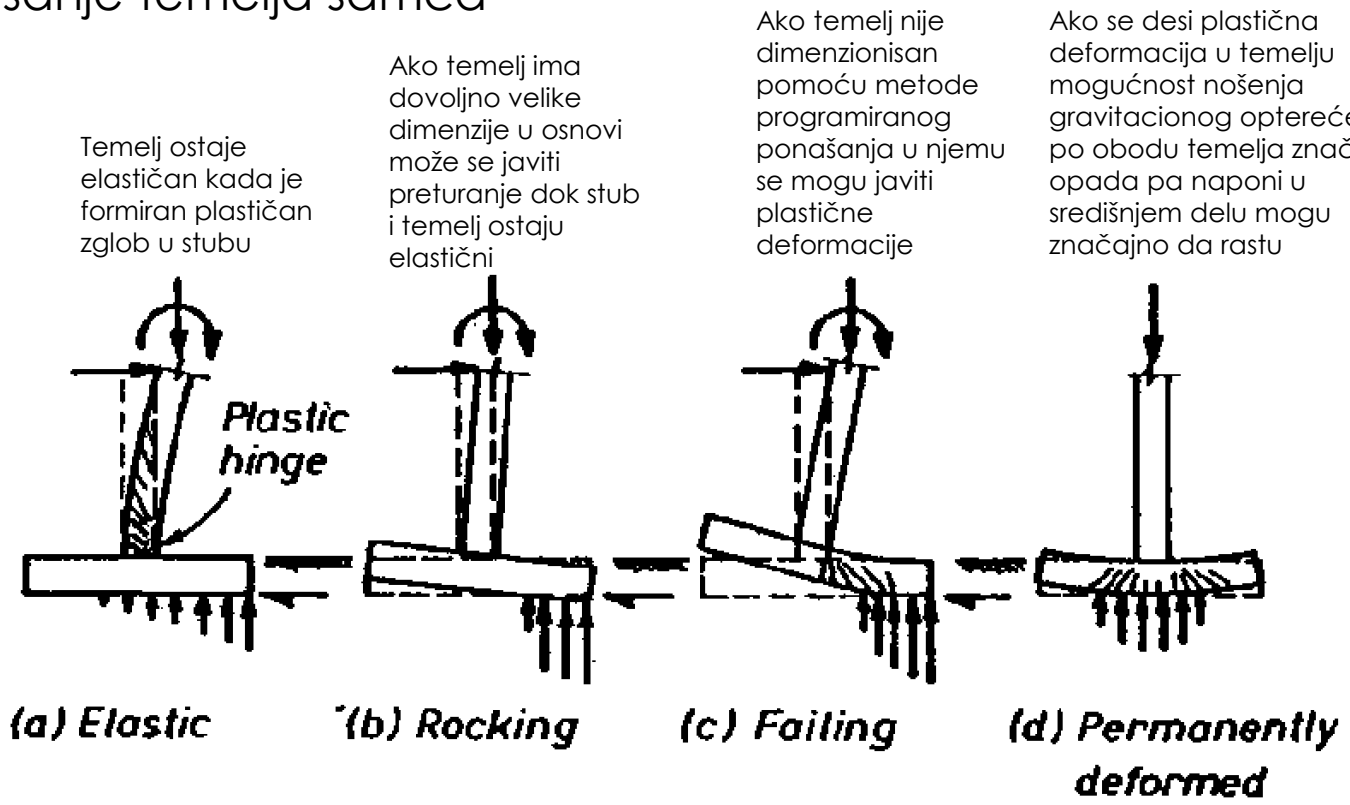
Osnovni tipovi plitkih temelja

Komentar:
Da bi se obezbedilo da pojedinačni temelji usled pomeranja tla nemaju relativna horizontalna pomeranja povezuju se veznim gredama ili podnom pločom



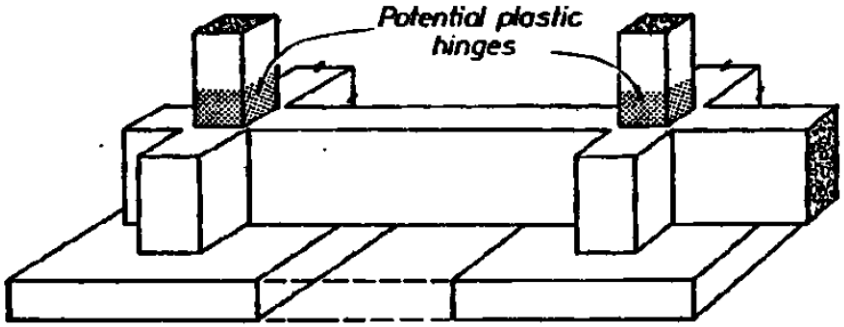
Plitki temelji

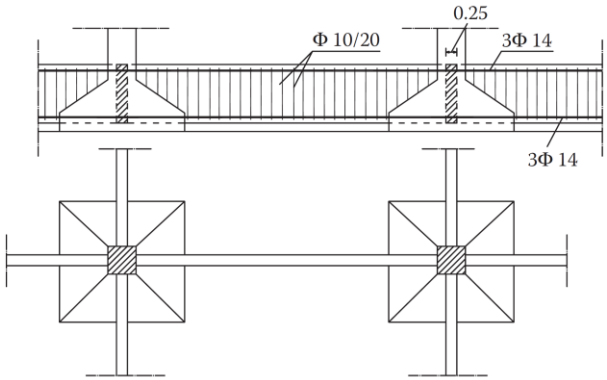
- **Temelji samci sa veznim gredama**
  - Fundiranje stubova na temeljima samcima u seizmičkim uslovima nije efikasno zbog većeg momenta savijanja, tj. ekscentriciteta
  - Ponašanje temelja samca



Plitki temelji

- **Temelji samci sa veznim gredama**
  - Da bi se poboljšalo ponašanje temelja samaca potrebno ih je povezati krutim temeljnim veznim gredama

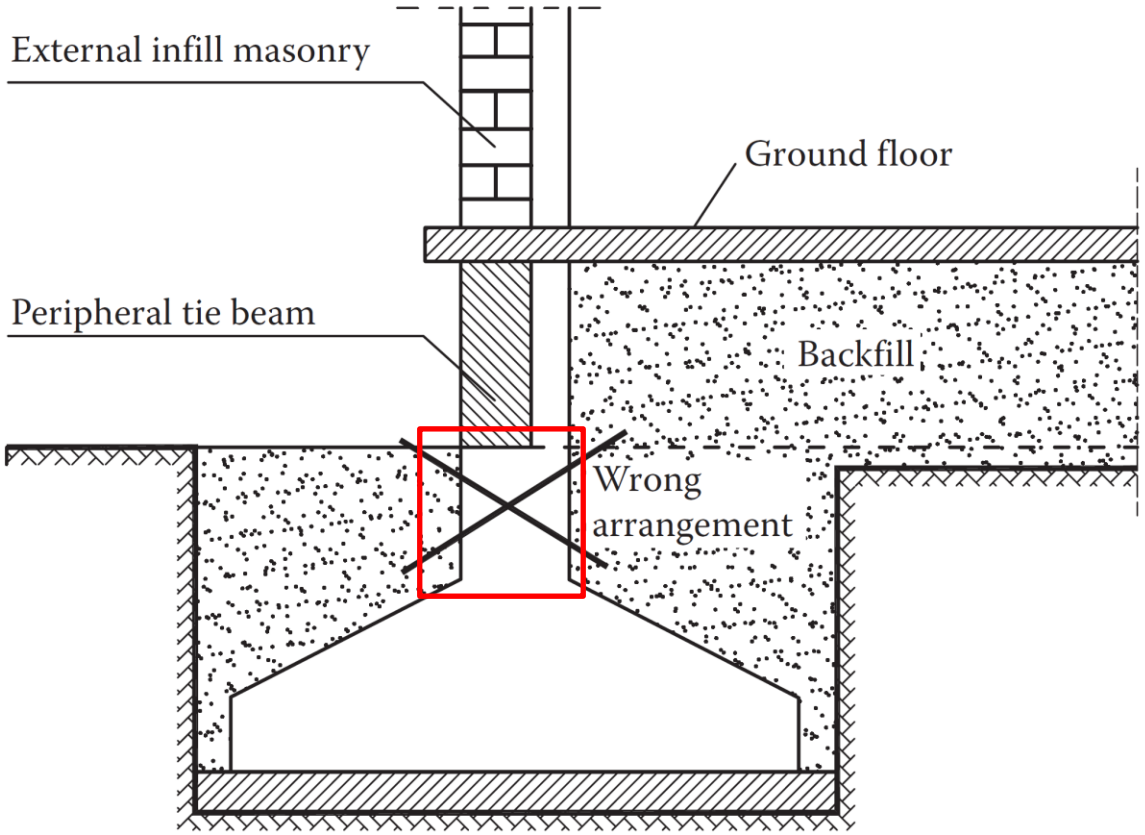




  - Iako je osnovna uloga temeljnih veznih greda da povežu temelje samce u horizontalnom pravcu one obezbeđuju veći stepen ukleštenja stubova i preuzimaju veliki deo momenta savijanja iz stuba tako da se tada preko temelja samca dominantno prenose aksijalne sile iz usled gravitacionog i seizmičkog dejstva kao i smičuća sila iz vezne grede
  - Temeljne vezne grede se ne tretiraju kao temeljne grede jer se ne oslanjaju direktno na tlo

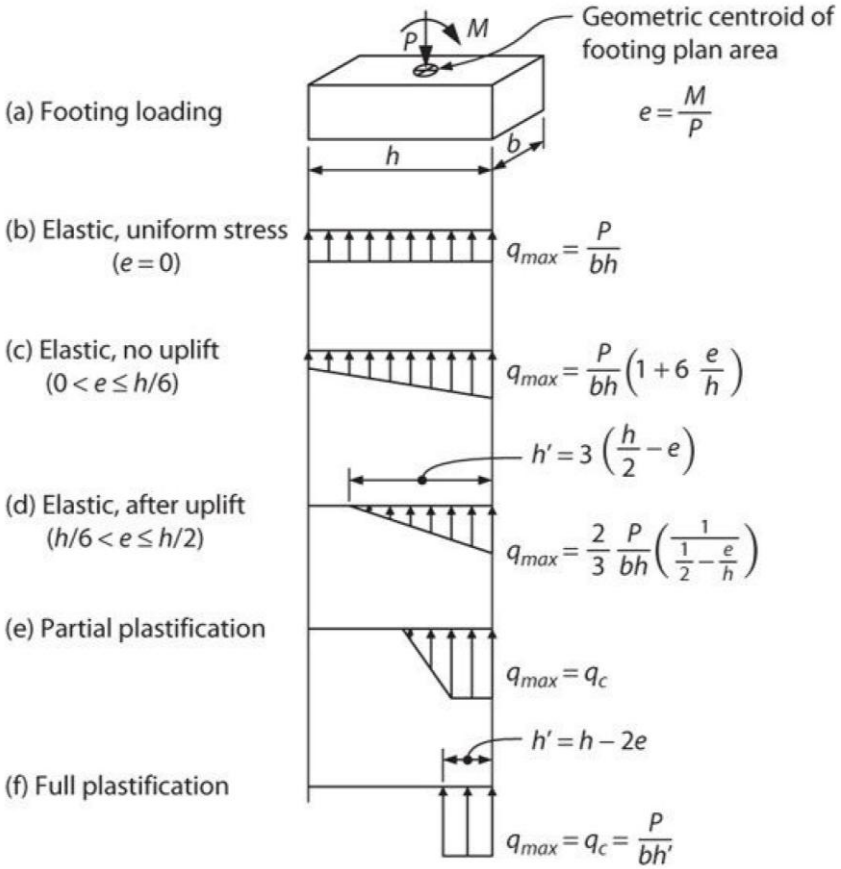
Plitki temelji

- **Temelji samci sa veznim gredama**
  - Loš položaj vezne grede može prouzrokovati pojavu kratkog stuba



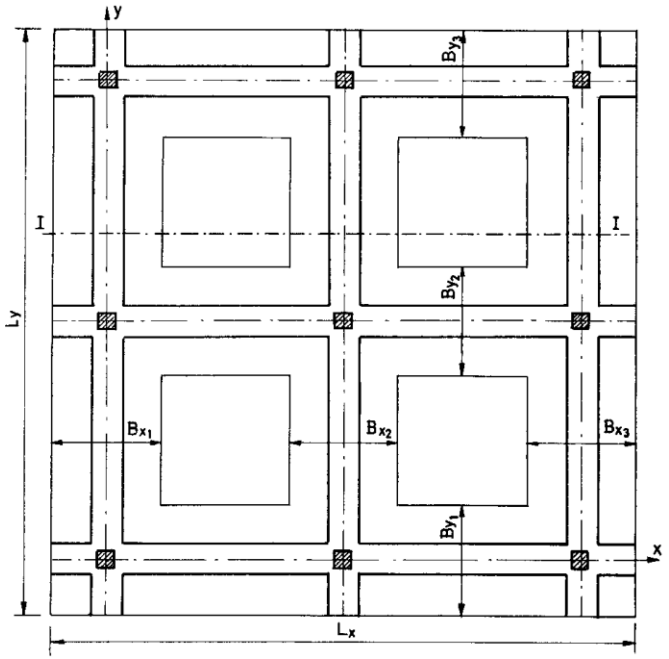
Plitki temelji

- **Pritisak u tlu ispod temelja samca**
  - Pretpostavka da je temelj krut



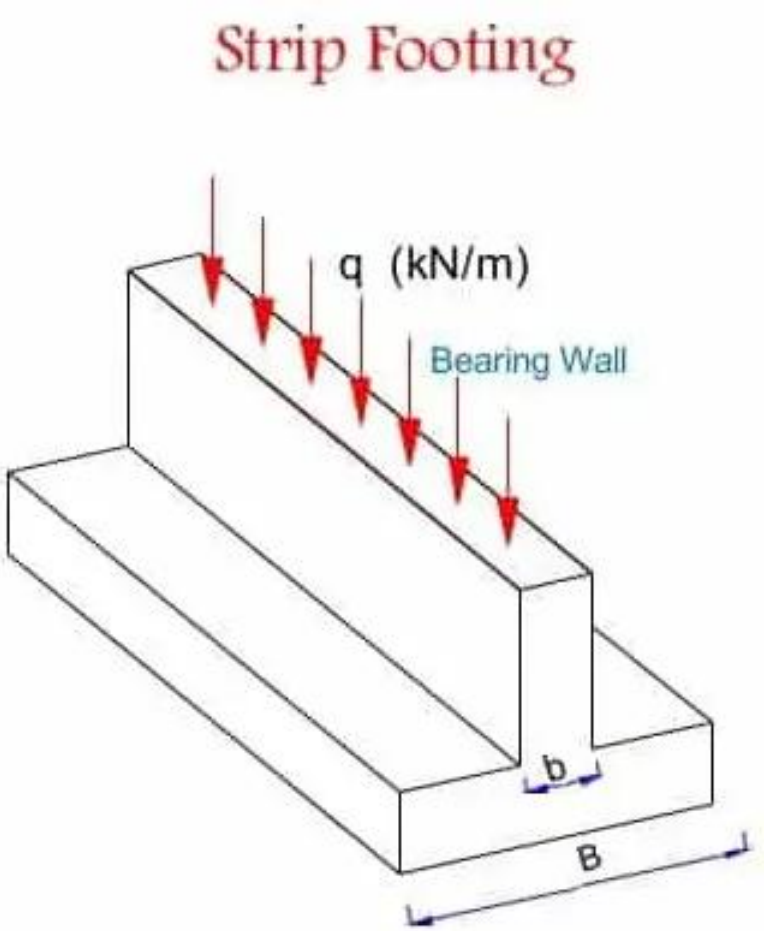
Plitki temelji

- **Temeljne grede**
  - Koriste se za fundiranje stubova u slučajevima tla manje nosivosti
  - U seizičkim uslovima temeljne grede raspoređene u dva ortogonalna pravca (temeljni roštilji) pedtsavljaju ekonomičnije rešenje o temelja samca sa temeljnim veznim gredama
  - Primenjuju se i kada u stubovima postoje veći momenti savijanja od horizontalnih seizmičkih sila



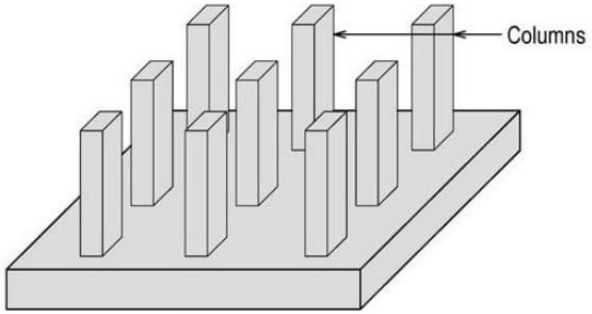
Plitki temelji

- **Trakasti temelji**
  - Primenjuju se kod zidova
  - Centrišu se analogno kao i temelji samci da se postigne ravnomerni kontaktni napon u tlu usled stalnog opterećenja
  - Kod spoljnih zidova se nekada projektuju kao ekscentrični jer ne mogu izlaziti van zida zbog npr. postojanja susednog objekta
  - Obodni zidovi i ramovi se često projektuju krući da bi se obezbedila što veća torziona krutost objekta ali onda oni navlače na sebe veće seizmičke uticaje uz znatno manju pripadajuću površinu za prijem gravitaionog opterećenja, tj. uz manju aksijalnu silu pritiska od gravitacionog opterećenja pa se javlja velika ekscentričnost. Rešenje za ovaj problem je prelazak na temeljnu ploču ili krutu kutijastu temeljnu konstrukciju

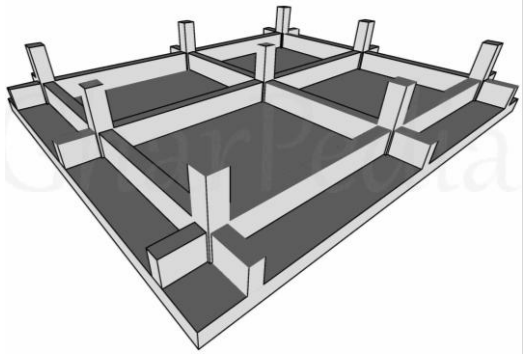


Plitki temelji

- **Temeljne ploče**
  - Koristi se
    - kada se kod pojedinačnih temeljnih elemenata mogu javiti neprihvatljiva diferencijalna sleganja
    - kada su podzemne etaže ispod nivoa podzemnih voda pa ona sa obodnim zidovima predstavlja neku vrstu kadekoja se može efikasno i pouzdano hidroizolovati
    - kada temelji samci zahvataju značajnu površinu
    - kada se u vertikalnim nosećim elementima jave veliki momenti savijanja usled seizmičkih sila pa bi individualnim temeljima bilo teško obezbediti sigurnost protiv odizanja ili preturanja
  - Debljina se bira da se izbegne smičuća armatura ali se kod debljeg betonskog elementa pri višestrukim altenativnim naponima (seizmičko dejstvo) javlja redukcija smičuće nosivosti, koja je verovatno posledica povećanja širine kosih prslina i smanjenja trenja između agregata, pa se može usvojiti smičuća armatura iako nije potrebna

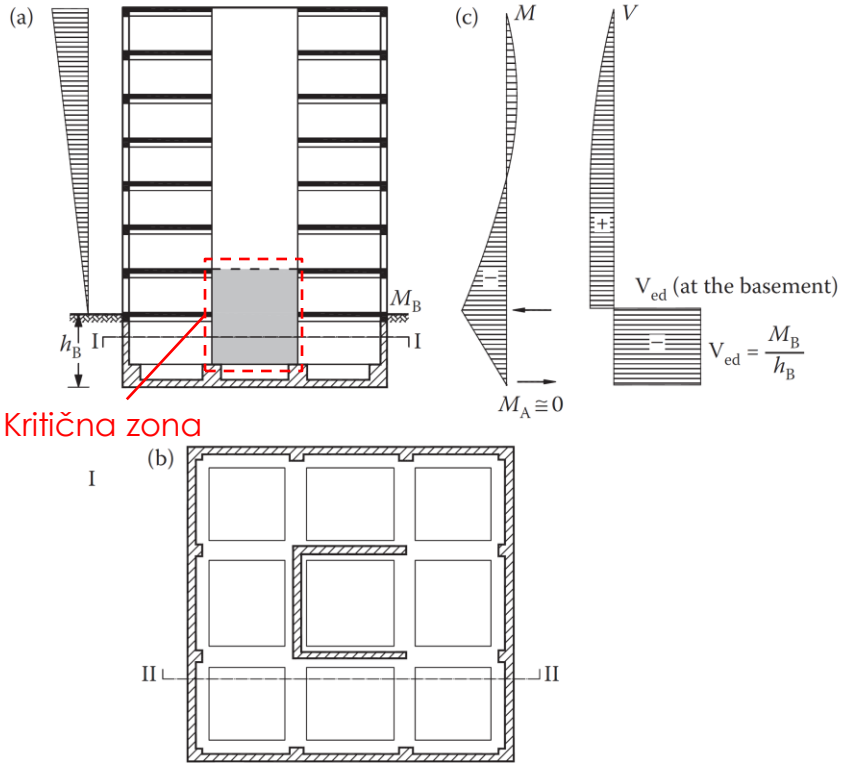


Mat /Raft Foundation


Slab-beam type raft foundation

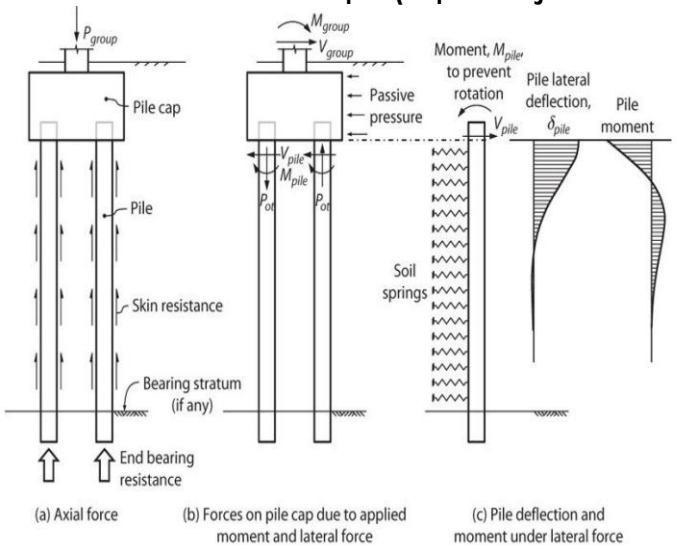
Plitki temelji

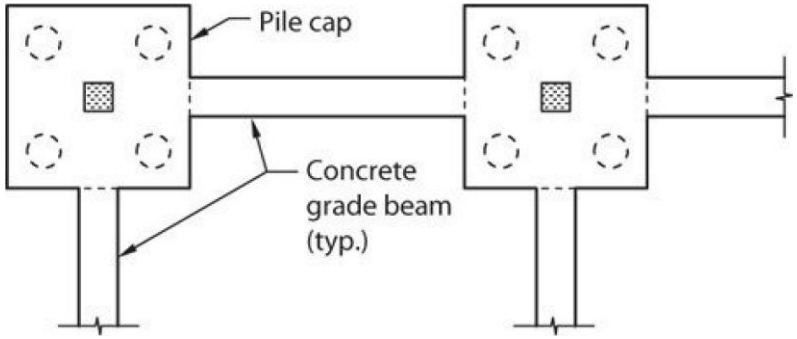
- **Kutijaste temeljne konstrukcije**
  - **Najkvalitetnije rešenje za plitko fundiranje u seizmičkim oblastima**
  - Ponaša se kao kruto telo i uvelikoj meri smanjuje
    - diferencijalna sleganja
    - opasnost od preturanja
    - mogućnost proklizavanja zbog pozitivnog efekta pasivnog pritiska okolnog tla koji deluje na obodne zidove
  - Zbog velike krutosti očekuje se da stubovi i grede unutar kutije ostanu u elastičnoj oblasti ponašanja u seizmičkoj proračunskoj situaciji
  - Zbog ovoga se njihovo dimenzionisanje i obrada detalja sprovodi prema pravilima za DCL konstrukcije nezavisno od klase duktilnosti gornje konstrukcije
  - Nasuprot ovome zidovi za ukrućenje se projektuju tako da se predvidi pojava plastičnog zgloba iznad nivoa tavanice podruma
  - Kritična oblast zida se produži i ispod tavanice podruma do dubijne h_{cr}
  - Zidovi na ukupnoj visini unutar podruma treba da se dimenzionišu na smicanje uz pretpostavku da će zid razviti povećanu nosivost na savijanje (DCM: γ_{Rd} = 1,1; DCH: γ_{Rd} = 1,2) u nivou tavanice podruma i da je moment jednak nuli u nivozu temelja



Duboki temelji

- **Kod objekata visokogradnje najčešće se koriste šipovi**
- Temelji na betonskim dijafragmama, bunari, kesoni
- **Prema načinu prenosa sila na tlo šipovi se dele na**
  - Stojeći šip (najveći deo sile se prenosi na tlo bazom šipa)
  - Šip koji nosi omotačem (najveći deo sile se prenosi na tlo trenjem po omotaču šipa)
  - Kombinovani šip (šip koji nosi i bazom i omotačem)



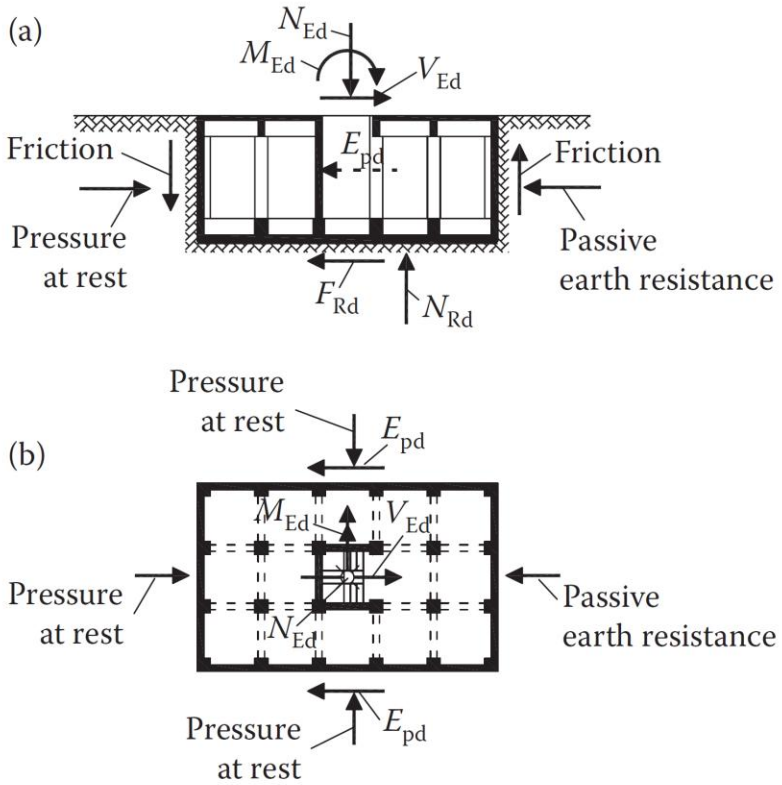


Proračun temeljnog tla

- **Granična stanja kod plitkog fundiranja**
  - Gubitak globalne stabilnosti
  - Gubitak nosivosti tla
  - Lom usled klizanja
  - Kombinovani lom u tlu i temeljnoj konstrukciji
  - Lom u konstrukciji usled sleganja temelja
  - Intenzivno sleganje
- Sva granična stanja se dele u dve grupe u odnosu na to da li se odnose na tlo ili na temelj

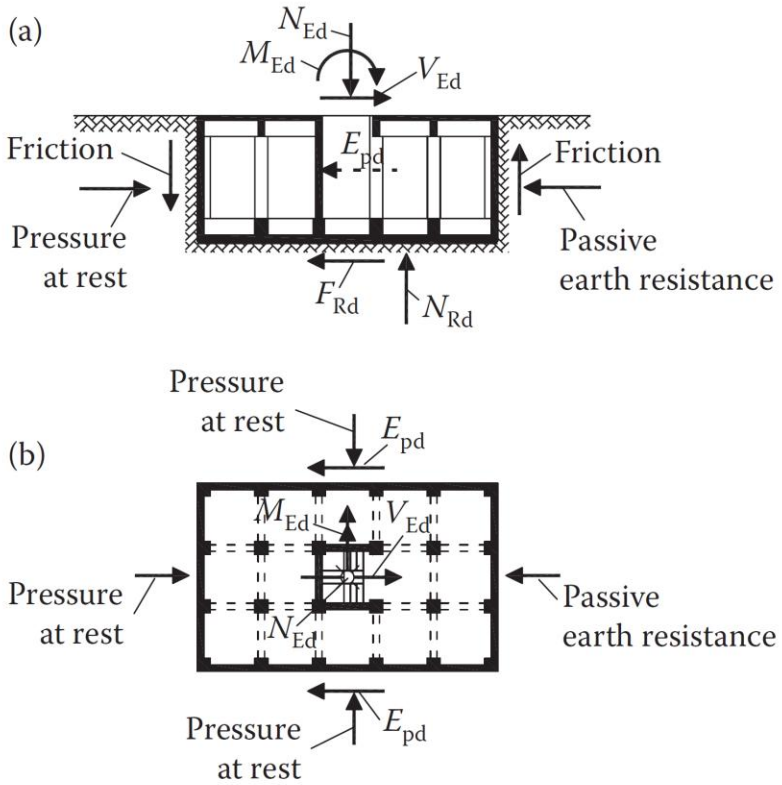
Proračun temeljnog tla

- **Transfer uticaja sa temeljne konstrukcije na tlo**
  - **Horizontalne sile**
    - Mehanizmi prenosa
      - Otpornost na smicanje F_{Rd} između horizontalne osnove temelja i tla
      - Bočna otpornost na smicanje E_{pd} zbog pritiska tla na vertikalnm stranama temelja paralelnim sa pravcem delovanja sile V_{Ed}. Ove otporne sile se mogu uzeti u obzir samo ako su preduzete odgovarajuće mere na licu mesta kao što su zbijanje tla kojim je popunjen prostor između iskopa i zida ili ako se beton zidova izlivao direktno na čisto vertikalno lice iskopa, eventualno zaštićeno PVC folijom da se spreči prodiranje betonske mase u okolno tlo
      - Računski pritisak tlana stranama temelja normalnim na pravac delovanja sile V_{Ed} kao pasivni pritisak tla



Proračun temeljnog tla

- **Transfer uticaja sa temeljne konstrukcije na tlo**
  - **Normalne sile i momenti savijanja**
    - Mehanizmi prenosa
      - Preko računskih otpornih sila N_{Rd} koje deluju na osnovi temelja
      - Preko računskih momenata savijanja koji se javljaju preko sprega otpornih smičućih sila na kontaktu strana kutijaste temeljne konstrukcije i tla (sile trenja; *Friction*)
      - Preko računskih vertikalnih otpornih smičućih sila između strana kod elemenata dubokog fundiranja (kutijasta temeljna konstrukcija) i tla
    - Poslednja dva mehanizma prenosa uzimaju se samo u specijalnim slučajevima (fundiranje visokih zgrada) pri čemu treba da su zadovoljeni određeni uslovi zasipanja prostori između iskopa i zidova temeljne konstrukcije koji mogućavaju da se jave smičuće sile



Proračun temeljnog tla

- **Kontrola loma usled klizanja**
  - Računska otpornost na smicanje $F_{Rd} = N_{Ed} \frac{tg\delta}{\gamma_M}$
    - N_{Ed} – računska normalna sila u nivou horizontalne osnove temelja
    - δ – ugao trenjaizmeđu temelja i tla na nivou osnove temelja
    - γ_M – parcijalni koeficijent sigurnosti (isti kao i za $tg\phi'$, tj. 1.25)
  - Računska bočna otpornost na smicanje $E_{pd} = E_d \frac{tg\delta}{\gamma_M}$
    - E_d – pritisak tla u miru bez statičkog i dinamičkog pritiska vode
    - δ – ugao trenjaizmeđu temelja i tla na nivou osnove temelja
    - γ_M – parcijalni koeficijent sigurnosti (isti kao i za $tg\phi'$, tj. 1.25)
  - Kontrola sigurnosti protiv klizanja
    - $V_{Ed} \leq F_{Rd} + E_{pd}$
- **Kontrola loma usled gubitka nosivosti tla**
  - Prema EN 1998-5

Proračun temelja

- **Disipativna (duktilna) gornja konstrukcija**
  - **U skladu sa metodom programiranog ponašanja temeljna konstrukcija se projektuje da ostane u elastičnoj oblasti ponašanja**
  - **Najčešći projektantski pristup**
- **Nedisipativna (elastična) gornja konstrukcija**
  - U ovom slučaju temeljna konstrukcija može biti projektovana na tri načina
    - **1) Elastična temeljna konstrukcija**
      - Obično se primenjuje u regionima manje seizmičnosti ili kod nižih zgrada sa zidovima kod kojih se može obezbediti sigurnost na preturanje
    - **2) Duktilna temeljna konstrukcija**
      - Primenjuje se metoda programiranog ponašanja kao i kod sistema gornje konstrukcije
      - Veoma skupa sanacija jer se oštećenja mogu javiti i pri srednje jakom zemljotresu
    - **3) Ljuljajuća (rocking) temeljna konstrukcija**
      - Pristup kao i kod velikih lakoarmiranih zidova

Proračunski uticaji

- **Nedisipativna konstrukcija i nedisipativni temelj**
  - Proračunski uticaji za temelje će biti oni koji su dobijeni analizom gornje konstrukcije bez primene metode programiranog ponašanja
  - I konstrukcija i temelj se projektuju kao DCL konstrukcije
  - Tlo ispod temelja ostaje u elastičnom domenu
- **Disipativna konstrukcija i nedisipativni temelj**
  - Uticaji na temelje se određuju metodom programiranog ponašanja
  - Uticaji na spoju gornje konstrukcije i temelja se množe faktorom uvećanja $\gamma_{\mathrm{Rd}}\Omega$
  - Ako se gornja konstrukcija i temelj analiziraju integralno onda je potrebno za dimenzionisanje temelja da se faktor uvećanja $\gamma_{\mathrm{Rd}}\Omega$ uključi u kombinacije opterećenja

Proračunski uticaji

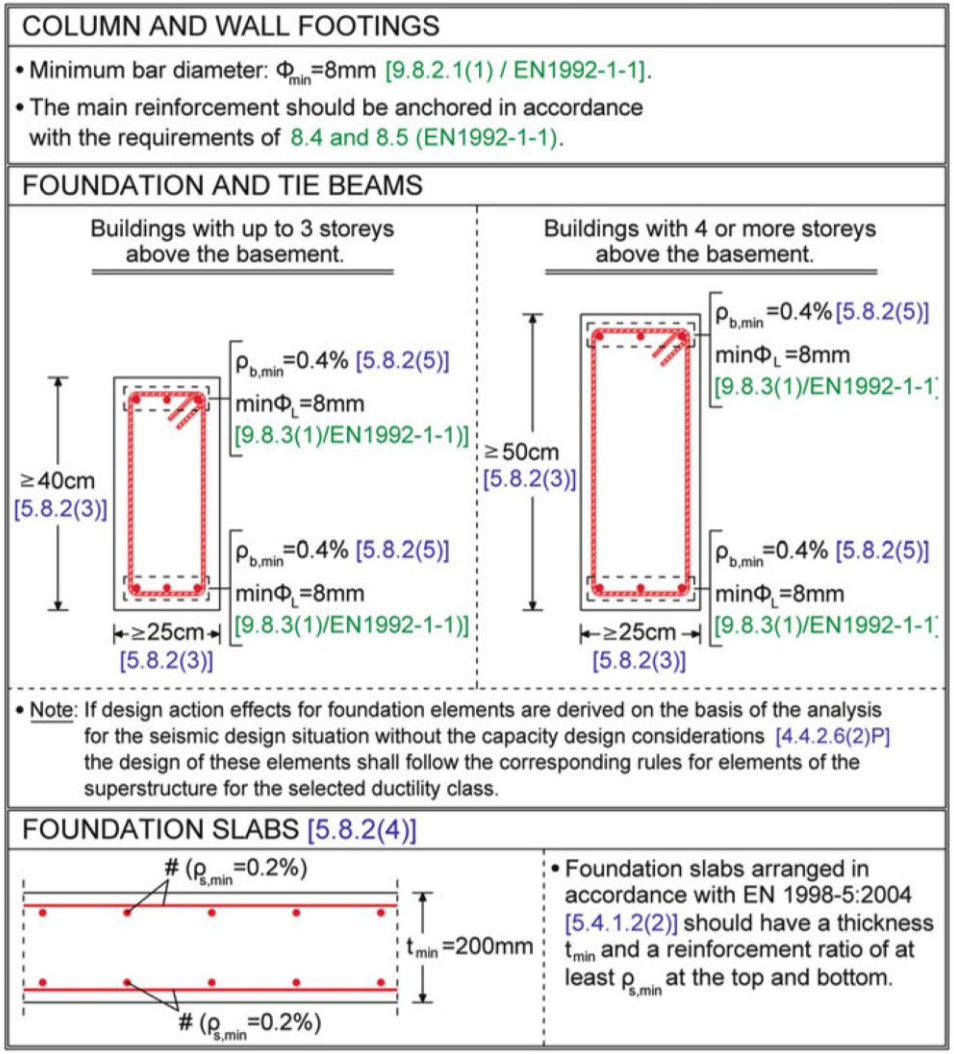
- **Disipativna konstrukcija i nedisipativni temelj**
  - Kod DCM i DCH konstrukcija temelji stubova i zidova se dimenzionišu na sledeće uticaje
    - $E_{Fd} = E_{F,G} + \gamma_{\mathrm{Rd}} \Omega E_{F,E}$
      - E_{Fd} –računska vednost uticaja kod temelja
      - γ_{Rd} – faktor ojačanja (za q ≤ 3 $\gamma_{\mathrm{Rd}} = 1$; za q > 3 $\gamma_{\mathrm{Rd}} = 1.2$)
      - $E_{F,G}$ – uticaj od neseizmičkih dejstava u seizmičkoj proračunskoj situaciji
      - $E_{F,E}$ – seizmički uticaj
      - Ω – vrednosto izraza $(R_{di}/E_{di}) \leq q$; R_{di} je računska nosivost disipativne zone i E_{di} je računska vrednost uticaja u disipativnoj zoni u seuzmičkoj proračunskoj situaciji
    - Za slučaj pojedinačnih temelja stubova i zidova
      - $\Omega = min\left(\frac{M_{\mathrm{Rd,x}}}{M_{\mathrm{Ed,x}}}; \frac{M_{\mathrm{Rd,y}}}{M_{\mathrm{Ed,y}}}\right)$
        - Za dva ortogonalna glavna pravca x i y u najnižem poprečnom preseku gde se može formirati plastični zglob u vertikalnom elementu za seizmičku proračunsku situaciju
    - Za slučaj zajedničkog temelja više od jednog vertikalnog elementa (grede, ploče, roštilji) vrednost Ω se određuje za vertikalni element sa najvećom smičućom silom u seizmičkoj proračunskoj situaciji ili alternativno se usvaja
      - $\gamma_{\mathrm{Rd}} \Omega = 1.4$

Proračunski uticaji

- **Disipativna konstrukcija i disipativni temelj**
  - Za klasu duktilnosti DCM i DCH
    - $\gamma_{\mathrm{Rd}}\Omega = 1.0$, tj. proračunski uticaji za temelje se uzimaju direktno iz analize za seizmičku proračunsku situaciju pri čemu se za temelj koriste isti principi za obezbeđivanje nosivosti i duktilnosti kao i za gornju konstrukcuiju
    - Tlo mora ostati u elastičnom domenu ponašanja

Temelji stubova i zidova
Temeljna ploča

- **Pravila**



Komentar:
Uskladiti sa Nacionalnim aneksima

Nelinearna seizmička analiza

Metode seizmičke analize prema EN 1998-1

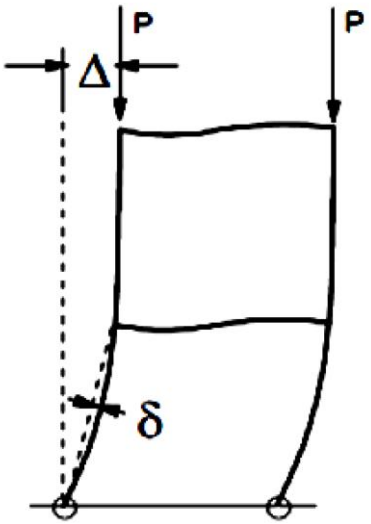
- **Linearna analiza**
  - **statička analiza**
    - Metoda ekvivalentih bočnih sila
  - **dinamička analiza**
    - Multimodalna spektralna analiza
- **Nelinearna analiza**
  - **statička analiza**
    - Nelinearna statička analiza, tj. tzv. *pushover* analiza
  - **dinamička analiza**

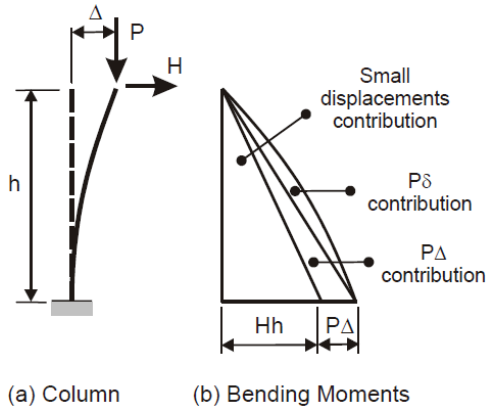
Napomene o nelinearnim statičkim i nelinearnim dinamičkim metodama analize

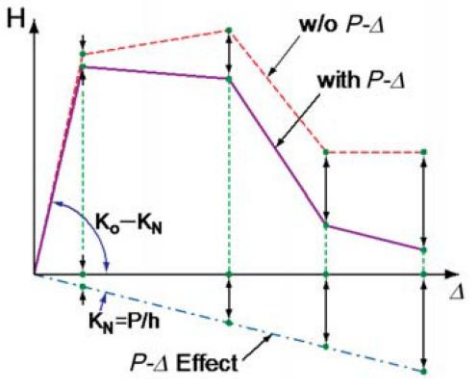
- **Uvodi se u analizu geometrijska i materijalna nelinearnost**
- **Rešenje se određuje numeričkim metodama** (inkrementalne metode, iterativne metode i mešovite metode (inkrementalno-iterativne metode))
- **Računarska implementacija**
  - Računarski softveri opšte namene
    - ADINA, ABAQUS, ANSYS itd.
  - Specijalizovani računarski softveri
    - SAP2000, SeismoStruct, 3Muri itd.

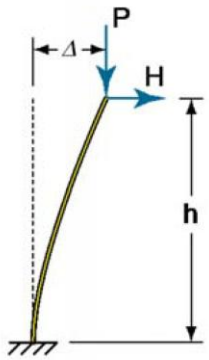
Napomene o nelinearnim modelima

- ***P-Δ* (tzv. P – veliko delta)**
  - Efekat vertikalnih opterećenja koja deluju na bočno pomerenu konstrukciju. Vetar ili seizmičke sile izazivaju horizontalno pomeranje konstrukcije, dok gravitaciono (vertikalno) opterećenje istovremeno deluje na ovako pomerenu konstrukciju. Usled ovoga se javljaju dodatni uticaji u elementima konstrukcije
- ***P-δ* (tzv. P – malo delta)**
  - Efekat aksijalnih sila duž elemenata na uticaje. Aksijalno napregnute grede takođe imaju ovaj efekat
- U konstrukcijama zgrada izloženim seizmičkom dejstvu *P-Δ* efekti su višestruko značajniji od *P-δ* efekata
- U nelinearni seizmičkim analizama (statičkim i dinamičkim) *P-Δ* efekti obavezno se uključuju, a *P-δ* efekte generalno nije obavezno modelirati



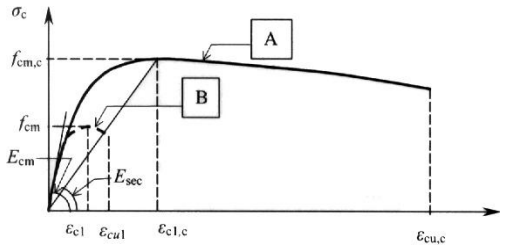


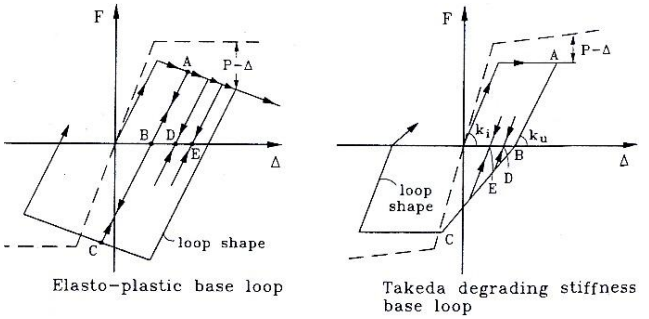


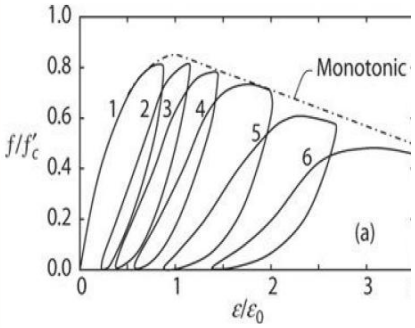


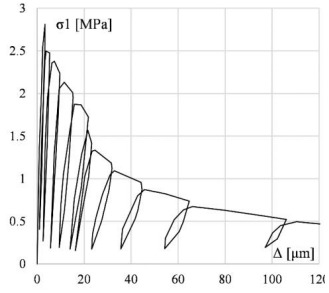
Napomene o nelinearnim modelima

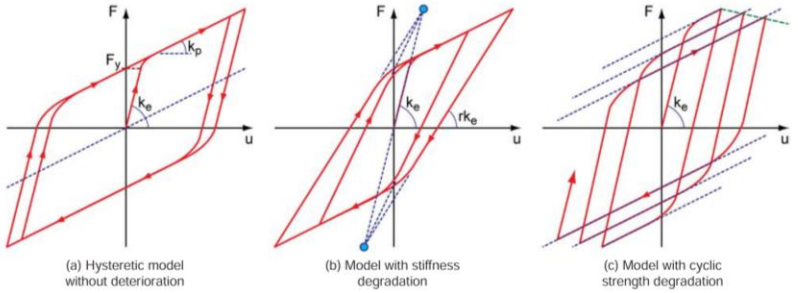
- **Potrebno je definisati ponašanje pri monotonom i cikličnom opterećenju**

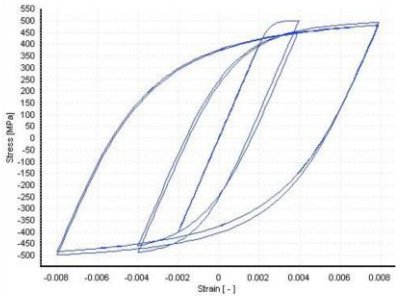


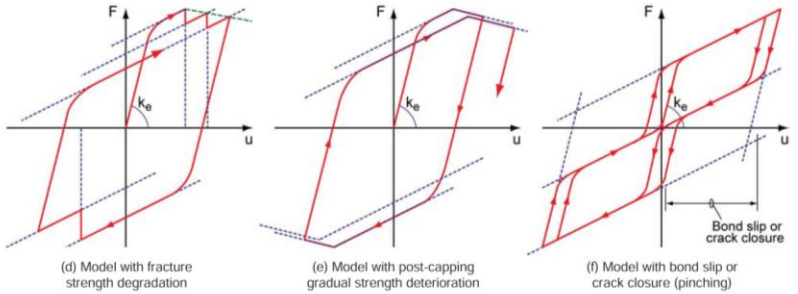






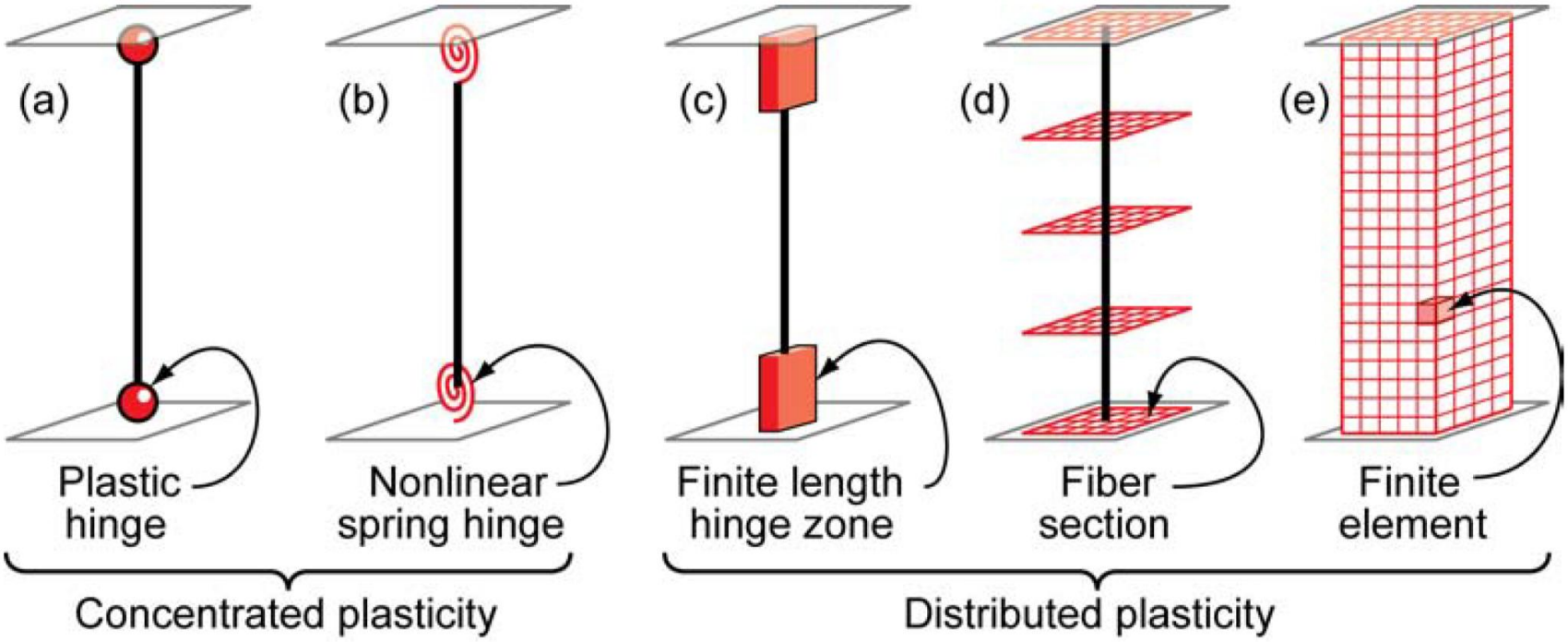






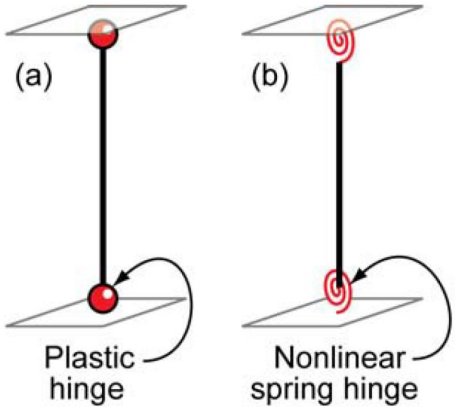
Napomene o nelinearnim modelima

- **Modeli**

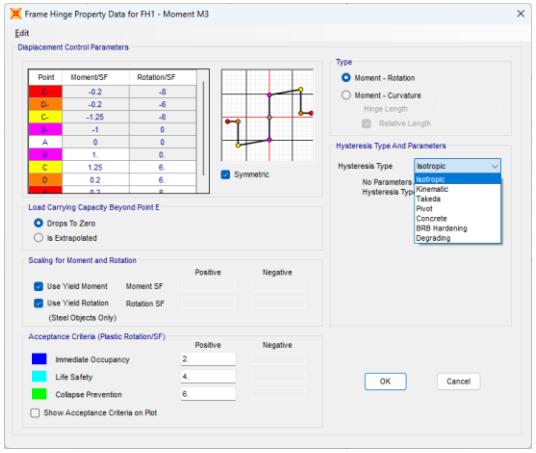


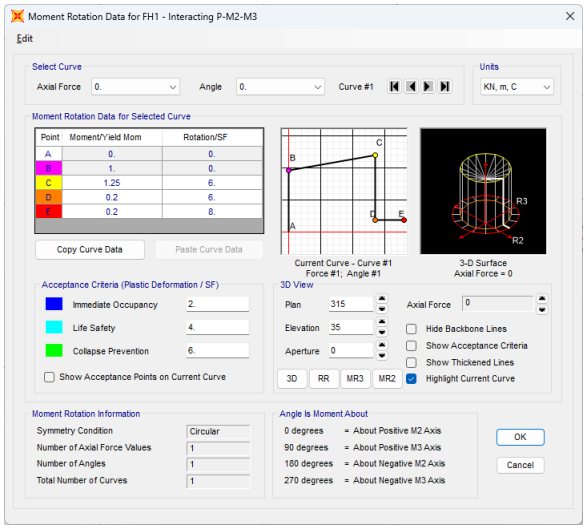
Napomene o nelinearnim modelima

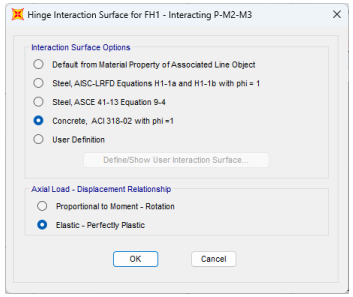
- **Modeli sa koncentrisanom plastičnošću (Concentraded or Lumped Plasticity)**

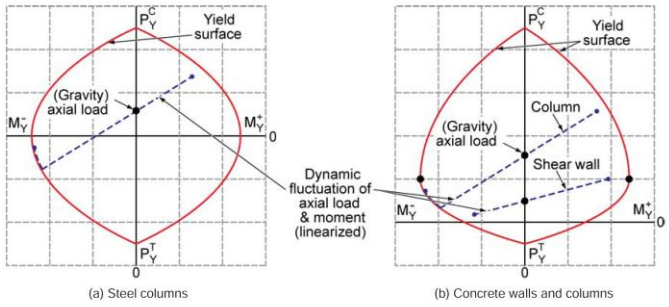


- Najjednostavniji modeli koji koncentrišu neelastične deformacije na kraju elementa, tj. na mestima kritičnih zona
- Plastični zglobovi nulte dužine sa pridruženim pravilima ponašanja pri monotonom i cikličnom odgovoru (npr. veza moment-rotacija)
- Interakciju aksijalne sile i momenta mogu da obuhvate kroz površi tečenja



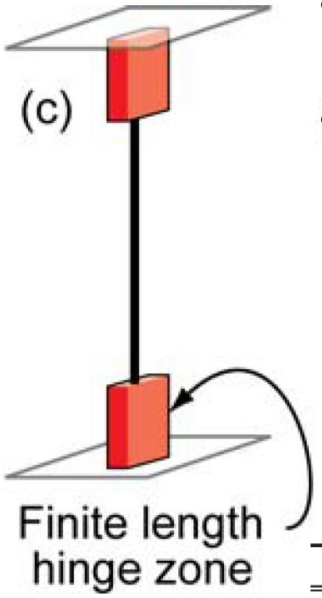






Napomene o nelinearnim modelima

- **Modeli sa raspodeljenom plastičnošću na konačnoj dužini plastičnog zgloba i sa raspodeljenom plastičnošću po površini poprečnog preseka**

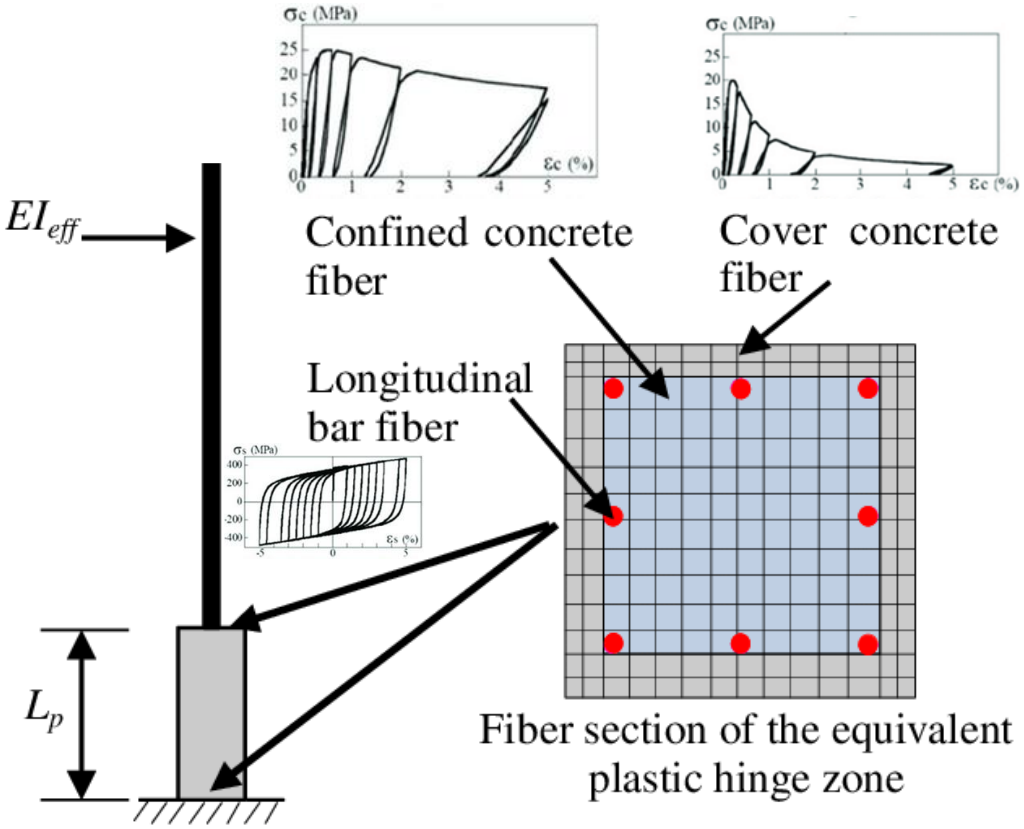


- Raspodeljena plastičnost na kajevima elementa (u kritičnim zonama) ali na konačnoj dužini plastičnog zgloba
- Dužina plastičnog zgloba l_p za numeričku analizu zavisi od niza parametara, i to između ostalog od
  - krivine na granici tečenja i granične krivine
  - geometrije poprečnog preseka
  - karakteristika materijala
  - podužne armature
  - poprečne armature
  - veze napon-dilatacija za beton pri pritisku i zatezanju

Authors	Year	l_p
Priestley and Park (1987)	1987	$lp = 0.08L + 6d_b$ (13)
Paulay and Priestley (1992)	1992	$lp = 0.08L + 0.022f_y d_b$ (14)
Panagiotakos and Fardis (2001)	2001	$lp = 0.12L + 0.014.a_{s1}.f_y.d_b$ (15)
Berry et al. (2008)	2008	$lp = 0.05L + 0.1\frac{f_y d_b}{\sqrt{f_c'}}$ (16)

Napomene o nelinearnim modelima

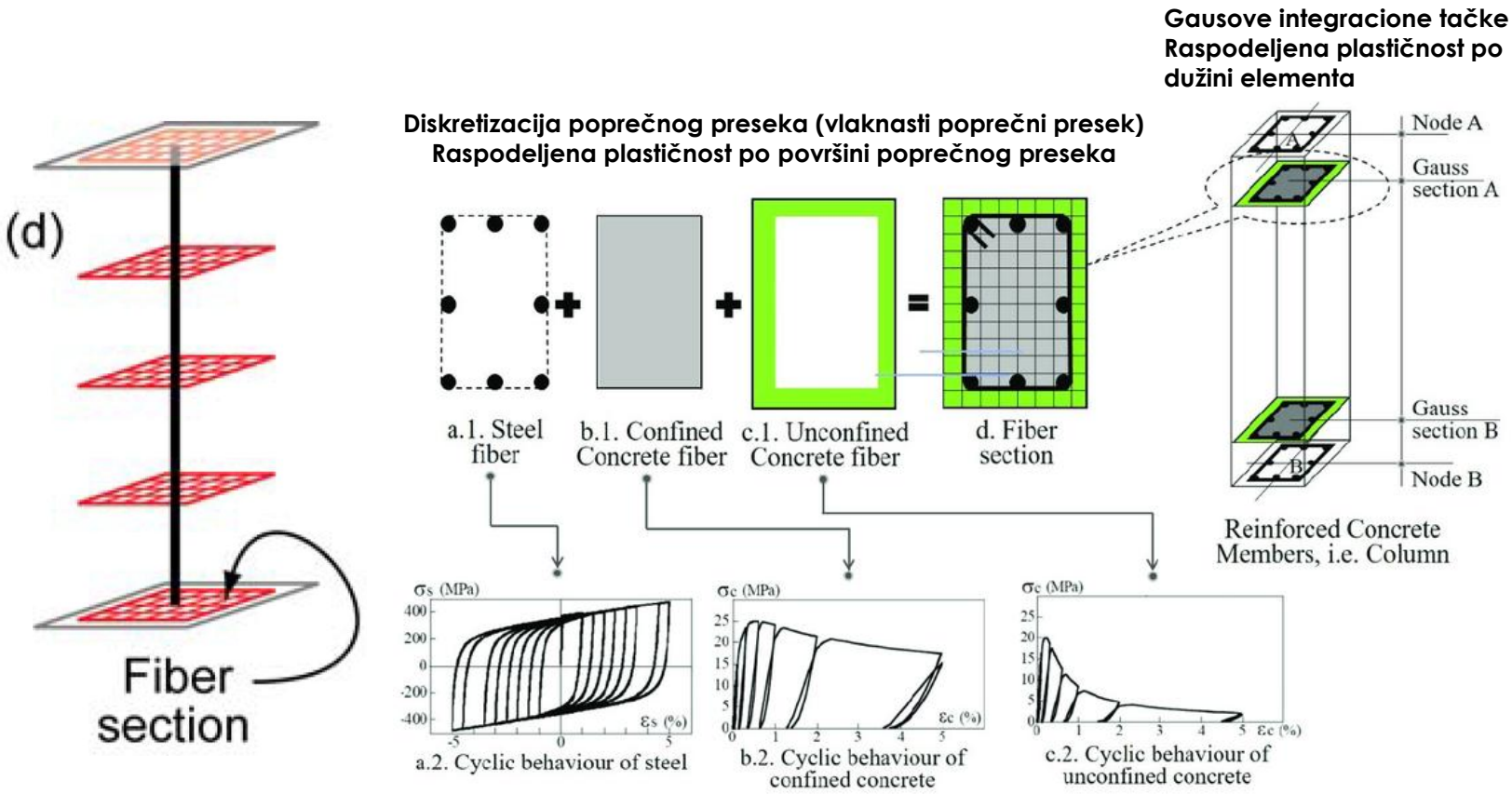
- **Modeli sa raspodeljenom plastičnošću na konačnoj dužini plastičnog zgloba i sa raspodeljenom plastičnošću po površini poprečnog preseka**



- **Vlaknasti model**
  - Raspodeljena plastičnost po površini poprečnog preseka
  - Pretpostavka o ravnim presecima
  - Npr. diskretizacija poprečnog preseka (vlaknasti poprečni presek) za raspodeljenu plastičnost po površini poprečnog preseka i dve Gausove integracione tačke po dužini plastičnog zgloba za raspodeljenu plastičnost

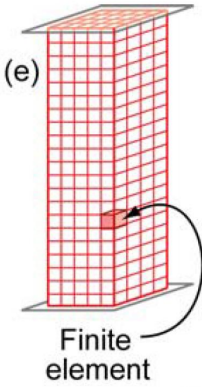
Napomene o nelinearnim modelima

- **Modeli sa raspodeljenom plastičnošću po dužini elementa i sa raspodeljenom plastičnošću po površini poprečnog preseka**

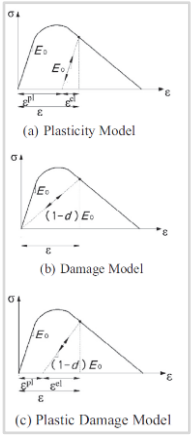


Napomene o nelinearnim modelima

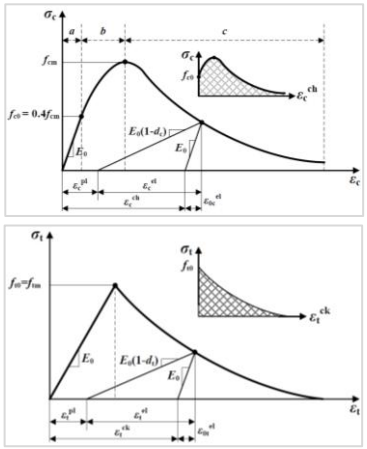
- „Continuum mechanics-based models“



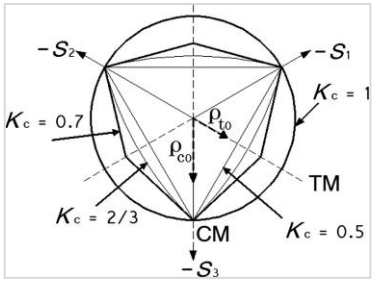
Teorija plastičnosti i mehanika oštećenja



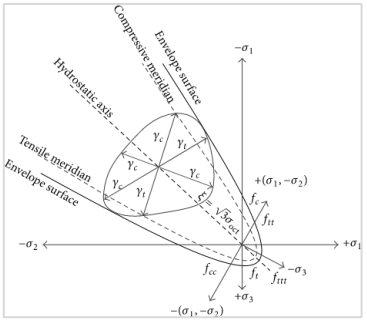
Beton
Veza napon-dilatacija



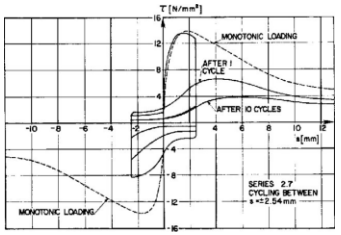
Beton
Površ tečenja u devijatorskoj ravni

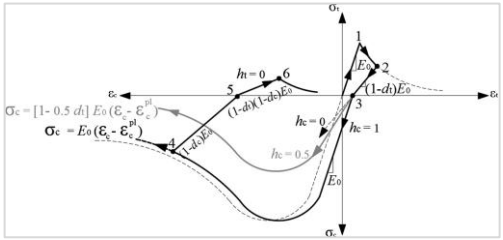


Beton
Anvelopa loma

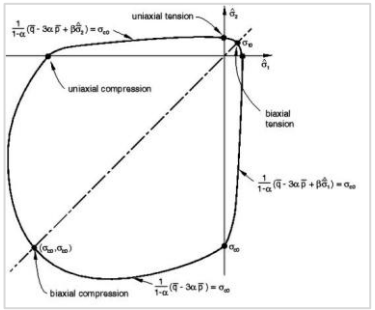


Veza
Beton-armatura
(sa i bez mogućnosti proklizavanja)

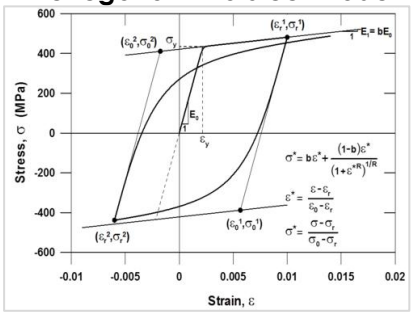




Beton
Anvelopa nosivosti kod ravnog stanja napona



Armatura
Menegotto-Pinto steel model



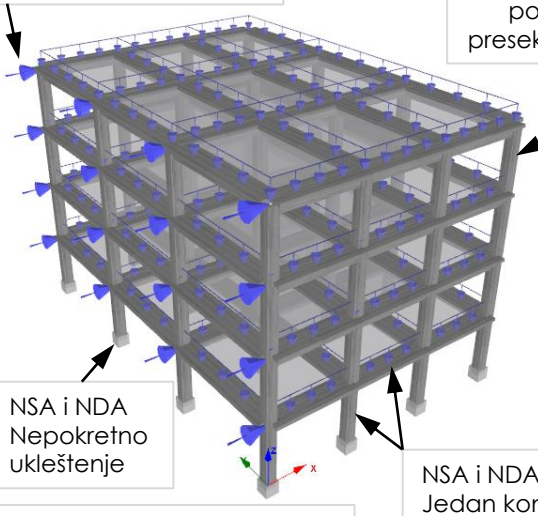
Primer modela AB zgrade za NSA i NDA u računarskom softveru SeismoStruct

Nelinearna statička analiza (NSA), tj. pushover analiza
Prvo se nanosi gravitaciono opterećenje do punog iznosa $\sum G_{k,i}$ " + " $\sum \Psi_{E,i} * Q_{k,i}$ pa se onda postupno povećava intenzitet bočnog opterećenja

Nelinearna dinamička analiza (NDA)
Gravitaciono dejstvo: $\sum G_{k,i}$ " + " $\sum \Psi_{E,i} * Q_{k,i}$
Inercijalni efekti: $\sum G_{k,i}$ " + " $\sum \Psi_{E,i} * Q_{k,i}$
Akcelerogrami

NSA i NDA
Geometrijska i materijalna nelinearnost

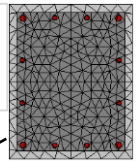
NSA
Bočno opterećenje



NSA i NDA
Nepokretno ukleštenje

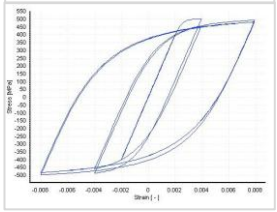
NSA i NDA
U ravni svake tavanice aplicirane krute dijafragme za „povezivanje“ čvorova mreže konačnih elemenata

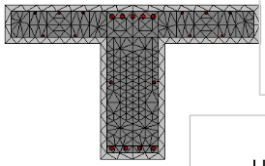
Vlaknasti poprečni presek stuba



NSA i NDA
Jedan konačni element između susednih čvorova ako je na bazi tzv. „force-based“ formulacije
Preporuka 5 Gausovih (Gauss-Lobatto) integracionih tačaka po dužini jednog konačnog elementa

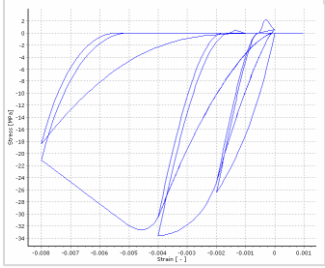
Armaturni čelik
Menegotto-Pinto steel model





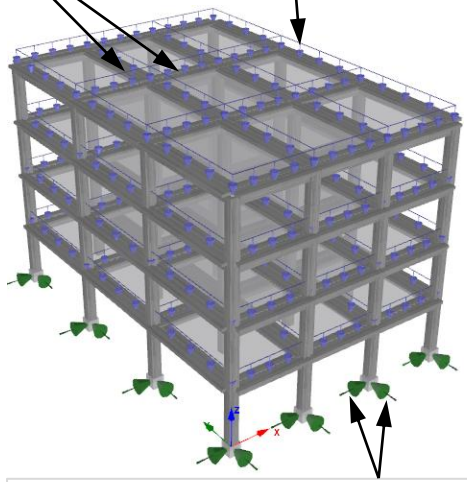
Vlaknasti poprečni presek grede (efektivna širina)

Beton
Utegnuto jezgro i neutegnuti zaštitni sloj (razlikuju se zbog efekata utezanja)
Chang-Mander model



NDA
Mase su u skladu sa masama dinamičkog modela za linearnu modalnu spektralnu analizu: $\sum G_{k,i}$ " + " $\sum \Psi_{E,i} * Q_{k,i}$

Konstantno gravitaciono opterećenje za NSA i NDA
$\sum G_{k,i}$ " + " $\sum \Psi_{E,i} * Q_{k,i}$



NDA
Horizontalne (i eventulno vertikalna) komponente dejstva zemljotresa (dva (tri) različita akcelerograma za jedan zemljotres „deluju“ istoveremeno)

Metode bazirane na pushover analizi

- **NSA – Nelinearna statička analiza, tj. *pushover* analiza**
- **„Pushover-Based“ metode** kombinuju nelinearnu statičku (*tj. pushover*) analizu sa metodom spektra odgovora (*Response Spectrum Metod*)
- **Neohodna je transformacija MDOF sistema u ekvivalentni SDOF sistem radi određivanja seizmičkog zahteva (ciljno pomeranje vrha zgrade) i ovo predstavlja glavno ograničenje u primeni metoda baziranih na pushover analizi**
- U EN 1998-1 implementirana je jedna od metoda baziranih na pushover analizi, tzv. **N2 metoda** (N – nelinearna, 2 – dva računska modela, tj. MDOF sistem i ekvivalentni SDOF sistem)
  - Rezultati su prihvatljivi za sisteme kod kojih je zanemarljiv uticaj viših tonova na odgovor, tj. za sisteme koji vibriraju dominantno u prvom tonu, a ovo predstavlja ograničenje primene metode

Pushover analiza MDOF sistema

- Koristi se za procenu seizmičkih performansi (ponašanja) postojećih i novih zgrada
  - Kontrola ili korekcija odnosa α_u/α_1
  - Procena raspodele oštećenja i očekivanog plastičnog mehanizma
  - Procena konstrukcijskog ponašanja novih i rekonstruisanih konstrukcija
  - Kao alternativa linearno-elastičnoj analizi sa faktorima ponašanja q
- **Konvencionalna NSA** koristi konstantnu šemu bočnog opterećenja tokom proračuna uz postepeni priraštaj intenziteta bočnog opterećenja na konstrukciju (propisana u EN 1998-1)
- **Adaptivna NSA** koristi korekciju šeme bočnog opterećenja tokom proračuna. Koristi se raspodela bočnih sila u skladu sa oblikom vibracija osnovnog tona, a model se koriguje nakon svake promene krutosti koja je posledica pojave plastifikacije u pojedinim presecima. Krutost se menja, što ima za posledicu i promenu oblika vibracija osnovnog tona, a to prouzrokuje novu šemu poprečnog opterećenja koje deluje na konstrukcijski sistem

Pushover analiza MDOF sistema

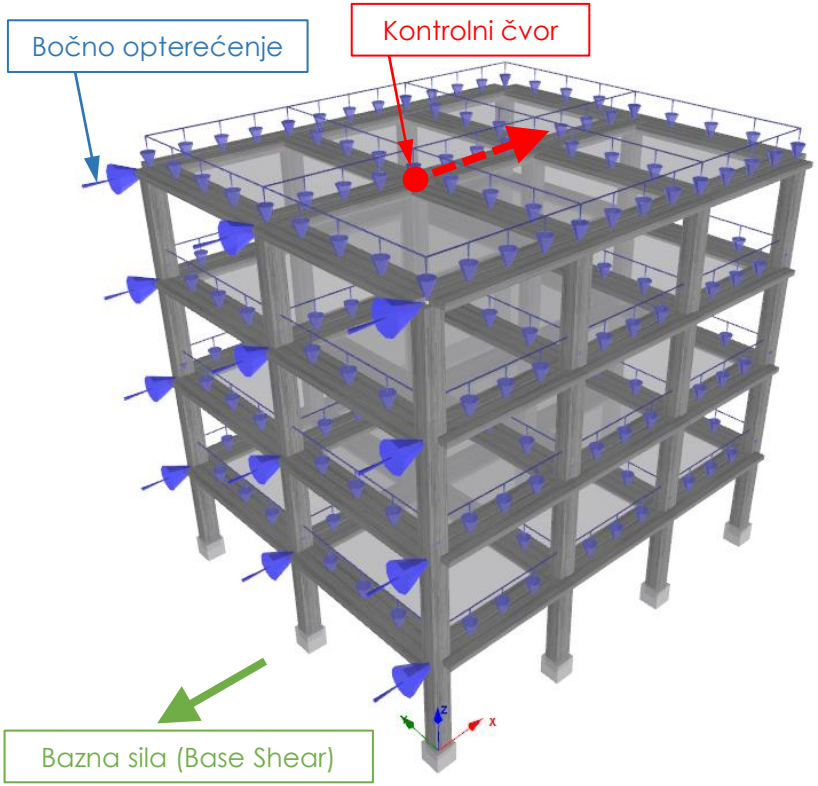
- Pushover analiza se sprovodi pod konstantnim gravitacionim opterećenjem ($\sum G_{\mathrm{k,i}}$ " + " $\sum \Psi_{\mathrm{E,i}} * Q_{\mathrm{k,i}}$) i monotono rastućim bočnim (horizontalnim) opterećenjem
- Prvo se konstrukcija podvrgne gravitacionom dejstvu $\sum G_{\mathrm{k,i}}$ " + " $\sum \Psi_{\mathrm{E,i}} * Q_{\mathrm{k,i}}$ koje se zadržava konstantnim do kraja analize
- Zatim se konstrukcija podvrgne monotono rastućem bočnom opterećenju (deluje na mestu masa) koje reprezentuje inercijalne sile koje bi se javile tokom zemljotresa
  - Oblik bočnog opterećenja je nepromenljiv tokom analize, a menja se intenzitet sila
  - Vertikalna distribucija horizontalnih sila je važan korak i ne postoji jedinstveno rešenje

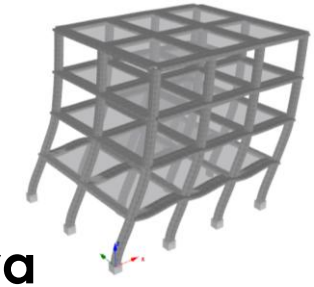
Pushover analiza MDOF sistema

- Barem dve vertikalne raspodele bočnih (horizontalnih) sila moraju da se primene (EN 1998-1)
  - Ravnomerna (uniformna) raspodela bočnih sila koje su proporcionalne masama (ravnomerna raspodela ubrzanja pri zemljotresu)
  - Modalna raspodela u skladu sa rezultatima iz elastične analize
- Vektor bočnog opterećenja
  - $\mathbf{P} = p\psi = p\mathbf{m}\mathbf{\Phi}$ $(P_i = pm_i\Phi_i)$
    - gde je
      - p koeficijent kojim se kontroliše intenzitet bočnog opterećenja
      - ψ je funkcija raspodele bočnih sila
      - $\mathbf{\Phi}$ je pretpostavljen oblik pomeranja
      - $\mathbf{m}$ je matrica masa
    - Ako je pretpostavljeni oblik pomeranja tačan i nepromenljiv tokom zemljotresa, tada raspodela bočnih sila odgovara raspodeli efektivnih sila zemljotresa

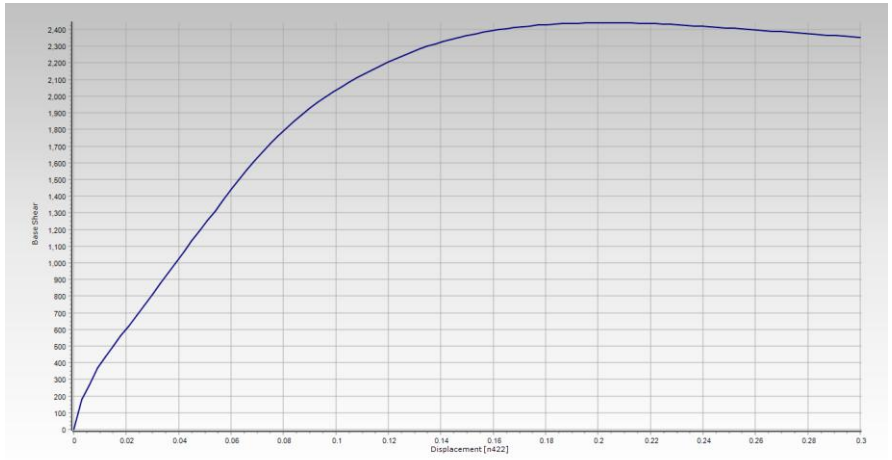
Pushover analiza MDOF sistema

- Rezultat analize je, između ostalog, nelinearna veza između poprečne sile u nivou temelja V (Base Shear) i horizontalnog pomeranja vrha zgrade D_t (Top Displacement)





Pushover kriva



Horizontalno pomeranje kontrolnog čvora u x pravcu (Top Displacement; Roof Displacement)

Transformacija u ekvivalentni SDOF sistem

- Seizmički zahtev (ciljno pomeranje; Target Displacement) se određuje iz spektra odgovora koji je definisan za SDOF sistem pa se zbog toga MDOF sistem modelira ekvivalentnim SDOF sistemom
- Jednačina kretanja ravanskog sistema
  - $\mathbf{m\ddot{u}} + \mathbf{R} = -\mathbf{m1}a$
    - gde je $\mathbf{R}$ vektor unutrašnjih sila i a je vremenska istorija ubrzanja tla (akcelerogram)
- **Pretpostavlja se da je oblik pomeranja Φ nepromenljiv tokom vremena (osnovna i najkritičnija pretpstavka!)** i normalizuje se tako da u nivou krova ima vrednost 1
- Vektor pomeranja
  - $\mathbf{u} = \mathbf{\Phi} D_t$
    - gde je D_t krovno horizontalno pomeranje (pomeranje kontrolnog čvora) koje zavisi od vremena

Transformacija u ekvivalentni SDOF sistem

- Unutrašnje sile $\mathbf{R}$ su jednake spoljašnjim silama $\mathbf{P}$
  - $\mathbf{P} = \mathbf{R}$
- Koristeći prethodne izraze sledi

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{P} &= p\mathbf{m}\boldsymbol{\Phi} \\ \mathbf{u} &= \boldsymbol{\Phi} D_t \\ \mathbf{P} &= \mathbf{R} \end{aligned}\right\} \rightarrow \quad \mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{R} = -\mathbf{m}\mathbf{1}a$$

i nakon množenja sa $\boldsymbol{\Phi}^T$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{m}\boldsymbol{\Phi}\ddot{D}_t + \boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{m}\boldsymbol{\Phi}p = -\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{m}\mathbf{1}a$$

i nakon množenja i deljenja leve strane sa $\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{m}\mathbf{1}$ ...

- ... dobija se **jednačina kretanja ekvivalentnog SDOF sistema**
  - $m^*\ddot{D}^* + F^* = -m^*a$
- **Pomeranja i sile ekvivalentnog SDOF sistema**
  - $D^* = \frac{D_t}{\Gamma} \qquad F^* = \frac{V}{\Gamma}$

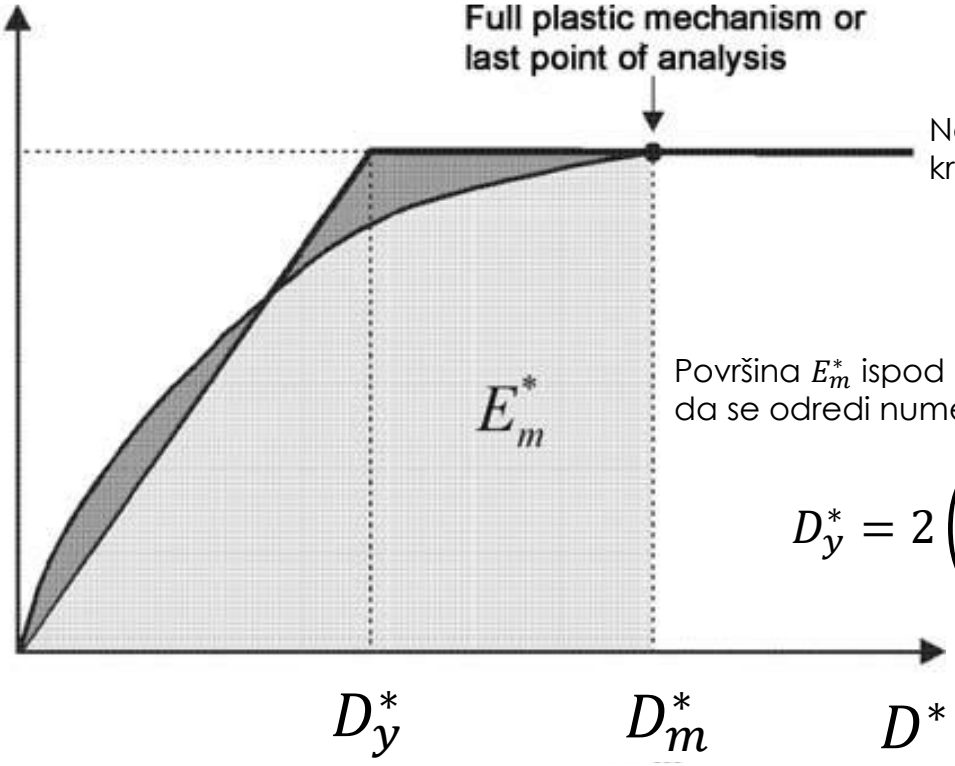
Transformacija u ekvivalentni SDOF sistem

- Poprečna sila u nivou temelja (bazna sila)
  - $V = \sum P_i = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{m1} p = p \sum m_i \Phi_i = p m^*$
    - gde je m^* ekvivalentna masa SDOF sistema
- Konstanta Γ (faktor transformacije) kontroliše transformaciju MDOF sistema u ekvivalentni SDOF sistem (transformacija pomeranja i sila)
  - $\Gamma = \frac{\mathbf{\Phi}^T \mathbf{m1}}{\mathbf{\Phi}^T \mathbf{m\Phi}} = \frac{\sum m_i \Phi_i}{\sum m_i \Phi_i^2}$
- Vezu $V - D_t$ MDOF sistema, određenu pushover analizom, transformišemo u vezu $F^* - D^*$ ekvivalentnog SDOF sistema deljem $V - D_t$ sa Γ

Idealizacija Pushover krive SDOF sistema

- Bilinearna idealizacija (elastična – idealno plastična veza) između sila i pomeranja ekvivalentnog SDOF sistema se sprovodi na osnovu principa jednakosti energija (površina)

F_y^* je nosivost ekvivalentnog SDOF sistema i odgovara bočnoj sili pri formiranju plastičnog mehanizma



Nakon granice tečenja krutost ima nultu vrednost

Površina E_m^* ispod nelinearne krive može da se odredi numeričkom integracijom

$$D_y^* = 2\left(D_m^* - \frac{E_m^*}{F_y^*}\right)$$

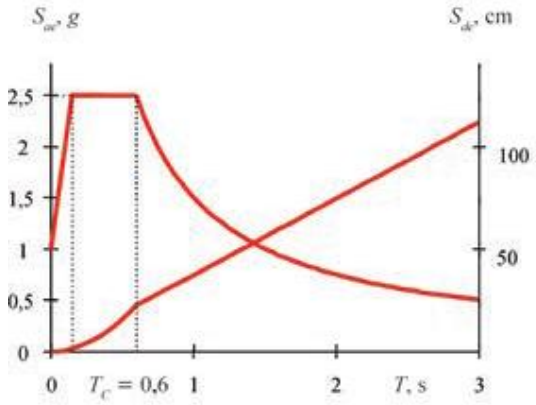
Idealizacija Pushover krive SDOF sistema

- Početna krutost bilinearnog ekvivalentnog SDOF sistema
  - $k^*_{init} = \frac{F^*_y}{D^*_y}$
- Period vibracija bilinearnog ekvivalentnog SDOF sistema
  - $T^* = \frac{2\pi}{\omega^*} = 2\pi\sqrt{\frac{m^*}{k^*_{init}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m^* D^*_y}{F^*_y}}$
- Ubrzanje na granici tečenja u dijagramu kapaciteta u AD formatu
  - $S_a = \frac{F^*_y}{m^*}$

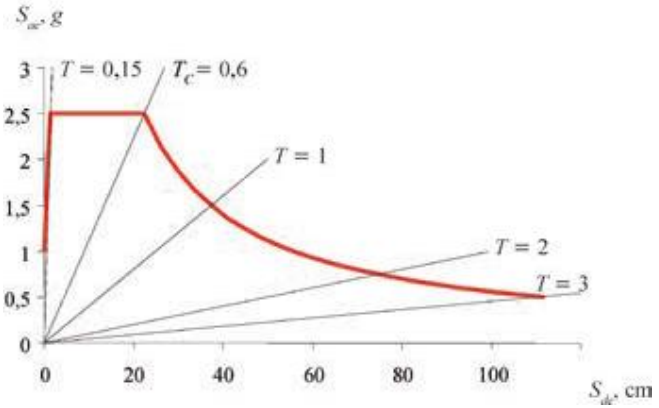
Seizmički zahtev

- U principu je predstavljen neelastičnim spektrom koji se određuje iz elastičnog spektra ako je poznata veza $q_\mu - \mu - T$
- Polazeći se od spektra ubrzanja u formatu ubrzanje-period može da se odredi neelastičan spektar u formatu ubrzanje-pomeranje („AD“ format; Acceleration–Displacement format)
- Za elastičan SDOF sistem i određen procenat viskoznog prigušenja važi sledeća veza $S_{de} = \omega^2 S_{ae} = \frac{T^2}{4\pi^2} S_{ae}$

Elastični spektar ubrzanja i pomeranja u „uobičajenom“ formatu



AD format



Seizmički zahtev

- Za neelastični SDOF sistem sa bilinearnom vezom sila-pomeranje važe sledeće relacije za spektar ubrzanja S_a i spektar pomeranja S_d
  - $S_a = \frac{S_{ae}}{q_\mu} \qquad S_d = \frac{\mu}{q_\mu} S_{de} = \frac{\mu}{q_\mu} \frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_{ae} = \mu \frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_a$
    - gde je
      - μ faktor duktilnosti pomeranja definisan kao odnos između maksimalnog pomeranja i pomeranja na granici tečenja
      - q_μ je faktor redukcije zbog duktilnosti pomeranja, odnosno zbog histerezisne disipacije energije kod duktilnih sistema, koji nije jednak faktoru ponašanja q koji obuhvata disipaciju energije (histerezisno ponašanje) i rezervu nosivosti (videti deo prezentacije za određivanje faktora ponašanja)
- Faktor redukcije q_μ
  - $q_\mu = (\mu - 1)\frac{T^*}{T_c} + 1 \Rightarrow \mu = \left(q_\mu - 1\right)\frac{T_c}{T^*} + 1 \quad \text{za} \quad T^* < T_c$
  - $q_\mu = \mu \quad \text{za} \quad T^* \geq T_c$

Vidic, T., P. Fajfar, and M. Fischinger. 1994. Consistent inelastic design spectra: Strength and isplacement. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 23:502–521

Seizmički zahtev

- Neelastičan spektar zahteva za različite konstantne faktore duktilnosti μ u AD formatu

Polazeći od elastičnog spektra i koristeći jednačine

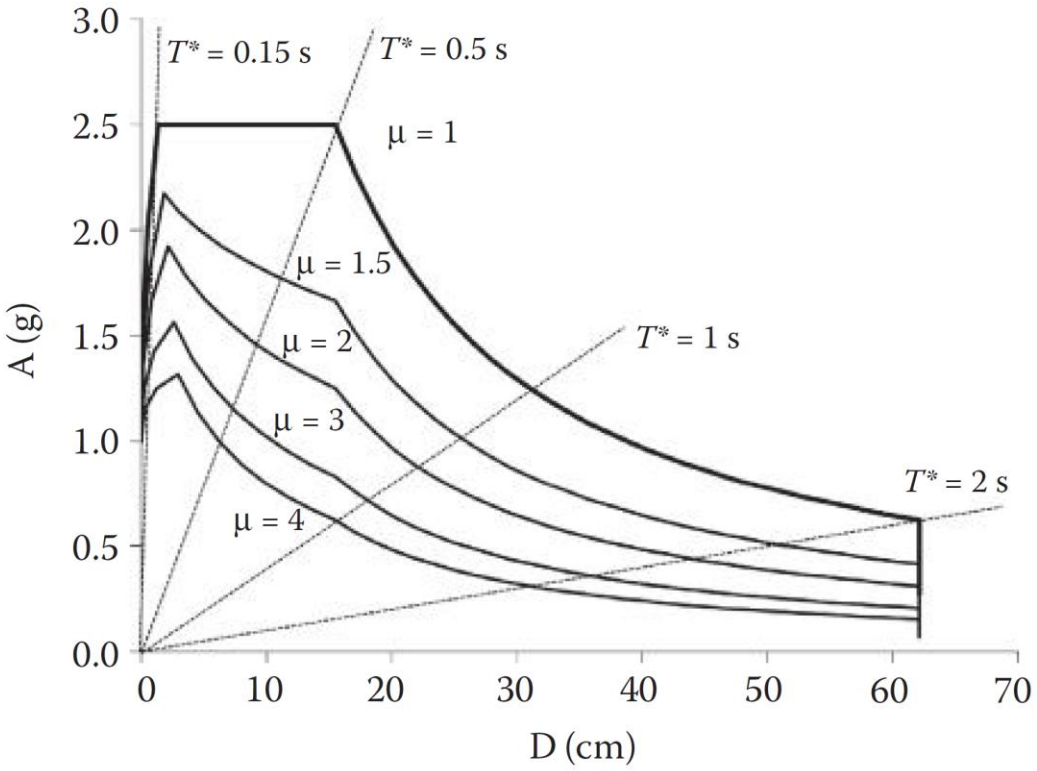
$$S_a = \frac{S_{ae}}{q_\mu}$$

$$S_d = \mu \frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_a$$

$$q_\mu = (\mu - 1)\frac{T^*}{T_c} + 1 \quad \text{za} \quad T^* < T_c$$

$$q_\mu = \mu \quad \text{za} \quad T^* \geq T_c$$

dolazi se do neelastičnog spektra zahteva



Seizmički zahtev

- Zahtevano pomeranje

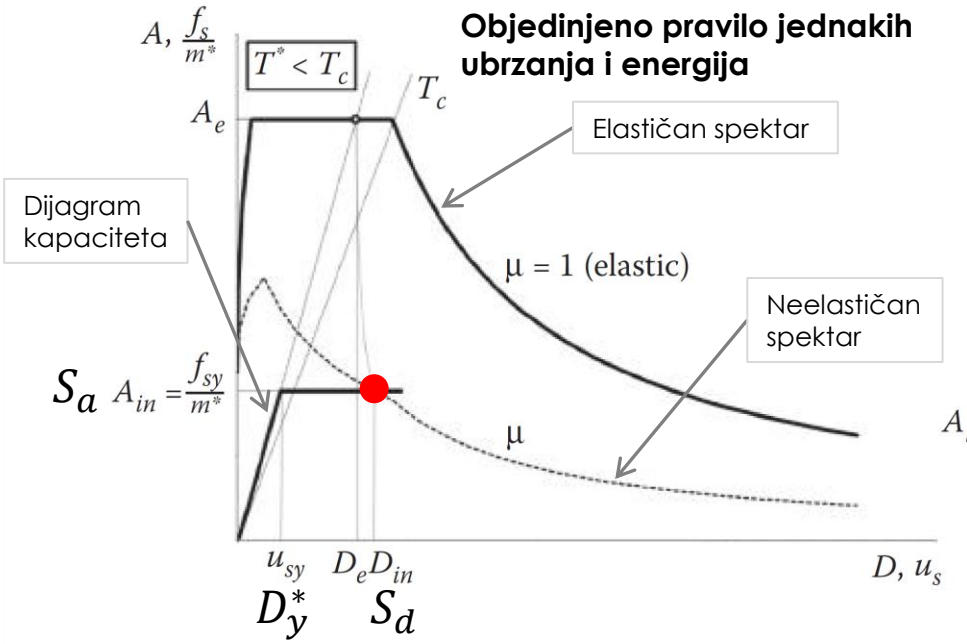
Za oba slučaja seizmički zahtev korespondira sa presekom spektra zahteva i dijagrama kapaciteta

$$q_\mu = \frac{S_{ae}(T^*)}{S_a} \qquad S_a = \frac{F_y^*}{m^*}$$

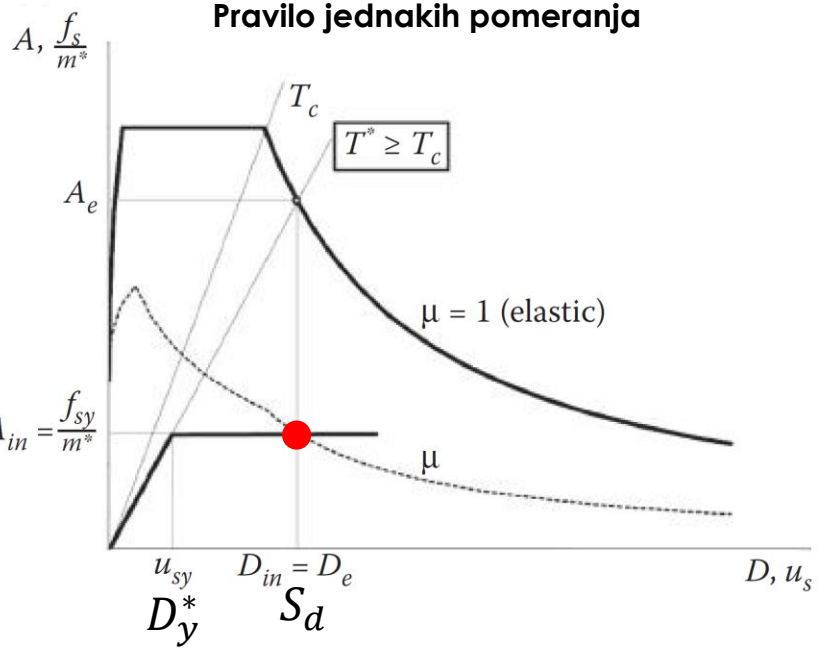
$$S_d = \mu D_y^* = \frac{S_{de}(T^*)}{q_\mu}\left(1 + (q_\mu - 1)\frac{T_c}{T^*}\right)$$

$$S_d = S_{de}(T^*)$$

Objedinjeno pravilo jednakih ubrzanja i energija



Pravilo jednakih pomeranja



Seizmički zahtev

- Prethodno određen seizmički zahtev S_d koristi se za određivanje seizmičkog zahteva za MDOF sistem D_t (ciljno pomeranje; Target Displacement)
  - $D_t = \Gamma S_d$
  - Ciljno pomeranje D_t predstavlja očekivanu vrednost seizmičkog dejstva. Prikladno je ispitati performanse zgrade pod ekstremnim dejstvom koje prevazilazi očekivanu vrednost seizmičkog dejstva pa se zbog toga vrši analiza za najmanje 150% ciljnog pomeranja
- U slučaju 3D modela, posebno se sprovode analize u dva horizontalna pravca. Relevantni rezultati (npr. pomeranja, relativna spratna apomeranja, rotacije čvorova i sile u krtim elementima koje bi trebale ostati u elastičnom području), dobijeni pomoću dve nezavisne pushover analize u dva ortogonalna pravca, treba da se kombinuju primenom SRSS pravila. Na ovaj način su uključeni torzioni efekti ali treba imati na umu da ovi efekti mogu biti ozbiljno potcenjeni, posebno u slučaju torziono fleksibilnih struktura

Pushover analiza

- **Klasična pushover analiza**
  - **Prednosti**
    - „Brža“ računarska analiza u odnosu na nelinearnu dinamičku analizu
    - Može da ukaže na slabosti konstrukcije u seizmičkom smislu
    - Pruža informacije o otpornosti i duktilnosti konstrukcije koje se ne mogu dobiti iz elastične analize
  - **Nedostaci**
    - Rezultati su prihvatljivo tačni ako konstrukcija dominantno vibrira u prvom tonu
    - Obuhvata samo jedan plastičan mehanizam loma
    - Ne obuhvata direktno dinamičku prirodu zemljotresa i ne obuhvata direktno histerezisnu disipaciju seizmičke energije i promenu krutosti
    - Pretpostavka da su pomeranja nezavisna od vremena, tj. promene dinamičkih karakteristika konstrukcije usled nelinearnog ponašanja ne uzimaju se u obzir, a to može da prikrije slabosti konstrukcije nakon početka pojave oštećenja
- Poboljšanje predstavlja **adaptivna pushover analiza** kod koje se raspodela bočnog opterećenja menja u skladu sa promenom dinamičkih karakteristika konstrukcije

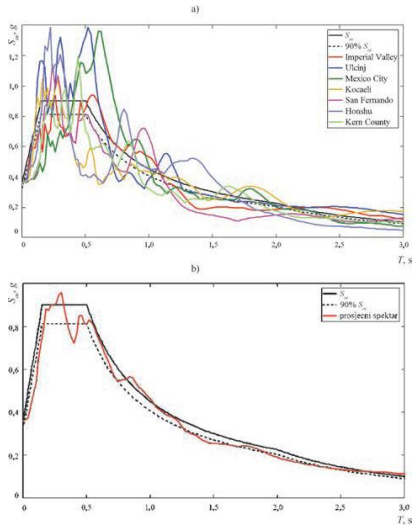
Nelinearna dinamička analiza

- NDA daje najkvalitetniju procenu seizmičkih performansi postojećih i novih konstrukcija
- Ulazni podatak za seizmičko dejstvo kod NDA su vremenske istorije kretanja tla ?očekivanih zemljotresa? (najčešće definisane kroz akcelerograme)
- Prostorni model je izložen gravitacionom optrećenju ($\sum G_{\mathrm{k,i}}$ " + " $\sum \Psi_{\mathrm{E,i}} * Q_{\mathrm{k,i}}$) i nakon toga dejstvu očekivanih zemljotresa
- Dejstvo jednog zemljotresa uvodi se istovremenom pobudom sa dve ortogonalne horizontalne komponente i jednom vertikalnom komponentom vremenske istorije kretanja tla (tri različita akcelerograma čine jedan zemljotres)

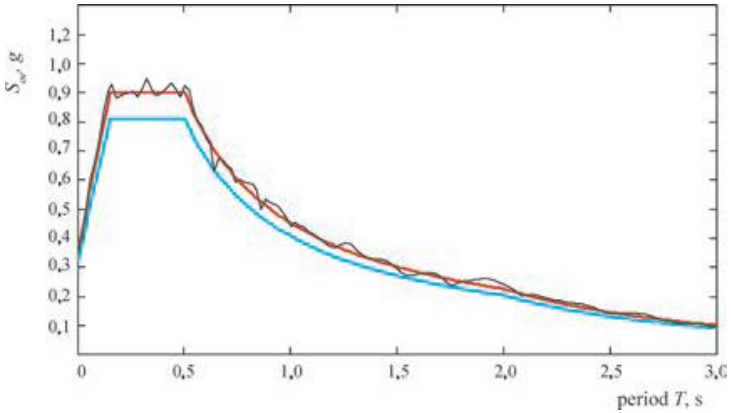
Nelinearna dinamička analiza

- **Zemljotresno dejstvo**
  - Zabeleženi akcelerogrami
  - Veštački akcelerogrami
  - Minimalno se koriste tri zapisa
  - Ako se koristi do sedam vremenskih zapisa (zemljotresa), usvajaju se najnepovoljniji rezultati, a za sedam i više zapisa uzima se osrednjena vrednost
  - Propisana su pravila koja moraju da zadovolje akcelerogrami

Zabeleženi akcelerogrami

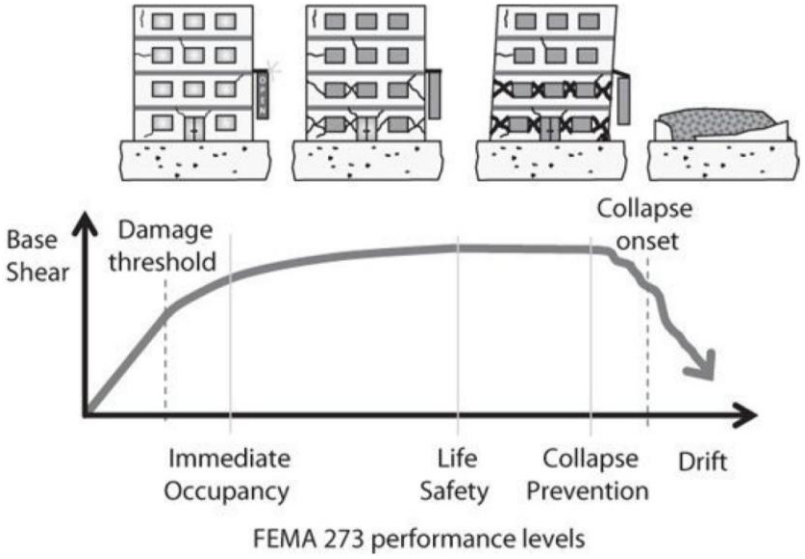


Veštački akcelerogrami



Performance-Based Seismic Design Procena ponašanja. Analiza oštećenja

- Nivoi performansi (ponašanja)
  - Veza između odgovora konstrukcije (npr. relativno spratno pomeranje, neelastične deformacije elemenata, lokalna duktilnost) i nivoa ponašanja (stepen otećenja ili očekivani nivo štete) predstavljena je opisima kao
    - funkcionalno (Immediate Occupancy)
    - zaštita života (Life Safety)
    - prevencija od rušenja (Collapse Prevention)

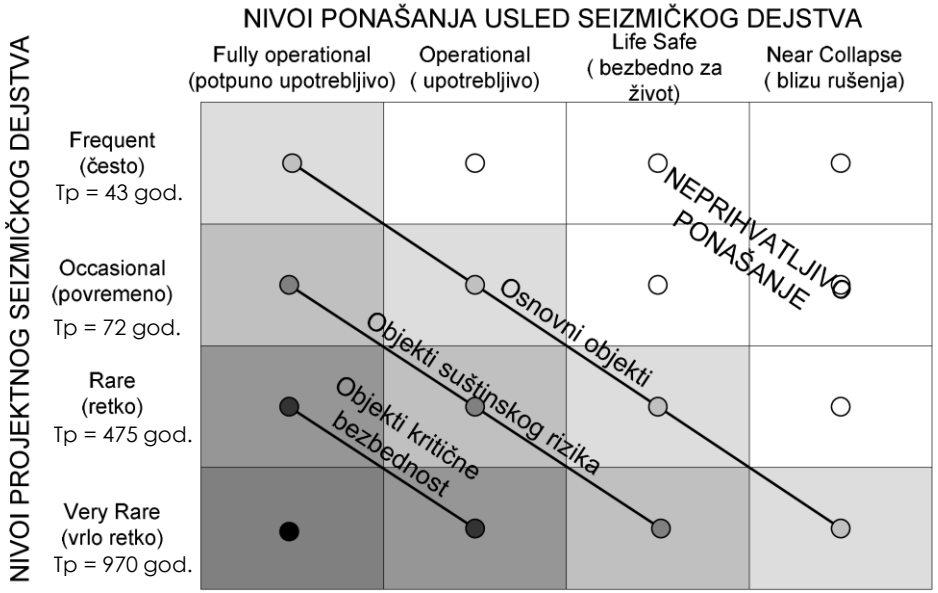


FEMA 273 performance levels

Performance-Based Seismic Design

- Nivoi performansi (ponašanja)
  - SEAOC Vision 2000, 1995
    - Preporuke kako da konstrukcije budu izgrađene tako da u zavisnosti od njihovog značaja i namene ispune ciljeve ponašanja (performanse u zavisnosti od rizika za korisnike i okolnu zajednicu)

- **Potpuno upotrebljivo:** ne dolazi do oštećenja, a posledice za zgradu i njene korisnike su zanemarljive
- **Upotrebljivo:** može doći do manjh oštećenja nekonstrukcijskih elemenata i vrlo malih oštećenja konstrukcijskih elemenata koja ne ugrožavaju sigurnost zgrade
- **Bezbedno za život:** dolazi do umerenih oštećenja konstrukcijskih i nekonstrukcijskih elemenata. Smanjena je otpornost ali postoji i dalje rezerva u odnosu na rušenje konstrukcije
- **Blizu rušenja:** otpornost na sva opterećenja zgrade značajno je ugrožena. Naknadni zemljotresi mogli bi prouzrokovati delimično ili potpuno rušenje konstrukcije

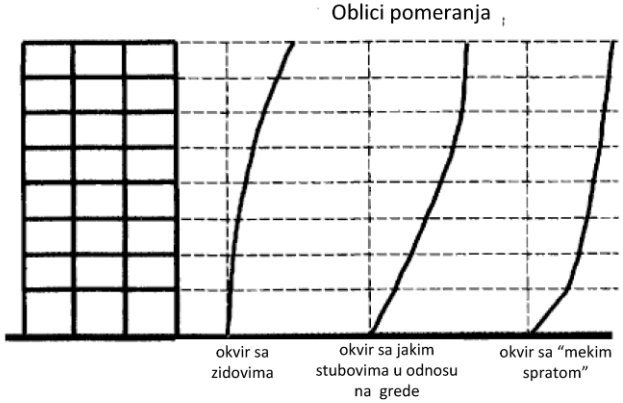


Performance-Based Seismic Design

- Na osnovu seizmičkih zahteva određenih primenom nelinearnih analiza procenjuju se performanse (ponašanje; odgovor) konstrukcije na
  - Globalnom
  - Spratnom
  - Lokalnom nivou
- Procena je zasnovana na pomeranjima (deformacijama)
- Generalno, porede se zahtevana neeleastična pomeranja (deformacije) sa kapacitetom pomeranja (deformacija) konstrukcije
- Ponašanje konstrukcije je direktno povezano sa raspodelom i nivom dostignutih oštećenja tokom seizmičkog dejstva
- Oštećenja su povezana sa različitim parametrima kao npr. bočno pomeranje, relativno međuspratno pomeranje, rotacija tetive, promena krivine poprečnih preseka

Performance-Based Seismic Design

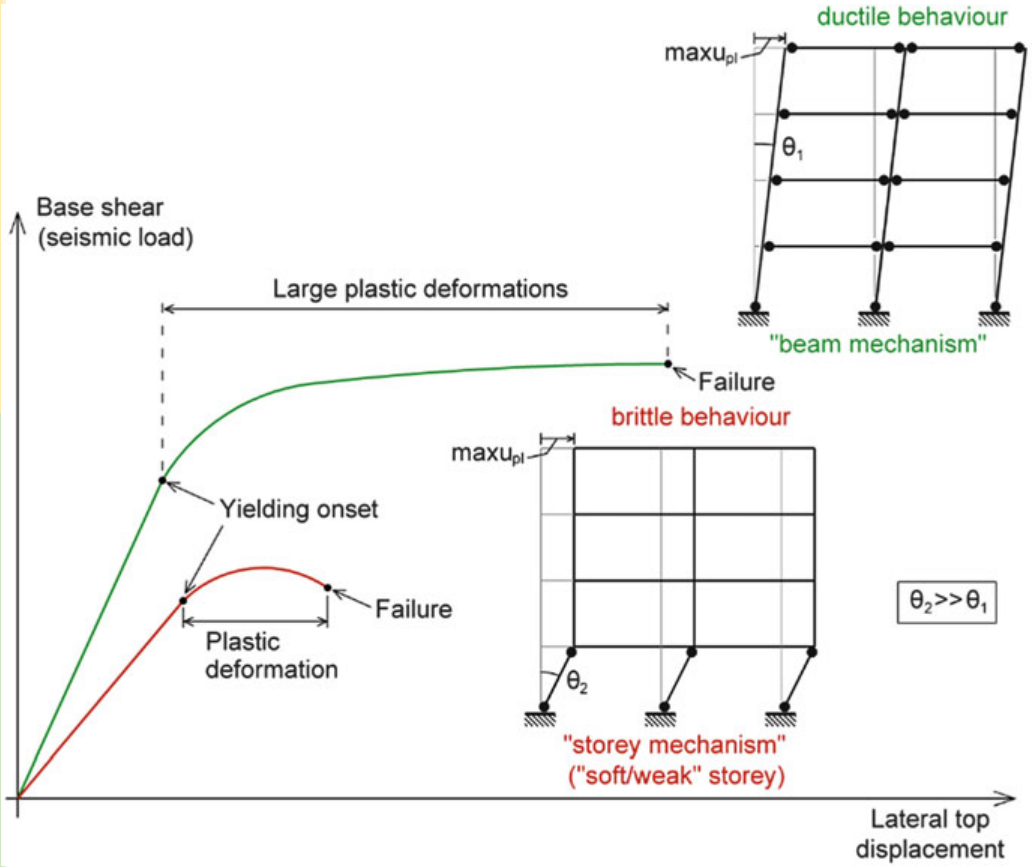
- Globalni zahtevi
  - Oblik pomeranja
    - Procenjuje se da li se okvir ponaša u skladu sa koncepcijom grednog mehanizma
    - Procenjuje se da li postoje meki spratovi
    - Oblik međuspratnog pomeranja može da identifikuje problem mekog sprata



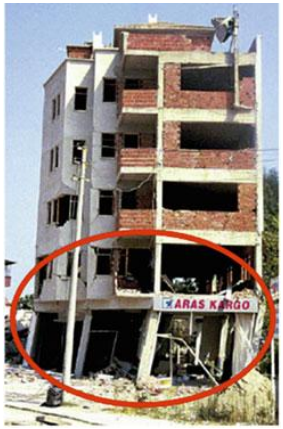
  - Zahtev duktilnosti na globalnom nivou izražen preko pomeranja vrha konstrukcije poredi se sa faktorom duktinosti pomeranja radi utvrđivanja da li je dostignut nivo projektne duktilnosti (na osnovu veze faktora globalne duktilnosti pomeranja sa faktorom ponašanja)

Performance-Based Seismic Design

- Globalni zahtevi
  - Oblik pomeranja







Performance-Based Seismic Design

- Spratni zahtevi
  - Ograničenje relativnog spratnog pomeranja (veće vrednosti su pokazatelj loma)

Tip štete	Nivo seizmičke opasnosti	Relativno spratno pomeranje d/h [%]
Nenoseći elementi	50% u 50 god.	0.2 – 0.5
Noseći elementi - umereno	10% u 50 god.	0.5 – 1.5
Noseći elementi - teško	2% u 50 god.	1.5 – 3.0

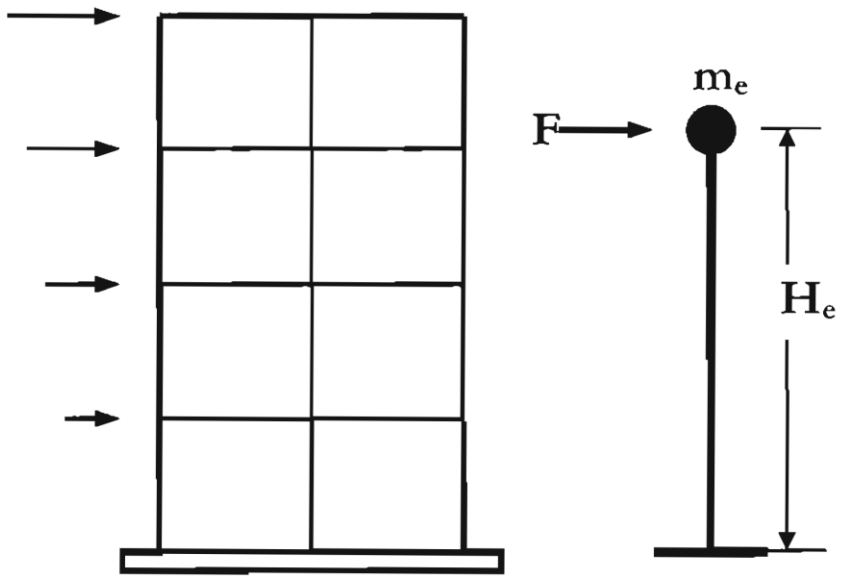
- Lokalni zahtevi
  - Rotacija tetive
    - Poredi se zahtev i kapacitet za odgovarajuće granično stanje prema EN 1998-3
  - Duktilnost krivine
    - Poredi se zahtevana i raspoloživa duktilnost krivine poprečnog preseka (zahtevana ne sme biti veća od raspoložive)

Koncept procedure bazirane na pomeranjima
DBD – Displacement based design

- **Problemi prilikom upotrebe procedure bazirane na silama (FBD – Force based design)**
  - S obzirom na to da prilikom dejstva projektnog (jakog) zemljotresa dolazi do pojave plastifikacije u konstrukciji njena seizmička sigurnost ne zavisi od sila, koje su ionako na granici nosivosti, već zavisi od kapaciteta deformacija (duktilnosti)
  - Povećanje nosivosti ne povećava sigurnost, a ponekad se i ne smanjuju oštećenja. Raspodela nosivosti unutar konstrukcije ima veći značaj od apsolutne nosivosti cele konstrukcije
  - Za FBD proceduru potrebno je usvojiti početnu krutost koja se dobija redukcijom krutosti bruto preseka zbog pojave prslina. Pri ovome se podrazumeva da je krutost nezavisna od nosivosti što je pogrešno jer istraživanja pokazuju da krutost direktno zavisi od nosivosti. Ovo ima za posledicu pogrešnu procenu svojstvenih perioda vibracija, tj. proces bi morao da bude iterativan pri čemu se menja krutost na osnovu izračunate nosivosti

Koncept procedure bazirane na pomeranjima
DBD – Displacement based design

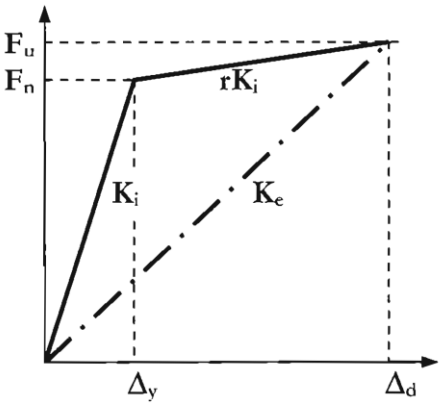
- **Postupak DBD**
  - AB konstrukciju modeliramo sa ekvivalentnim SDOF sistemom (kao u metodama baziranim na pushover analizi)



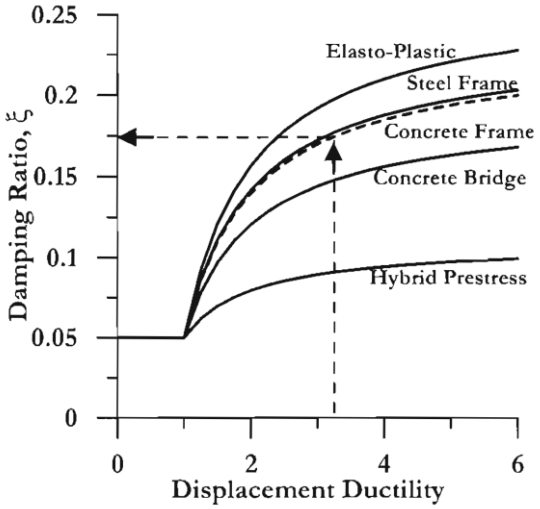
(a) SDOF Simulation

Koncept procedure bazirane na pomeranjima
DBD – Displacement based design

- **Postupak DBD**
  - Kod FBD postupka karakteristike konstrukcije su date za elastičnu oblast (krutost i viskozno prigušenje), a kod DBD postupka konstrukciju karakteriše sekantna krutost K_e pri maksimalnom pomeranju Δ_d i nivo ekvivalentnog viskoznog prigušenja ξ koje obuhvata elastično viskozno prigušenje i histerezisnu energiju disipiranu tokom neelastičnog odgovora konstrukcije

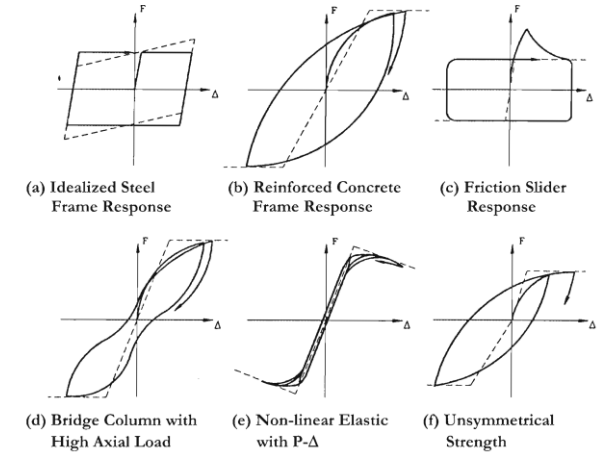


(b) Effective Stiffness K_e



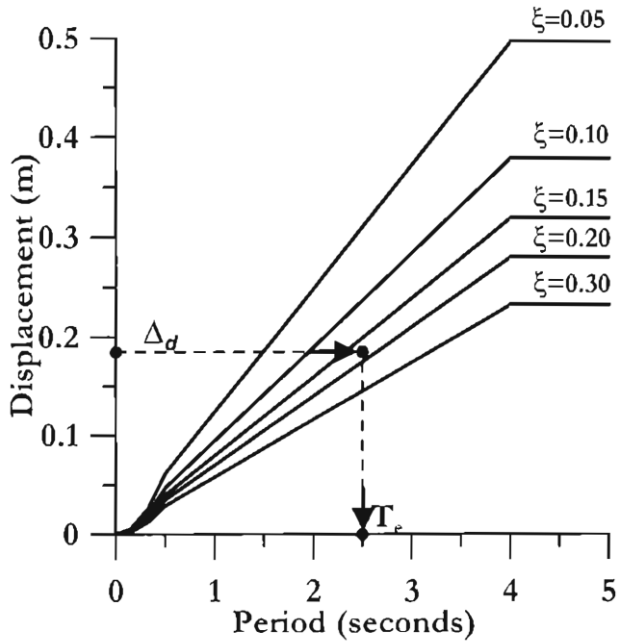
(c) Equivalent damping vs. ductility

Komentar:
Ekvivalentno prigušenje kod čeličnih ramova je veće nego kod AB ramova, iako je situacija obrnuta u slučaju viskoznog prigušenja pri elastičnom ponašanju, što je posledica *punijih (debljih)* histerezisnih petlji kod čelika



Koncept procedure bazirane na pomeranjima
DBD – Displacement based design

- **Postupak DBD**
  - Sa određenim maksimalnim pomeranjem i odgovarajućim ekvivalentnim prigušenjem, procenjenim na osnovu odgovarajućeg zahteva za duktilnošću, efektivni period T_e pri maksimalnom pomeranju može se pročitati sa spektra pomeranja za različite nivoe ekvivalentnog prigušenja



(d) Design Displacement Spectra

Koncept procedure bazirane na pomeranjima
DBD – Displacement based design

- **Postupak DBD**
  - Sekantna krutost ekvivalentnog SDOF sistema pri maksimalnom pomeranju može se odrediti na osnovu sledećeg izraza

$$T_e = 2\pi\sqrt{\frac{m_e}{K_e}} \Rightarrow K_e = \frac{4\pi^2 m_e}{T_e}$$

  - Maksimalna seizmička sila

$$F = V_{base} = K_e \Delta_d$$

Koncept procedure bazirane na pomeranjima
DBD – Displacement based design

- Zašto u propisima dominira FBD pristup ako se znaju pogodnosti DBD pristupa i ako se zna da su seizmički uticaji posledica pomernja, a ne sila?
- **Glavni razlozi za primenu FBD pristupa**
  - Koristi linearne metode analize koje su znatno jednostavnije od nelinearnih koje koristi DBD pristup
  - Važi princip superpozicije kao i kod drugih vrsta dejstava
  - Prvo se sprovodi analiza pa dimenzionisanje za razliku od nelinearne analize kod koje se moraju pre početka analize poznavati sve geometrijske i mehaničke karakteristike konstrukcije
  - Zbog praktičnosti bez obzira na to što se zna da je kapacitet deformacija znatno važniji od nosivosti pri seizmičkim proračunima